Нужен только алгоритм!

Дедушка решил подарить внуку некую сумму S (в целых рублях) для того, чтобы он собрал свой собственный портфель активов, купив их на бирже. При этом дедушка требует от него, чтобы он обязательно выполнил два его условия: в его портфеле должны присутствовать все активы из представленного дедушкой списка и при этом собрать портфель так, чтобы потратить без остатка всю подаренную сумму. Иначе никакого подарка не будет.  
  
На вход подается массив (значения цен в целых рублях на активы в списке дедушки) и подаренная сумма S.  
  
Нужно выдать сообщение «Нет решения», если для текущих цен дедушкины условия невыполнимы. Или, если условия выполнить можно, то надо выдать пример набора количеств всех активов, которые приобретаются.  
  
При решении задачи исходим из того, что ресурсы биржевого рынка по количеству имеющихся активов для нашего случая можем считать не ограниченными, размер дедушкиного списка и подаренная сумма могут быть любыми, и итоговая сумма стоимости должна равняться сумме подарка

То есть имеем линейное уравнение с n переменными.  
  
a1\*x1+a2\*x2+...+an\*xn=S, где S и a1, ..., an известны, причем все они целые и положительные.  
  
Проверить, существуют ли такие целые и положительные x1, ..., xn, чтобы выполнялось это равенство.  
  
Если существуют, привести один пример таких x1, ..., xn