ВВЕДЕНИЕ

Теоретическая механика – это наука, изучающая общие законы механического движения и механического взаимодействия материальных тел.

Механическим движением называется изменение с течением времени взаимного положения материальных тел в пространстве.

Механическим взаимодействием называется такое взаимодействие материальных тел, которое изменяет (или стремится изменить) характер механического движения этих тел.

Курс теоретической механики состоит из трех основных разделов: «Статика» (в данном курсе не рассматривается), «Кинематика» и «Динамика». Цель данного курса – дать студентам знание основных законов механического движения и механического взаимодействия материальных тел в пространстве под действием приложенных к ним сил, а также привить навыки к использованию данных законов при решении теоретических и практических задач в различных областях физики и техники.

В пособии приведены варианты и рассмотрены примеры выполнения трех индивидуальных заданий, целью которых является практическое применение законов кинематики и динамики при анализе движения точки и механической системы.

При выполнении студентами индивидуальных домашних заданий должны быть соблюдены следующие требования.

1. Работу необходимо оформить в соответствии с требованиями ГОСТ 7.32–2001. На титульном листе следует указать названия учебного заведения и факультета, полное наименование задачи, номер варианта, ФИО студента и группу, в которой он обучается.
2. Текст задания переписывается полностью или вкладывается в печатном виде на отдельном листе. Исходные данные на выполнение заданий должны быть приведены в виде таблицы.
3. Решение каждого задания сопровождается краткими пояснениями. Также необходимо дать названия буквенным обозначениям и привести единицы их измерения.
4. Все вычисления следует выполнять в общем виде, приводя производимые промежуточные преобразования. Численные значения величин приводятся с точностью до двух верных знаков.

5. Чертежи следует выполнять на миллиметровой бумаге формата А4 (или А3) с соблюдением выбранного масштаба, значение которого необходимо указать в нижней части чертежа для каждой величины отдельно. На чертеже должны быть обозначены все величины, используемые для решения задания, а также все найденные по ходу решения величины. При этом последние выделяются более жирными линиями или линиями другого цвета.
6. В конце каждого задания необходимо записать ответ и вывод по форме, представленной в примерах решения заданий.

1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

Кинематика – это раздел теоретической механики, в котором изучается движение материальных объектов и систем в пространстве без учета причин, вызывающих это движение.

Материальная точка – это материальное тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Движущаяся точка описывает в пространстве некоторую линию. Эта линия, представляющая собой геометрическое место последовательных положений движущейся точки в рассматриваемой системе отсчета, называется *траекторией точки*.

По *виду траектории* движение точки делится на прямолинейное и криволинейное.

Изучение движения точки заключается в определении положения точки в выбранной системе отсчета и основных характеристик этого движения (*кинематических характеристик*):

скорости точки в любой момент времени;

ускорения точки в любой момент времени.

Для определения положения точки и ее кинематических характеристик необходимо задать движение точки в пространстве. Существуют *три способа задания движения точки*:

векторный;

координатный;

естественный.

Векторный способ задания движения точки. Положение любой точки в пространстве однозначно определяется заданием радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из некоторого неподвижного центра O в данную точку M (рис. 1.1).

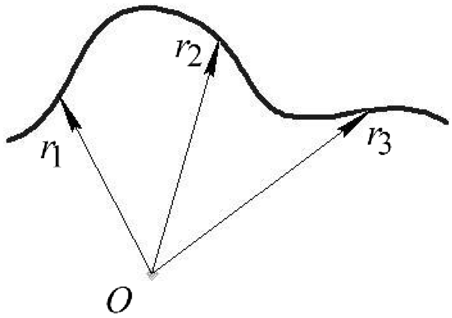

Рис. 1.1

Для определения движения точки необходимо знать, как изменяется с течением времени радиус-вектор $\vec{r}$, т. е. должна быть задана функция

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

Траектория движения точки в данном случае представляет собой годограф радиуса-вектора $\vec{r}$ (годограф вектора – линия, соединяющая концы переменного вектора, построенного из одного начала)

Скорость точки $\vec{v}$ – это векторная величина, характеризующая изменение радиуса-вектора $\vec{r}$ по величине и направлению с течением времени. Вектор скорости точки определяется как первая производная от ее радиуса-вектора по времени:

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

он направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

Ускорение точки $\vec{a}$ характеризует изменение вектора скорости точки $\vec{v}$ по величине и направлению с течением времени. Вектор ускорения точки определяется как первая производная от ее скорости или вторая производная от ее радиуса-вектора по времени:

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Вектор ускорения направлен по касательной к годографу вектора скорости.

Координатный способ задания движения точки. Рассмотрим движение точки $M(x; y; z)$ в декартовой системе координат $Oxyz$. Положение точки в пространстве будет определяться тремя координатами $(x; y; z)$, значения которых при движении точки будут меняться с течением времени, т. е. уравнения движения точки будут представлены в виде:

$$\begin{cases} x = f_1(t); \\ y = f_2(t); \\ z = f_3(t). \end{cases}$$

Зависимости координат точки от времени являются параметрическими уравнениями ее траектории. Это значит, что при движении точки в пространстве, исключив параметр t из этих уравнений, получим уравнения *траектории* точки в выбранной системе отсчета.

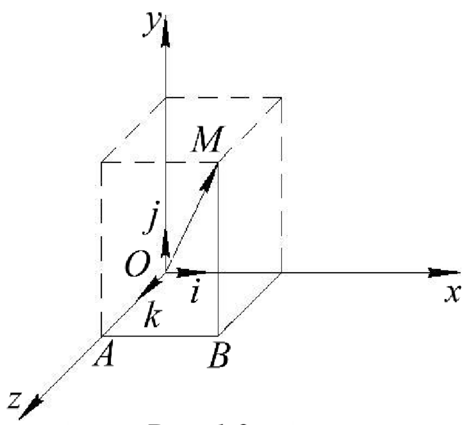

Рис. 1.2

Спроецируем точку M на плоскости декартовой системы координат (рис. 1.2):

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{OA}$, или $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты координатных осей.

Скорость точки $\vec{v}$ – первая производная от ее радиуса-вектора по времени, следовательно,

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k},$$

где $v_x = \dfrac{dx}{dt}$; $v_y = \dfrac{dy}{dt}$; $v_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции скорости точки M на декартовы оси.

Модуль скорости $|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$.

Ускорение точки $\vec{a}$ – первая производная от ее скорости и вторая производная от ее радиуса-вектора по времени, следовательно:

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

где $a_x = \dfrac{d^2x}{dt^2}$; $a_y = \dfrac{d^2y}{dt^2}$; $a_z = \dfrac{d^2z}{dt^2}$ – проекции ускорения точки M на декартовы оси.

Модуль ускорения $|\vec{a}| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$.

Естественный способ задания движения точки. Естественный способ используется, когда полностью известна траектория движения точки.

Выберем на известной траектории неподвижную точку *O*, которую назовем началом отсчета дуговой координаты. Положение точки *M* на траектории определяется дуговой координатой σ, которая численно равна длине дуги от точки *O* до точки *M* (рис. 1.3). Расстояния, отложенные в одну сторону, будем считать положительными (+), в другую – отрицательными (–).

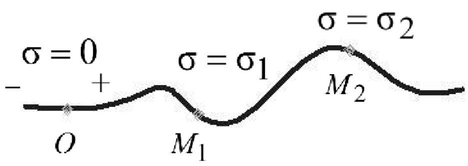

Рис. 1.3

При движении точки *M* по траектории расстояние от этой точки до начала отсчета будет меняться с течением времени, т. е. $\sigma = f(t)$. Уравнение, описывающее зависимость дуговой координаты от времени, называется уравнением движения точки при естественном способе его задания.

Модуль *скорости точки* $|\vec{v}|$ при естественном способе задания ее движения определяется как первая производная от дуговой координаты точки по времени:

$$|\vec{v}| = \dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt},$$

а направление определяется касательным ортом $\vec{\tau}$, который всегда направлен в сторону увеличения дуговой координаты:

$$\vec{v} = \dot{\sigma}\vec{\tau}.$$

Ускорение точки $\vec{a}$ определяется как первая производная по времени от ее скорости:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{\sigma}\vec{\tau} + \dot{\sigma}\dot{\vec{\tau}},$$

где $\ddot{\sigma}\vec{\tau} = |\vec{v}|'\,\vec{\tau} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} = \vec{a}_\tau$ – *касательное ускорение* точки, характеризующее изменение вектора скорости по величине с течением времени, и $\dot{\sigma}\dot{\vec{\tau}} = \dot{\sigma}(\dot{\sigma}\frac{1}{\rho}\vec{n}) = \dot{\sigma}^2\frac{1}{\rho}\vec{n} = \frac{v^2}{\rho}\vec{n} = \vec{a}_n$ – *нормальное ускорение* точки, характеризующее изменение вектора скорости по направлению с течением времени (здесь ρ – радиус кривизны траектории в данный момент времени, $\vec{n}$ – нормальный орт).

При этом, если $\vec{a}_\tau \uparrow\uparrow \vec{v}$, движение точки ускоренное, если $\vec{a}_\tau \uparrow\downarrow \vec{v}$ – замедленное. Нормальное ускорение $\vec{a}_n \perp \vec{a}_\tau, \vec{v}$ и всегда направлено в сторону вогнутости кривой.

Таким образом, ускорение точки определяется как геометрическая сумма ее касательного и нормального ускорений, а его модуль будет равен:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,.$$

Задача 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ ПРИ КООРДИНАТНОМ СПОСОБЕ ЗАДАНИЯ ЕЕ ДВИЖЕНИЯ

1.1. Условие задачи

По данным кинематическим уравнениям движения точки (табл. 1.1) определить следующее.

1. Траекторию точки.
2. Положение точки на траектории ее движения в начальный момент времени.
3. Положение точки на траектории ее движения в момент времени $t_1 = t_0 + \Delta\tau$, где $t_0 > 0$ определяется по указанному в столбце 4 табл. 1.1 условию, а величина $\Delta\tau$ *задается преподавателем*.
4. Кинематические характеристики точки (вектор линейной скорости, векторы полного, касательного и нормального ускорений) в момент времени t_1.
5. Радиус кривизны траектории движения точки в момент времени t_1.

1.2. Порядок решения задачи

1. Построить траекторию точки, исследуя ее уравнение средствами математического анализа.
2. Определить момент времени $t_1 = t_0 + \Delta\tau$ в соответствии с заданными в табл. 1.1 (t_0) и преподавателем $(\Delta\tau)$ условиями.
3. Найти и указать положение точки на траектории ее движения в начальный момент времени $(t = 0)$ и в момент времени t_1.
4. Определить и построить по составляющим $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_y$ вектор $\vec{v}$ линейной скорости точки в расчетный момент времени.

5. Определить и построить по составляющим $\vec{a}_x$ и $\vec{a}_y$ вектор $\vec{a}$ линейного ускорения точки в расчетный момент времени.
6. Определить и построить векторы касательного $\vec{a}_\tau$ и нормального $\vec{a}_n$ ускорений в расчетный момент времени.
7. Вычислить радиус кривизны ρ траектории в расчетный момент времени.
8. Все графические построения произвести в соответствующих масштабах.
9. Расчетные значения определяемых величин представить в следующей форме (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Время t_1, с	Координаты, м				Скорость, м/с			Ускорение, м/с^2						Радиус кривизны ρ, м
	x_0	y_0	x	y	v_x	v_y	v	a_x	a_y	a_τ	a_n	a	

10. В конце работы представить вывод о характере движения точки.

1.3. Пример решения задачи

Условие задачи. По заданным кинематическим уравнениям движения точки (x и y – в метрах, t – в секундах)

$$\begin{cases} x(t) = 2t^2 - 1; \\ y(t) = \dfrac{1}{2}t^4 + 1 \end{cases} \tag{1.1}$$

определить: траекторию точки; кинематические характеристики точки (вектор линейной скорости, векторы полного, касательного и нормального ускорений соответственно); а также радиус кривизны траектории в момент времени $t_1 = t_0 + \Delta\tau$, где t_0 – момент времени, когда траектория пересекает ось Oy, а $\Delta\tau = 0{,}29$с.

Решение.

1. Определим траекторию движения точки.

Для определения траектории движения точки, заданного координатным способом, исключим из системы уравнений (1.1) время t. Для этого из первого уравнения системы (1.1) выразим t^2:

$$t^2 = \frac{x+1}{2}$$

и подставим во второе уравнение (1.1):

$$y(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 + 1.$$

Тем самым получим уравнение траектории движения точки:

$$y(x) = \frac{1}{8}(x+1)^2 + 1. \qquad (1.2)$$

Для построения траектории движения точки необходимо исследовать функцию (1.2). Для этого выполним следующие действия:

Определим области значений функций $x(t)$ и $y(t)$ при $t \geq 0$. Из системы уравнений (1.1) следует, что

$$\begin{cases} -1 \leq x(t) < +\infty; \\ \ 1 \leq y(t) < +\infty. \end{cases} \qquad (1.3)$$

Определим точки пересечения с осями координат. Функция (1.2) имеет точку пересечения с осью Oy. Следовательно, в уравнение (1.2) необходимо подставить $\widetilde{x} = 0$ и вычислить: $\widetilde{y}(\widetilde{x}) = \frac{1}{8}(0+1)^2 + 1 = 1{,}13$. Таким образом, точка $\widetilde{M}(\widetilde{x};\widetilde{y})$ будет иметь координаты $\widetilde{M}(0;\, 1{,}13)$.

Найдем экстремумы и исследуем уравнение (1.2) на монотонность. Вычислим первую производную от функции (1.2) и найдем критические точки из условия, что $y'(x) = 0$:

$$y'(x) = \left(\frac{1}{8}(x+1)^2 + 1\right)' = \frac{1}{4}(x+1) = 0. \qquad (1.4)$$

Из выражения (1.4) следует, что точка экстремума функции (1.2) имеет координаты $M_э(x_э;\ y_э) = M_э(-1;\, 1)$.

Вычислим вторую производную от функции (1.2):

$$y''(x) = \left(\frac{1}{8}(x+1)^2 + 1\right)'' = \frac{1}{4}.$$

Поскольку $y''(x) > 0$, то точка $M_э(-1;\, 1)$ – минимум функции (1.2).

Кроме того, из условия $y'(x) > 0$ при $x > x_э$ следует, что функция (1.2) возрастающая.

Для уточнения вида кривой определим по выражению (1.2) с учетом условия (1.3) несколько промежуточных точек.

Данные, необходимые для построения траектории движения точки, приведены в табл. 1.3, а сама траектория изображена на рис. 1.4.

Таблица 1.3

x	$y(x)=\frac{1}{8}(x+1)^2+1$
1	1,5
3	3
5	5,5

2. Определим момент времени t_1.

Определим момент времени t_0, когда траектория пересекает ось Oy, т. е. когда выполняется условие $x(t_0)=2t_0^2-1=0$. При условии, что $t_0>0$, получим $t_0=0{,}71$ с.

Тогда

$t_1=t_0+\Delta\tau=0{,}71+0{,}29=1$ с.

3. Найдем и укажем на рис. 1.4 положение точки на траектории ее движения в начальный момент времени ($t=0$) и в момент времени t_1.

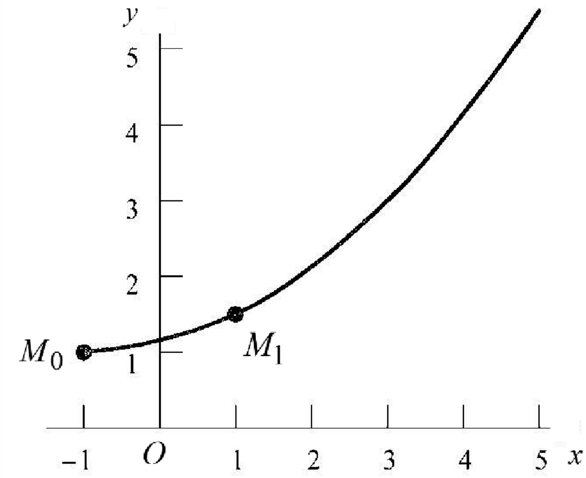

Рис. 1.4

Точка $M_0(x_0;y_0)$ характеризует положение точки на траектории ее движения в начальный момент времени. Определим координаты этой точки, для чего в выражение (1.1) подставим $t=0$:

$$\begin{cases} x(0)=2\cdot 0^2-1=-1\text{ м;}\\ y(0)=\frac{1}{2}\cdot 0^4+1=1\text{ м.}\end{cases}$$

Точка $M_1(x_1;y_1)$ характеризует положение точки на траектории ее движения в момент времени t_1. Определим координаты этой точки, для чего в выражение (1.1) подставим найденное ранее значение $t_1=1$ с:

$$\begin{cases} x(1)=2\cdot 1^2-1=1\text{ м;}\\ y(1)=\frac{1}{2}\cdot 1^4+1=1{,}5\text{ м.}\end{cases}$$

Укажем на рис. 1.4 найденные точки $M_0(-1;\,1)$ и $M_1(1;\,1{,}5)$.

4. Определим и построим по составляющим $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_y$ вектор $\vec{v}$ линейной скорости точки M_1.

Проекции вектора линейной скорости на координатные оси и его модуль определим по формулам:

$$v_x(t) = \dot{x}(t); \quad v_y(t) = \dot{y}(t); \quad v(t) = \sqrt{(\dot{x}(t))^2 + (\dot{y}(t))^2}.$$

Для заданных кинематических уравнений (1.1) получим:

$$v_x(t) = \dot{x}(t) = (2t^2 - 1)' = 4t;$$

$$v_y(t) = \dot{y}(t) = \left(\frac{1}{2}t^4 + 1\right)' = 2t^3; \tag{1.5}$$

$$v(t) = \sqrt{(4t)^2 + (2t^3)^2} = 2t\sqrt{4 + t^4}.$$

Используя выражения (1.5), определим проекции вектора линейной скорости на координатные оси и его модуль в момент времени $t_1 = 1$ с (т. е. для точки M_1):

$$v_x(1) = 4 \cdot 1 = 4 \text{ м/с}; \quad v_y(1) = 2 \cdot 1^3 = 2 \text{ м/с}; \quad v(1) = 2 \cdot 1\sqrt{4 + 1^4} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}47 \text{ м/с}.$$

Построим в масштабе (рис. 1.5) составляющие $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_y$ вектора линейной скорости и вектор $\vec{v}$ полной скорости, являющийся геометрической суммой векторов $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_y$:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

Направление вектора линейной скорости $\vec{v}$ по касательной к траектории свидетельствует о корректности произведенных аналитических вычислений.

5. Определим и построим по составляющим $\vec{a}_x$ и $\vec{a}_y$ вектор $\vec{a}$ линейного ускорения точки M_1.

Проекции вектора линейного ускорения на координатные оси и его модуль определим по формулам:

$$a_x(t) = \dot{v}_x(t) = \ddot{x}(t); \quad a_y(t) = \dot{v}_y(t) = \ddot{y}(t); \quad a(t) = \sqrt{(\ddot{x}(t))^2 + (\ddot{y}(t))^2}.$$

Для заданных кинематических уравнений (1.1) получим:

$$a_x(t) = \dot{v}_x(t) = (4t)' = 4;$$

$$a_y(t) = \dot{v}_y(t) = (2t^3)' = 6t^2; \tag{1.6}$$

$$a(t) = \sqrt{4^2 + (6t^2)^2} = 2\sqrt{4 + 9t^4}.$$

Используя (1.6), определим проекции вектора линейного ускорения на координатные оси и его модуль в момент времени $t_1 = 1$ с (т. е. для точки M_1):

$$a_x(1) = 4 \text{ м/с}^2;$$

$$a_y(1) = 6 \cdot 1^2 = 6 \text{ м/с}^2;$$

$$a(1) = 2\sqrt{4 + 9 \cdot 1^4} = 2\sqrt{13} \approx 7{,}21 \text{ м/с}^2.$$

Построим в масштабе (см. рис. 1.5) составляющие $\vec{a}_x$ и $\vec{a}_y$ вектора линейного ускорения, а также вектор полного ускорения $\vec{a}$, равный геометрической сумме векторов $\vec{a}_x$ и $\vec{a}_y$:

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y.$$

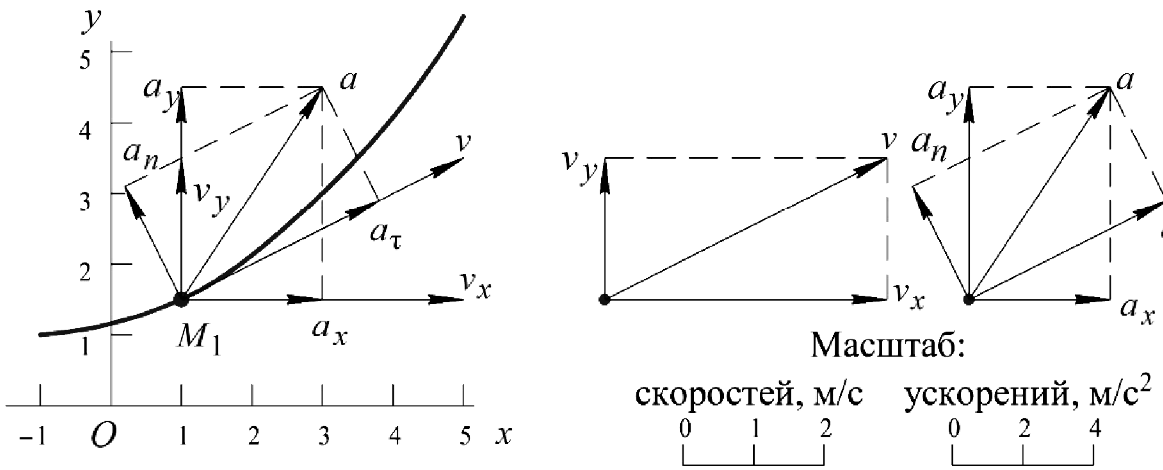

Рис. 1.5

6. Определим и построим векторы касательного $\vec{a}_\tau$ и нормального $\vec{a}_n$ ускорений точки M_1.

Касательное и нормальное ускорения определим по формулам:

$$\begin{cases} a_\tau(t) = \dfrac{dv(t)}{dt}; \\ a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}. \end{cases} \tag{1.7}$$

В соответствии с (1.5) и (1.7) получим:

$$a_\tau(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2t\sqrt{4 + t^4}\right) = 2\sqrt{4 + t^4} + 2t \cdot \frac{2t^3}{\sqrt{4 + t^4}} =$$

$$= 2\sqrt{4 + t^4} + \frac{4t^4}{\sqrt{4 + t^4}} = \frac{8 + 6t^4}{\sqrt{4 + t^4}}. \tag{1.8}$$

Когда функция линейной скорости от времени $v(t)$ является сложным для дифференцирования выражением, для определения касательного ускорения удобнее рассматривать вектор касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ как проекцию полного ускорения $\vec{a}$ на направление движения (рис. 1.6).

Из данных рис. 1.6 видно, что $a_\tau = a\cos\alpha$, где α – угол между вектором скорости и вектором ускорения. Умножив и разделив это выражение на v, получим

$$a_\tau = \frac{a\,v\cos\alpha}{v}. \qquad (1.9)$$

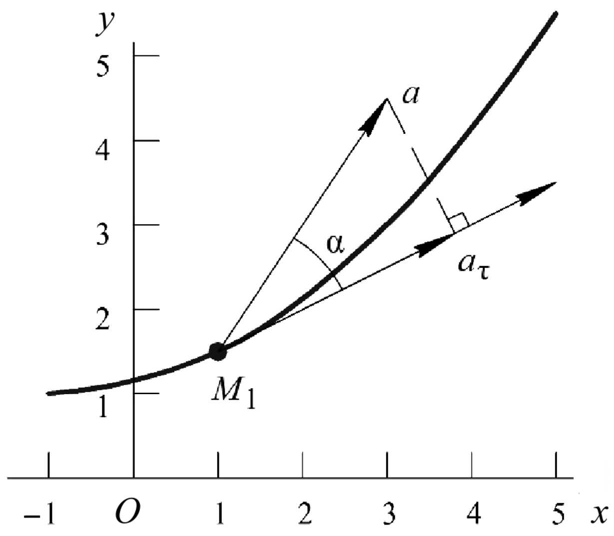

Рис. 1.6

Числитель выражения (1.9) представляет собой скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{v}$, которое может быть записано в проекциях на координатные оси в виде $\vec{v}\cdot\vec{a} = v_x a_x + v_y a_y$. Таким образом, зная проекции скорости и ускорения на координатные оси, для нахождения касательного ускорения можно использовать выражение

$$a_\tau(t) = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}. \qquad (1.10)$$

В соответствии с (1.5), (1.6) и (1.10), получим:

$$a_\tau(t) = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v} = \frac{4t\cdot 4 + 2t^3\cdot 6t^2}{2t\sqrt{4+t^4}} =$$

$$= \frac{16t + 12t^5}{2t\sqrt{4+t^4}} = \frac{2t\left(8+6t^4\right)}{2t\sqrt{4+t^4}} = \frac{8+6t^4}{\sqrt{4+t^4}}. \qquad (1.11)$$

Используя (1.8) или (1.11), определим касательное ускорение в момент времени $t_1 = 1$ с (т. е. для точки M_1):

$$a_\tau(1) = \frac{8+6\cdot 1^4}{\sqrt{4+1^4}} = 6{,}26 \text{ м/с}^2.$$

Из выражения (1.7) определим нормальное ускорение в момент времени $t_1 = 1$ с (т. е. для точки M_1):

$$a_n(1) = \sqrt{(a(1))^2 - (a_\tau(1))^2} = \sqrt{7{,}21^2 - 6{,}26^2} = 3{,}58 \text{ м/с}^2.$$

Построим в масштабе (см. рис. 1.5) составляющие $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ вектора линейного ускорения. Геометрическая сумма векторов $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ должна быть равной вектору линейного ускорения $\vec{a}$, т. е. выполняется равенство

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

7. Вычислим радиус кривизны ρ траектории движения точки M_1:

$$\rho = \frac{(v(t_1))^2}{a_n(t_1)} = \frac{4{,}47^2}{3{,}58} = 5{,}58 \text{ м.}$$

8. Полученные значения кинематических величин для расчетного момента времени t_1 занесем в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Время t_1, с	Координаты, м				Скорость, м/с			Ускорение, м/с^2					Радиус кривизны ρ, м
	x_0	y_0	x	y	v_x	v_y	v	a_x	a_y	a_τ	a_n	a	
1	-1	1	1	1,5	4	2	4,47	4	6	6,26	3,58	7,21	5,58

Равенство геометрических сумм векторов $\vec{a}_x$ и $\vec{a}_y$, а также векторов $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$, одному и тому же вектору $\vec{a}$ (при построении в одном масштабе) свидетельствует о корректности проведенных аналитических вычислений.

9. Опишем характер движения точки.

Точка M перемещается по траектории $y(x) = \frac{1}{8}(x+1)^2 + 1$ вправо от точки $M_0(-1;\,1)$. В момент времени t_1 точка на траектории займет положение $M_1(1;\,1{,}5)$. Линейная скорость точки в расчетный момент времени меняется по закону $v(t) = 2t\sqrt{4+t^4}$, а ее линейное ускорение – по закону $a(t) = 2\sqrt{4+9t^4}$. Характер движения точки – движение криволинейное и ускоренное, так как $a_n \neq 0$ и $\vec{v} \uparrow\uparrow \vec{a}_\tau$.