$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi.$$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

?

$$F = q\,\upsilon\,B\sin\alpha$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

В. Б. ВЯЗОВОВ, О. С. ДМИТРИЕВ,
И. А. ОСИПОВА

$$U = I\cdot R$$

?

ФИЗИКА

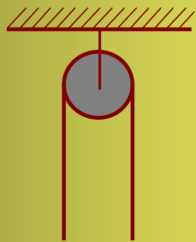
?

$$R = \sigma T^4$$

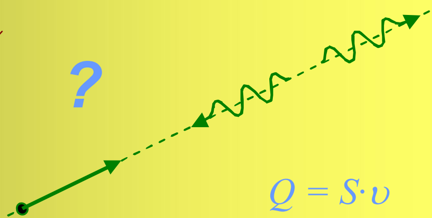
ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ

?

?



?



$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

$$Q = S\cdot\upsilon$$

?

?

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{\pi n}{l}x\right)$$

$$F_{\text{уп}} = k\,\Delta l$$

Тамбов
Издательство ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2016

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тамбовский государственный технический университет»

В. Б. ВЯЗОВОВ, О. С. ДМИТРИЕВ, И. А. ОСИПОВА

ФИЗИКА

ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ

Утверждено Учёным советом университета
в качестве электронного учебного пособия
для студентов, обучающихся по техническим
направлениям подготовки и специальностям

*Учебное электронное издание
комплексного распространения*

Тамбов
Издательство ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2016

УДК 53.02+530.1
ББК В22.3я73-5
В99

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, заведующий кафедрой общей физики ФГБОУ ВПО «ТГУ им. Г. Р. Державина»
В. А. Федоров

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Материалы и технологии» ФГБОУ ВО «ТГТУ»
Д. М. Мордасов

Вязовов, В. Б.

В99 Физика. Задачи и примеры [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. Б. Вязовов, О. С. Дмитриев, И. А. Осипова. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2016. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Системные требования : ПК не ниже класса Pentium II ; CD-ROM-дисковод 00,0 Mb RAM ; Windows 95/98/XP ; мышь. – Загл. с экрана. – 100 шт.

ISBN 978-5-8265-1598-3.

Представлены контрольные задания для студентов, обучающихся по очной, очно-заочной и заочной формам обучения, охватывающие все разделы курса общей физики. Даны примеры оформления и решения контрольных работ, представлены теоретические материалы и соответствующие методы для решения поставленных задач. Приведен список рекомендуемой литературы.

Предназначено для самостоятельной работы студентов 1–2 курсов высших учебных заведений, обучающимися по техническим направлениям подготовки и специальностям, слушателей подготовительных отделений, учащихся профильных классов по физике.

УДК 53.02+530.1
ББК В22.3я73-5

ISBN 978-5-8265-1598-3

ВВЕДЕНИЕ

Решение задач является неотъемлемой частью изучения курса физики. Пособие содержит контрольные задания для студентов заочной формы обучения инженерно-технических направлений и специальностей вузов, но также могут быть использованы для самостоятельной работы студентами очной и очно-заочной форм обучения, слушателей подготовительных отделений, учащихся профильных классов по физике.

Контрольные задания разбиты на три части, соответствующие трем семестрам изучения курса физики. Две первые части разделены на 7 разделов, в которых приведено по 10 задач, соответствующих теме раздела. Третья часть разделена на 5 разделов, включающих соответственно 10 и 20 задач. Таким образом, каждое контрольное задание содержит по семь задач, охватывающих практически весь материал, изучаемый в соответствии с программой курса.

Уровень сложности представленных задач соответствует ФГОС, причем задачи «в одно действие» (для решения которых достаточно найти соответствующую формулу, подставить в неё исходные данные, посчитать и получить ответ) практически отсутствуют. Кроме того, приведены основные формулы, даны общие методические указания, примеры оформления и решения задач контрольной работы. Справочные значения некоторых физических величин, необходимые для решения, приведены в основных формулах и в условиях задач.

При изучении курса физики у студентов будут формироваться следующие компетенции:

- способность представлять современную научную картину мира на основе знаний основных положений и законов естественных наук;
- способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности;
- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности;
- способность применять физические законы для решения практических задач: воспроизводить и получать расчётные формулы, изображать соответствующие графические зависимости, строить физико-математические модели.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для усвоения теоретического материала по курсу «Физика» необходимо выполнить три контрольные работы, включающие в себя по семь задач.

При выполнении контрольных работ рекомендуется предварительно изучить теоретический материал, предшествующий теме контрольного задания по литературе, приведённой в списке. Задания для контрольных работ охватывают основные темы изучаемого курса. ***Номер варианта контрольных работ соответствует последней цифре номера зачётки.***

Решение задач выполняется в порядке возрастания их номера. Условие задачи необходимо переписать полностью. При необходимости решение задачи иллюстрируется аккуратно выполненным рисунком, на котором указываются буквенные обозначения величин. Новые величины, которых нет в условии, должны поясняться. Например: «Пусть υ_{12} – скорость первого автомобиля относительно второго» или «Обозначим: H_1 – высота, с которой упало тело, а p_1 – его импульс непосредственно перед ударом о пол». Если в задаче требуется найти какую-либо векторную величину, например силу, скорость и т.п., то как правило, имеется в виду модуль этой величины (найденные значения должны быть положительными). При нахождении скалярной величины возможны и отрицательные значения.

Решать задачу нужно в общем виде, выразив искомую величину в буквенных обозначениях. При таком способе решения нет необходимости производить вычисления промежуточных значений. Затем, подставив числовые значения в окончательную формулу (в системе СИ и без единиц измерения), следует произвести расчёт, записать ответ с тремя значащими цифрами и обязательно указать единицу измерения полученной величины. При подготовке графического материала необходимо учитывать требования ЕСКД. В конце работы указать перечень использованной литературы, год издания методических указаний и дату выполнения работы.

Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли в расчётах следует брать равным $g = 9{,}81$ м/с^2.

В задачах первой контрольной раздела 7 (релятивистская механика):

1) скорость частиц, как правило, указывается в долях скорости света в вакууме $c = 3\cdot10^8$ м/с, поэтому в ответах рассчитанную скорость частиц можно приводить также в долях скорости света (там, где не требуется в системе СИ);

2) используются внесистемные единицы энергии (электрон-вольты): 1эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж;

3) при расчётах принимать массу покоя электрона равной $m = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг, энергию покоя $E_0 = 0{,}511$ МэВ; для протона $m = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг и $E_0 = 938$ МэВ.

Контрольные работы, не подписанные исполнителем, к рецензированию не принимаются.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Средняя скорость: $\upsilon_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$.

Мгновенная скорость: $\vec{\upsilon} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$,

где $\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки; t – время; s – расстояние вдоль траектории движения.

Ускорение:

- *мгновенное* $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$;
- *тангенциальное* $\vec{a}_\tau = \dfrac{d\vec{\upsilon}_\tau}{dt}$;
- *нормальное* $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$;
- *полное* $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$,

где R – радиус кривизны траектории.

Кинематическое уравнение равнопеременного движения вдоль оси x:
$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Скорость точки при равнопеременном движении: $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$.

Модуль угловой скорости: $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$.

Модуль углового ускорения: $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$.

Связь между линейными и угловыми величинами:
$$s = \varphi R, \quad \upsilon = \omega R, \quad a_\tau = R\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon R, \quad a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R.$$

Импульс материальной точки:
$$\vec{p} = m\frac{d\vec{r}}{dt} = m\vec{\upsilon},$$

где m – масса материальной точки.

Радиус-вектор центра масс системы материальных точек:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i},$$

где m_i – масса i-й точки системы; $\vec{r}_i$ – её радиус-вектор, задающий положение точки относительно выбранного начала отсчёта; $\sum m_i$ – суммарная масса всех частиц системы.

Основное уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \vec{F} = \frac{d\,\vec{p}}{dt}.$$

Импульс силы: $\vec{F}dt = d\,\vec{p}$.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы:

$$\sum m\vec{\upsilon} = \mathrm{const}.$$

Сила трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = \mu\, N,$$

где μ – коэффициент трения; N – сила нормального давления.

Сила упругости:

$$F_{\text{уп}} = k\Delta l,$$

где k – жёсткость (коэффициент упругости); Δl – деформация.

Сила гравитационного взаимодействия (закон всемирного тяготения):

$$F_{\text{гр}} = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где m_1 и m_2 – массы двух материальных точек; G – гравитационная постоянная; r – расстояние между точками.

Работа силы: $A = \int \vec{F}d\,\vec{s}$.

Работа постоянной силы *F* на всём перемещении *s* точки приложения силы:

$$A = F_s s = Fs\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором силы F и перемещением s.

Мощность: $N = \dfrac{dA}{dt} = \dfrac{\vec{F}d\,\vec{r}}{dt} = F\upsilon\cos\alpha$.

Потенциальная энергия:

- *упруго деформированного тела* $E_п = \dfrac{k(\Delta l)^2}{2}$;
- *гравитационного взаимодействия*:

– двух материальных точек $E_п = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$;

– частицы в однородном гравитационном поле $E_п = mgh$,

где g – напряжённость гравитационного поля (ускорение свободного падения); h – расстояние от нулевого уровня.

Кинетическая энергия материальной точки: $E_к = \dfrac{m\upsilon^2}{2} = \dfrac{p^2}{2m}$.

Приращение кинетической энергии материальной точки:

$$\Delta E_к = E_{к2} - E_{к1} = \sum A_i ,$$

где $E_{к2}$ – конечная и $E_{к1}$ – начальная кинетическая энергия точки; $\sum A_i$ – суммарная работа всех сил, действующих на точку.

Закон сохранения механической энергии: $E = E_к + E_п = \text{const}$.

Момент инерции материальной точки: $I_0 = mr^2$.

Моменты инерции тел массы m **относительно оси, проходящей через центр масс:**

- *тонкостенного цилиндра* (кольца) радиуса R, если ось вращения совпадает с осью цилиндра $I_0 = mR^2$;
- *сплошного цилиндра* (диска) радиуса R, если ось вращения совпадает с осью цилиндра $I_0 = \dfrac{1}{2}mR^2$;
- *шара радиуса R* $I_0 = \dfrac{2}{5}mR^2$;
- *тонкого стержня* длиной l, если ось вращения перпендикулярна стержню $I_0 = \dfrac{1}{12}ml^2$.

Моменты инерции тел относительно произвольной оси (теорема Штейнера):

$$I = I_0 + md^2 ,$$

где I_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс; d – расстояние между осями.

Момент силы:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки приложения силы.

Момент импульса твёрдого тела: $\vec{L} = I\vec{\omega}$.

Основное уравнение динамики вращательного движения:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\vec{\varepsilon}\,.$$

Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы:

$$\sum \vec{L}_i = \text{const}$$

Работа при вращательном движении: $A = \int M d\varphi$.

Кинетическая энергия вращающегося тела: $E_к = \dfrac{I\omega^2}{2}$.

Уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение точки от положения равновесия в момент времени t; A – амплитуда колебаний; $\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi}{T}$ – циклическая частота колебаний (ν и T – частота и период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Скорость и ускорение точки при гармоническом колебании:

$$\upsilon_x = -A\,\omega\sin(\omega t + \varphi_0), \quad a_x = -A\,\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания:

- *кинетическая* $E_к = \dfrac{1}{2}m\,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)$;
- *потенциальная* $E_п = \dfrac{1}{2}k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$;
- *полная* $E = E_к + E_п = \dfrac{1}{2}k A^2 = \dfrac{1}{2}m\,\omega^2 A^2$,

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$).

Период колебаний маятника:

- пружинного $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$,

где m – масса груза, колеблющегося под действием пружины; k – жёсткость пружины;

- *математического* $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$,

где L – длина маятника; g – ускорение свободного падения;

- *физического* $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mgb}}$,

где I – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; b – расстояние от центра масс маятника до оси колебаний; m – масса маятника; g – ускорение свободного падения.

Давление:

$$p = \frac{F}{S},$$

где F – нормальная составляющая силы, действующая на плоскую поверхность площадью S.

Гидростатическое давление:

$$p = \rho g h,$$

где p – давление внутри жидкости (газа) в точке на глубине h; ρ – плотность жидкости (газа).

Закон Архимеда:

$$F_A = \rho g V,$$

где F_A – выталкивающая сила, направленная вверх, действующая на тело, погруженное в жидкость (газ); ρ – плотность жидкости (газа); V – объём части тела, погруженного в жидкость (газ).

Объёмный расход жидкости в потоке:

$$Q = S\upsilon,$$

где υ – скорость потока через сечение трубки тока жидкости в сечении площадью S.

Уравнение Бернулли:

$$p + \rho g h + \frac{\rho \upsilon^2}{2} = \mathrm{const},$$

где p – статическое давление в сечении S; ρ – плотность жидкости; h – высота сечения S трубки тока жидкости над определённым уровнем; υ – скорость жидкости.

Уравнение неразрывности:

$$S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2,$$

где υ – скорость жидкости в каждом сечении S.

Релятивистское сокращение длины в направлении движения:

$$l = l_0\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}\ ,$$

где l_0 – длина покоящегося тела (собственная длина); c – скорость света в вакууме.

Релятивистское замедление времени:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}\ ,$$

где Δt_0 – интервал времени между двумя событиями, измеренный в системе отсчёта неподвижными относительно неё часами (собственное время); Δt – интервал времени между теми же событиями, измеренный в системе отсчёта движущимися относительно неё часами со скоростью υ.

Релятивистский импульс: $\vec{p} = \dfrac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}$.

Релятивистское уравнение динамики: $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$.

Энергия покоя частицы: $E_0 = m_0c^2$.

Полная энергия релятивистской частицы: $E = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}$.

Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E_k = E - E_0, \qquad E_k = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}} - 1\right).$$

Релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом частицы:

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^{\,2}.$$

Закон сложения скоростей в релятивистской механике:

$$u = \frac{u' + \upsilon}{1 + \upsilon u'/c^2}\ ,$$

где u и u' – скорости частицы в двух инерциальных системах отсчёта, соответственно, в неподвижной и подвижной; υ – скорость подвижной системы отсчёта.

ПРИМЕРЫ ОФОРМЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Уравнение движения точки по прямой имеет вид:

$$x = 4 + 2t + t^2 + 0{,}2t^3.$$

Найти: 1) положения точки в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с; 2) среднюю скорость за время, протекшее между этими моментами; 3) мгновенные скорости в указанные моменты времени; 4) среднее ускорение за указанный промежуток времени; 5) мгновенные ускорения в указанные моменты времени.

Решение задачи:

1. Положение точки определяется значениями координаты x в указанные моменты времени. Для нахождения этих координат надо в указанное уравнение движения подставить вместо времени t значения заданных моментов времени:

$$x_2 = (4 + 2\cdot 2 + 2^2 + 0{,}2\cdot 2^3) = 13{,}6 \text{ м};$$

$$x_5 = (4 + 2\cdot 5 + 5^2 + 0{,}2\cdot 5^3) = 64 \text{ м}.$$

2. Анализируя уравнение движения точки, можно сделать вывод, что её координата всё время возрастает. В этом случае пройденный точкой путь равен разности координат:

$$\Delta s = x_2 - x_1 = 64 - 13{,}6 = 50{,}4 \text{ м}.$$

Значение средней скорости найдём по формуле

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50{,}4}{5-2} = 16{,}8 \text{ м/с}.$$

3. Общее выражение для мгновенной скорости по определению имеет вид $\upsilon = \dfrac{dx}{dt} = 2 + 2t + 0{,}6t^2$.

Подставив в это выражение вместо времени t его заданные значения, получим $\upsilon_2 = (2 + 2\cdot 2 + 0{,}6\cdot 2^2) = 8{,}4$ м/с,

$$\upsilon_5 = (2 + 2\cdot 5 + 0{,}6\cdot 5^2) = 27 \text{ м/с}.$$

4. Значение среднего ускорения определим как $a_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, где $\Delta\upsilon$ – изменение скорости υ за промежуток времени Δt.

$$\Delta\upsilon = \upsilon_5 - \upsilon_2 = (27 - 8{,}4) = 18{,}6 \text{ м/с}.$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = (5 - 2) = 3 \text{ с}.$$

$$a_{\text{ср}} = \frac{18{,}6}{3} = 6{,}2 \text{ м/с}^2.$$

5. Общее выражение для мгновенного ускорения имеет вид

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = 2 + 1{,}2t.$$

Подставив в это выражение вместо времени t его заданные значения, получим $a_2 = (2 + 1{,}2 \cdot 2) = 4{,}4$ м/с^2,

$$a_5 = (2 + 1{,}2 \cdot 5) = 8{,}0 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: x_2 = 13,6 м, x_5 = 64 м, $\upsilon_{ср}$ = 16,8 м/с, υ_2 = 8,4 м/с, υ_5 = 27 м/с, $a_{ср}$ = 6,2 м/с^2, a_2 = 4,4 м/с^2, a_5 = 8,0 м/с^2.

Пример 2. Зависимость пути, пройденного точкой по окружности радиусом $r = 2$ м, от времени выражено уравнением $s = at^2 + bt$. Найдите скорость, нормальное, тангенциальное и полное ускорение точки через t = 0,5 с после начала движения, если $a = 3$ м/с^2, $b = 1$ м/с.

Решение задачи:

Прежде всего, находим выражение для скорости точки.

Известно, что $\upsilon = \frac{ds}{dt}$. Взяв производную по времени от заданного уравнения пути s, получим $\upsilon = 2at + b$. Значение скорости в данный момент времени найдём, если в полученную формулу подставим время t и коэффициенты a и b:

$$\upsilon = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}5 + 1 = 4 \text{ м/с}.$$

Теперь найдём общее выражение для тангенциального ускорения точки. Известно, что $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$. Взяв производную по времени t от уравнения скорости, находим $a_\tau = 2a$. С учётом коэффициента a, тангенциальное ускорение $a_\tau = 2 \cdot 3 = 6$ м/с^2.

Полученное выражение для тангенциального ускорения не содержит времени; это значит, что оно постоянно по величине.

Нормальное (центростремительное) ускорение найдём по его формуле $a_n = \frac{\upsilon^2}{r}$, подставив выражение для скорости, а затем, и численные их значения: $a_n = \frac{(2at + b)^2}{r}$; $a_n = \frac{4^2}{2} = 8$ м/с^2.

Полное ускорение будет равно геометрической сумме взаимно перпендикулярных тангенциального и нормального ускорений

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ ; \quad a = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: υ_t = 4 м/с, a_τ = 6 м/с^2, a_n = 8 м/с^2, a = 10 м/с^2.

Пример 3. На тело массой m действует сила, пропорциональная времени $F = kt$. Найдите уравнение движения тела при условии, что при $t = 0$ тело имеет начальную скорость υ_0.

Решение задачи:

Запишем второй закон динамики в виде $F = m\dfrac{d\upsilon}{dt}$.

По условию $F = kt$. Приравняем правые части $m\dfrac{d\upsilon}{dt} = kt$, откуда $d\upsilon = \dfrac{k}{m}tdt$. Проинтегрируем последнее выражение $\upsilon = \dfrac{k}{m}\left(\dfrac{t^2}{2} + C\right)$.

Найдём постоянную интегрирования *C*. При $t = 0$, $\upsilon_0 = \dfrac{k}{m}C$, $C = \dfrac{k}{m}\upsilon_0$.

Тогда $\upsilon = \upsilon_0 + \dfrac{k}{2m}t^2 = \dfrac{dx}{dt}$. Из этого выражения $dx = \upsilon_0 dt + \dfrac{k}{2m}t^2 dt$.

Интегрируя от 0 до *t*, получим уравнение движения $x = \upsilon_0 t + \dfrac{k}{6m}t^3$.

Пример 4. Определите работу по сжатию пружины железнодорожного вагона на 5 см, если под действием силы $F_0 = 3 \cdot 10^4$ Н пружина сжимается на $x_0 = 1$ см.

Решение задачи:

Пренебрегая массой пружины, можно считать, что при её сжатии действует только переменная сила давления, равная по величине упругой силе, определяемой по закону Гука $|F| = kx$. Работу этой силы при сжатии пружины на 5 см надо определить. Считая на малом перемещении dx силу постоянной, определим элементарную работу как

$$dA = Fdx = kxdx.$$

Здесь жёсткость пружины равна $k = \dfrac{F_0}{x_0}$.

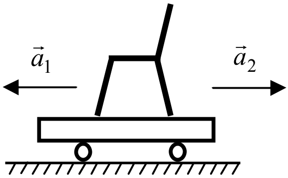
Всю работу найдём, взяв интеграл от dA в пределах от $x_1 = 0$ до $x_2 = 5$ см:

$$A = \int dA = \int_{x_1}^{x_2} kxdx = \left.\frac{kx^2}{2}\right|_{x_1}^{x_2} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} = \frac{kx_2^2}{2} = \frac{F_0 x_2^2}{2x_0}.$$

После вычислений будем иметь $A = \dfrac{3 \cdot 10^4 \cdot \left(5 \cdot 10^{-2}\right)^2}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 3750$ Дж.

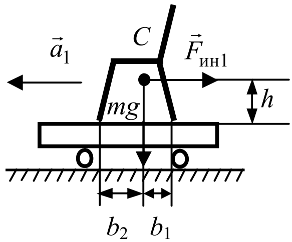
Ответ: $A = 3750$ Дж.

Пример 5. Стул массой m стоит на тележке, которая может двигаться по горизонтальной плоскости. Минимальное ускорение тележки, при котором стул опрокидывается назад, равно $\vec{a}_1$, а вперёд – ускорение равно $\vec{a}_2$. С какой силой передние ножки стула давят на неподвижную тележку?



Решение задачи:

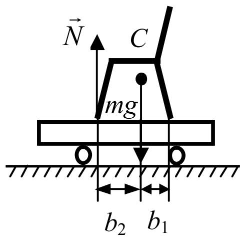
Пусть точка C – центр масс стула, расположенный на высоте h от поверхности тележки и на расстояниях b_1 и b_2 по горизонтали от задних и передних ножек стула.



В неинерциальной системе, связанной с тележкой, на стул действует сила инерции $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}$, приложенная к центру масс.

Если ускорение $\vec{a}_1$ направлено вперёд, то при опрокидывании назад момент силы инерции $\vec{F}_{\text{ин}1}$ равен моменту силы тяжести mg относительно оси, проходящей через задние ножки стула: $F_{\text{ин}1}h = mgb_1$, откуда $b_1 = \dfrac{a_1 h}{g}$.

Рассуждая аналогично по отношению к ускорению a_2, получим $b_2 = \dfrac{a_2 h}{g}$.



Рассмотрим теперь стул, стоящий на неподвижной тележке. Момент силы нормальной реакции N, действующей на передние ножки стула, относительно оси, проходящей через задние ножки, равен моменту силы тяжести mg относительно той же оси: $N(b_1 + b_2) = mgb_1$, откуда

$$N = mg\,\frac{b_1}{b_1 + b_2} = mg\,\frac{a_1}{a_1 + a_2}.$$

Согласно третьему закону Ньютона это же выражение соответствует искомой величине.

Пример 6. Смелый человек (его называют джампер) массой m_1, к ногам которого привязан резиновый жгут (банджи), прыгает вниз с высокого моста. Максимальная длина жгута при этом становится равной l_1. Другой человек массой m_2, действуя аналогично, растягивает жгут на длину l_2. Чему равна жёсткость k жгута?

Решение задачи:

Воспользуемся законом сохранения энергии: $mgl = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$, где l_0 – длина нерастянутого жгута. Отсюда $l - l_0 = \sqrt{\frac{2mgl}{k}}$.

Записывая два таких соотношения для двух случаев и вычитая их друг из друга, получим: $l_1 - l_2 = \sqrt{\frac{2m_1gl_1}{k}} - \sqrt{\frac{2m_2gl_2}{k}}$ и, окончательно жёсткость жгута $k = 2g\left(\frac{\sqrt{m_1l_1} - \sqrt{m_2l_2}}{l_1 - l_2}\right)^2$.

Пример 7. Маховик в виде сплошного диска радиусом $R = 0{,}2$ м и массой $m = 50$ кг раскручен до частоты вращения $n_1 = 8$ с$^{-1}$ и предоставлен самому себе. Под действием сил трения маховик остановился через $t = 50$ с. Найдите момент сил трения M относительно оси вращения.

Решение задачи:

Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения твёрдого тела в виде

$$M_z = I_z\varepsilon,$$

где M_z – момент внешних сил (в нашей задаче момент сил трения), действующих на маховик относительно оси z, совпадающей с геометрической осью маховика; I_z – момент инерции маховика в виде сплошного диска (определяется как $\frac{mR^2}{2}$); ε – угловое ускорение.

Угловое ускорение определим как $\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$, где $\omega_2 = 0$, $\omega_1 = 2\pi n_1$.

Тогда момент M сил трения будет равен $M_z = \pi m R^2 (0 - n_1)/t$.

Подставим числовые значения величин и произведём вычисления

$$M_z = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot 0{,}2^2 (0 - 8)}{50} = -1 \text{ Н·м}.$$

Знак минус показывает, что момент сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

Пример 8. Определите время истечения идеальной жидкости из открытого цилиндрического сосуда высотой $H = 4{,}9$ м, если диаметр небольшого отверстия в дне сосуда в 60 раз меньше диаметра сосуда.

Решение задачи: Объём убыли воды за малый промежуток времени dt с одной стороны равен

$$dV = Sdh \text{, а с другой } \quad dV = -S_1 \upsilon dt,$$

где S – сечение сосуда; S_1 – отверстия. Но так как $\upsilon^2 = 2gh$, то

$$Sdh = -S_1\sqrt{2gh}\,dt,$$

откуда $$dt = \frac{-Sdh}{S_1\sqrt{2gh}} \quad \text{или} \quad dt = \frac{-S}{S_1\sqrt{2g}}\frac{dh}{\sqrt{h}}.$$

Проинтегрировав последнее выражение в пределах от 0 до H, получим

$$t = \frac{S2\sqrt{H}}{S_1\sqrt{2g}} = \frac{D^2}{d^2}\sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Подставив числовые значения, получим $t = 60^2\sqrt{\dfrac{2\cdot 4{,}9}{9{,}8}} = 3600\,(\text{с}) = 1$ ч.

Пример 9. На сколько процентов изменится продольный размер протона и электрона после прохождения ими разности потенциалов $U = 10^6$ В?

Решение задачи:

В соответствии с релятивистской формулой продольный размер частицы $l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$, где $\beta = \upsilon/c$. Относительное изменение продольных размеров $\dfrac{\Delta l}{l_0} = \dfrac{l_0 - l}{l_0} = 1 - \sqrt{1-\beta^2}$.

В обоих случаях кинетическая энергия частиц равна $qU = 1$ МэВ. Из релятивистской формулы найдём значение кинетической энергии

$$T = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = qU.$$

Откуда $\sqrt{1-\beta^2} = \dfrac{m_0c^2}{qU + m_0c^2}$. После простых преобразований, получим

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{qU}{qU + m_0c^2}.$$

Из таблиц имеем для электрона $m_0c^2 = 0{,}512$ МэВ, для протона $m_0c^2 = 939$ МэВ. Подставив числовые значения в расчётную формулу, получим $\left(\dfrac{\Delta l}{l_0}\right)_e = \dfrac{1}{1+0{,}512} = 0{,}661 = 66{,}1\%$, $\left(\dfrac{\Delta l}{l_0}\right)_p = \dfrac{1}{1+939} \approx 0{,}001 = 0{,}1\%$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

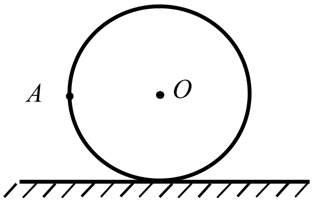
1. КИНЕМАТИКА

1. Движение материальной точки в плоскости xy описывается уравнениями

$$x = A_1 + B_1t + C_1t^2 \quad \text{и} \quad y = A_2 + B_2t + C_2t^2,$$

где $B_1 = 7$ м/с; $C_1 = -2$ м/с^2; $B_2 = -1$ м/с; $C_2 = 0{,}2$ м/с^2. Найдите модули скорости и ускорения точки в момент времени $t = 5$ с.

2. Точка A расположена на обруче радиусом R на одном уровне с его центром O. Чему будет равен модуль перемещения $\left|\vec{S}\right|$ точки A, если обруч прокатится по плоскости, сделав четверть оборота вокруг своей оси?



3. Две материальные точки равномерно движутся в одном направлении по окружности радиусом R с угловой скоростью ω, находясь на наибольшем удалении друг от друга. Чему равен модуль вектора относительной скорости этих точек?

4. В процессе равноускоренного движения скорость материальной точки увеличилась на 20%. На сколько % её средняя скорость больше начальной?

5. Тело свободно падает с некоторой высоты без начальной скорости. Через промежуток времени t после начала падения тело находилось на высоте 1100 м, а ещё через 10 с – на высоте 120 м над поверхностью земли. С какой высоты падало тело?

6. Два тела брошены вертикально вверх из одной и той же точки с одинаковой начальной скоростью 20 м/с с промежутком времени 0,5 с. Через какое время после бросания второго тела и на какой высоте они встретятся?

7. Тело падает с высоты 500 м без начальной скорости. Найдите среднюю скорость тела на последних 95 м пути.

8. Под углом 60° к горизонту брошено тело с начальной скоростью 20 м/с. Через сколько времени оно будет двигаться по углом 45° к горизонту?

9. Автомобиль проехал одну седьмую часть пути со скоростью υ_1, две седьмых – со скоростью υ_2, а оставшуюся часть пути – со скоростью υ_3, Найдите среднюю скорость автомобиля на всём пути.

10. Материальная точка равномерно движется по окружности с угловой скоростью $\omega = \pi$ рад/с в течение времени $t_1 = 3$ с, а затем ещё в течение времени t_2. Чему равно минимальное значение t_2, при котором модуль перемещения точки за всё время движения $t_1 + t_2$ равен нулю?

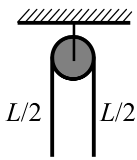
2. ДИНАМИКА. СИЛЫ. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

1. Брусок массой 2 кг прижат к вертикальной стене силой 100 Н. Определите минимальную вертикальную силу, которую необходимо приложить к бруску, чтобы: а) удержать его в покое; б) равномерно двигать вверх. Коэффициент трения бруска о стену 0,1.

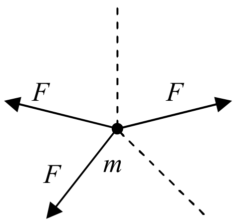
2. Брусок массой $m = 1$ кг равномерно втаскивают за нить по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Коэффициент трения $\mu = 0{,}8$. Найти угол β, который должна составлять нить с наклонной плоскостью, чтобы натяжение нити было наименьшим. Чему оно равно?

3. Стержень диаметром d и длиной L движется поступательно по гладкой горизонтальной плоскости под действием силы F, приложенной к концу стержня вдоль его оси. Найдите напряжение в поперечном сечении стержня на расстоянии x от того конца, к которому приложена сила F.

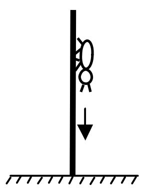
4. Гладкая верёвка длиной L и массой m переброшена через блок так, что вначале находится в равновесии. После небольшого толчка она начинает соскальзывать с блока. С какой силой действует она на блок в момент, когда длина верёвки с одной стороны от него равна $L/3$? Считайте, что размер блока много меньше длины верёвки.



5. Чему равно ускорение материальной точки массой m, на которую действуют три одинаковые по модулю силы F, направленные вдоль трёх лучей правильной пятиугольной звезды?

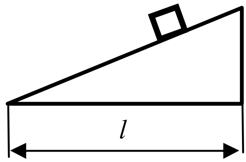


6. Соломинка массой m_1 стоит вертикально на земле. С каким ускорением a должен бежать по ней вниз муравей массой m_2, чтобы соломинка перестала давить на землю?



7. На достаточно длинной тележке лежит тело. Тележка начинает двигаться со скоростью 4 м/с. Найдите перемещение тела относительно земли за 4 с, если коэффициент трения между телом и тележкой $\mu = 0{,}2$.

8. С вершины гладкой наклонной плоскости, длина основания которой l, без начальной скорости соскальзывает тело. Чему равно минимальное время движения тела?

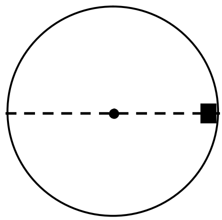


9. Груз массой 50 кг подняли вертикально вверх при помощи каната на высоту 10 м в течение 2 с. Чему равна сила натяжения каната, если движение груза было равноускоренным?

10. Верёвка лежит на горизонтальном столе так, что часть её свешивается со стола, и начинает скользить при длине свешивающейся части 25% от всей её длины. Определите коэффициент трения верёвки о стол?

3. ИМПУЛЬС ТЕЛА. РАБОТА. ЭНЕРГИЯ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

1. По внутренней гладкой поверхности цилиндрической трубы радиусом R из точки, расположенной на одной горизонтали с центром, без начальной скорости скользит шайба массой m. Чему равна максимальная мощность силы тяжести, действующей на шайбу, в процессе её движения?



2. Требуется построить кирпичную заводскую трубу цилиндрической формы. Во сколько раз работа по подъёму кирпичей для второй половины трубы больше, чем для первой?

3. Поток одинаковых частиц, движущихся со скоростью υ и абсолютно неупруго ударяющихся о стенку, действует на неё с силой F. Какое количество теплоты выделяется при этом за единицу времени?

4. Два тела движутся с одинаковыми скоростями в одном направлении. Масса одного из них равна m, а кинетическая энергия второго равна E_k. Чему равен минимальный суммарный импульс этих тел?

5. Автомобиль массой 2 т в течение 20 с разгоняется по прямой из состояния покоя, а затем тормозит до остановки. При этом его скорость меняется по закону $\upsilon(t) = 0{,}125\left(20t - t^2\right)$ м/с. Пренебрегая трением качения и сопротивлением воздуха, найдите максимальную полезную мощность двигателя.

6. Требуется переместить кубик по шероховатой горизонтальной поверхности на некоторое расстояние $L >> a$, где a – длина ребра кубика. Что выгоднее – медленно кантовать кубик через ребро или медленно двигать, прилагая при этом горизонтальную силу? Коэффициент трения между кубиком и поверхностью равен 0,5.

7. Для сжатия пружины на величину l_1 требуется работа 1 Дж, а на величину l_2 – 4 Дж. Какая работа требуется для сжатия пружины на величину $l_1 + l_2$?

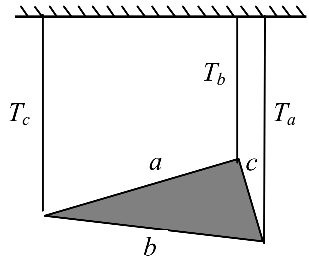
8. Снаряд при взрыве разорвался на два осколка одинаковой массы. Скорости осколков равны 300 м/с и 400 м/с и направлены перпендикулярно друг другу. Найдите скорость снаряда до разрыва.

9. Стальной шарик массой 50 г упал с высоты 1 м на большую плиту, передав ей импульс силы, равный 0,27 Н·с. Определите количество теплоты, выделившейся при ударе, и высоту, на которую поднимается шарик.

10. Две лодки с одинаковой массой 180 кг движутся одна за другой с одинаковой скоростью 2 м/с. Из первой лодки во вторую бросают горизонтально со скоростью 3 м/с относительно первоначальной скорости лодки груз массой 20 кг. Определите скорость второй лодки после переброски груза.

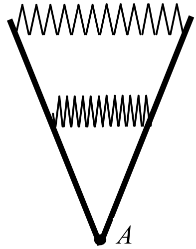
4. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ. МОМЕНТ СИЛЫ И ИМПУЛЬСА. ЦЕНТР МАСС. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

1. Треугольная пластинка массой m со сторонами a, b, c висит в горизонтальном положении на трёх параллельных вертикальных нитях. Чему равны силы натяжения T_a, T_b и T_c нитей?



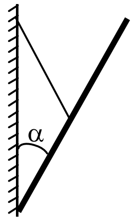
2. Кольцо радиусом R, вращающееся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кольца перпендикулярно его плоскости, плавно опускается на горизонтальную плоскость. Сколько оборотов сделает кольцо до остановки? Коэффициент трения кольца о плоскость равен μ.

3. Концы двух одинаковых стержней соединены шарниром в точке A. Между стержнями вставлены две одинаковые пружины – одна в середине, а другая соединяет противоположные шарниру концы стержней. На сколько процентов деформированы обе пружины по сравнению с их исходными длинами? Изгиб пружин не предусмотрен.



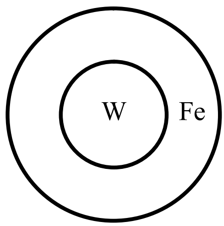
4. Палочке длиной L, лежащей на горизонтальной плоскости, сообщили угловую скорость ω относительно вертикальной оси, проходящей через середину палочки. Коэффициент трения между палочкой и плоскостью равен μ. Через какое время она остановится?

5. Рейка длиной $2l$ и массой m удерживается под углом α к шероховатой вертикальной стене нитью длиной l, прикрепленной к середине рейки. Чему равно натяжение нити?



6. На массивный неподвижный блок радиусом R намотана лёгкая нерастяжимая нить, к свободному концу которой подвешено небольшое тело массой m. В момент $t = 0$ систему предоставили самой себе, и она пришла в движение. Найдите её момент импульса относительно оси блока в зависимости от времени t.

7. Сплошной цилиндр состоит из двух слоёв – внутреннего радиусом r (вольфрам, $\rho_W = 19{,}1$ кг/м^3) и внешнего радиусом $2r$ (железо, $\rho_{Fe} = 7{,}8$ кг/м^3). Как и во сколько раз изменится момент инерции цилиндра относительно его продольной оси, если материалы слоёв поменять местами?



8. Горизонтально расположенное кольцо массой m, с внутренним и внешним радиусами R и $2R$ соответственно, равномерно вращается вокруг вертикальной оси, касаясь её своей внутренней стороной. Наибольшая скорость, которой обладает одна из точек кольца, равна υ. Чему равен момент импульса кольца относительно оси вращения?

9. Найдите момент инерции стержня длиной l = 40 см и массой m = 400 г относительно оси перпендикулярной к нему, проходящей: 1) через один его концов; 2) через его середину; 3) через точку, отстоящую от конца стержня на две его длины.

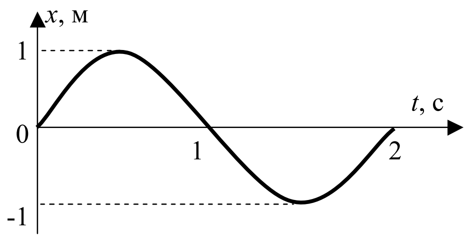
10. Равносторонний треугольник со стороной a = 200 мм и массой 30 г изготовлен из тонкой проволоки. Найдите момент инерции относительно оси, проходящей: 1) через одну из его вершин в плоскости треугольника параллельно стороне, противоположной этой вершине; 2) через одну из сторон треугольника; 3) через ось симметрии.

5. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Шарик массой m = 0,1 кг, подвешенный на пружине жёсткостью k = 40 Н/м, лежит на подставке. Подставку быстро убирают. Какой путь пройдёт шарик за 0,4π секунд после начала колебаний? Считайте, что в начальный момент пружина не деформирована.

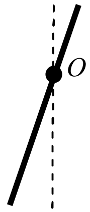
2. Пружинный маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой ω и амплитудой A. Чему равна максимальная мощность, развиваемая силой упругости? Масса груза равна m.

3. На графике изображена зависимость (синусоида) координаты колеблющегося тела от времени. Чему равна максимальная скорость тела?

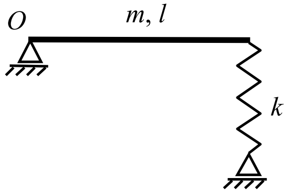


4. Струна массой m колеблется с частотой ν и с амплитудой A в пучности. Чему равна полная энергия колеблющейся струны?

5. Физический маятник представляет собой стержень, колеблющийся относительно перпендикулярной к нему оси O, которая делит стержень в отношении 1:2. Чему равно отношение энергии колебаний нижней части стержня к энергии колебаний верхней части стержня?



6. Стержень массой m, закреплённый на оси в точке O одним концом, другим опирается на пружину жёсткостью k. В положении равновесия стержень расположен горизонтально. Чему равен период малых колебаний стержня?

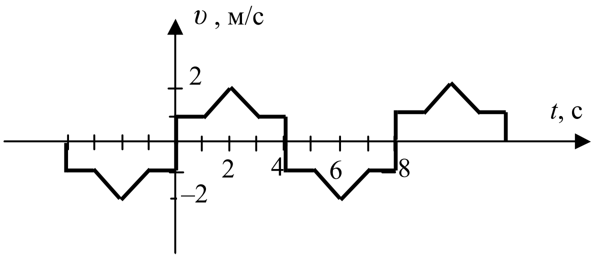


7. Математический маятник подвешен к потолку кабины лифта. Если ускорение лифта направлено вверх, то период колебаний маятника равен T_1. Если лифт движется с таким же по модулю ускорением, направленным вниз, то период колебаний маятника равен T_2. Чему равен период колебаний маятника, если лифт покоится?

8. Материальная точка совершает гармонические колебания. Максимальная скорость точки равна υ_m. Чему равна средняя скорость точки за один период колебания?

9. Груз на пружине совершает гармонические колебания, описываемые уравнением $x(t) = 0{,}05\cos(\pi t/3)$ (м). Какой путь пройдёт груз за 21 с от начала движения?.

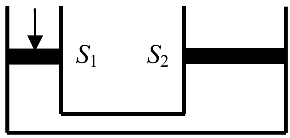
10. Зависимость скорости от времени колеблющегося тела представлена на графике. Определите амплитуду колебаний?



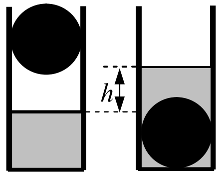
6. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ

1. Аквариум имеет форму параллелепипеда и доверху заполнен водой. Найдите отношение силы давления воды на нижнюю половину боковой стенки к силе давления на верхнюю половину этой же стенки.

2. Гидравлический пресс заполнен жидкостью с плотностью ρ. Какую минимальную работу следует совершить, чтобы, надавливая на поршень сечением S_1, заставить его опуститься на высоту h?

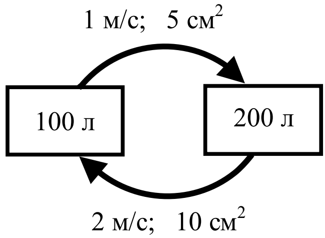


3. В цилиндр с водой ($\rho_В = 10^3$ кг/м^3) опускают шар почти такого же радиуса, плотность материала которого $\rho_Ш = 2\cdot10^3$ кг/м^3. Уровень воды при этом поднялся на h = 5 см. С какой силой шар давит на дно цилиндра?



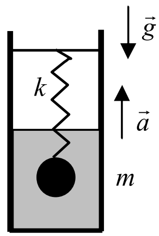
4. Шар массой m и объёмом V падает в жидкости с плотностью ρ с постоянной скоростью u. С какой силой нужно тянуть вверх этот шар, чтобы он поднимался в той же жидкости со скоростью $u_1 = ku$? Сопротивление вязкой жидкости движению шара пропорционально его скорости.

5. Две большие ёмкости частично заполнены жидкостью так, что в первой находится 100 л, а во второй – 200 л. Из первой ёмкости во вторую начинают перекачивать жидкость по трубе сечением 5 см^2 со скоростью 1 м/с, а из второй в первую по трубе сечением 10 см^2 со скоростью 2 м/с. Какая ёмкость опустеет раньше и через какое время?



6. Коробка, имеющая форму параллелепипеда, целиком заполнена водой. Её ставили одной из граней на горизонтальную поверхность и измеряли силы давления воды на все боковые грани. В результате получили шесть различных значений этой силы – F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6. С какой силой жидкость давит на дно коробки?

7. Сосуд с жидкостью находится в лифте, движущимся с ускорением a, направленным вертикально вверх. На пружине жёсткостью k, закреплённой в верхней части сосуда, висит шар массой m. Чему равно удлинение x пружины, если плотность жидкости в два раза меньше плотности материала шара?



8. Шарик, изготовленный из материала с плотностью ρ_1, равномерно падает в вязкой жидкости с плотностью ρ_2 с некоторой скоростью. Снизу равномерно поднимается воздушный пузырек такого же размера. Сила сопротивления в обоих случаях прямо пропорциональна скорости. Чему равно отношение скорости шарика к скорости пузырька?

9. Из трубы сечением S_1 бьёт вертикально вверх струя воды. Найдите сечение струи на высоте h над отверстием трубы. Расход воды из трубы равен Q.

10. Направленная горизонтально струя воды бьёт в вертикальную стенку. С какой силой F струя давит на стенку, если скорость истечения воды $\upsilon = 10$ м/с и вода поступает через трубку сечением $S = 4$ см^2? Считайте, что после удара вода стекает вдоль стенки.

7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

1. Скорость тела возросла на 20%. На сколько процентов при этом уменьшилась его длина?

2. Найдите собственное время жизни частицы, если её скорость отличается от скорости света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с) на 20%, а расстояние, пролетаемое до распада в лабораторной системе отсчёта, равно 300 км.

3. Два стержня одинаковой собственной длины L_0 движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же скоростью υ относительно лабораторной системы отсчёта. Чему равна длина каждого стержня в системе отсчёта, связанной с другим стержнем?

4. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $\upsilon = 0{,}4c$. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β-частицу (электрон) со скоростью $u = 0{,}75c$ относительно ускорителя. Найдите скорость υ_0 частицы относительно движущегося ядра.

5. При скорости частицы υ_0 её импульс равен p_0. Во сколько раз нужно увеличить скорость частицы для того, чтобы её импульс удвоился?

6. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна её энергии покоя?

7. Найдите скорость космической частицы, если её полная энергия в пять раз больше энергии покоя.

8. Покоящаяся частица массой m_1 распадается на две частицы, массы которых m_2 и m_3. Найдите энергию каждой образовавшейся частицы и модули их противоположно направленных импульсов.

9. Ядро массой m, движущееся со скоростью $\upsilon = 0{,}6c$, ударяет в такое же неподвижное ядро. Образуется новое составное ядро. Чему равна скорость составного ядра? Чему равна масса покоя составного ядра?

10. Найдите скорость частицы, кинетическая энергия которой $E_k = 500$ МэВ и импульс $p = 865$ МэВ/c, где c – скорость света.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

ЭЛЕКТРОСТАТИКА, ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ, ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Закон Кулона: $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2}$ или $F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2}$,

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме; r – расстояние между зарядами; ε_0 – электрическая постоянная;

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2} \quad \text{или} \quad \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Ф}}{\text{м}}. \qquad k = 9\cdot 10^9\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Напряжённость: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$,

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q, помещённый в данную точку поля.

Напряжённость электростатического поля:

- *точечного заряда* $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$;
- *равномерно заряженной бесконечной нити* $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$;
- *равномерно заряженной бесконечной плоскости* $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$;
- *равномерно заряженной сферической поверхности*:

– *внутри сферы* $E = 0$,

– *вне сферы* $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$.

Потенциал электростатического поля: $\varphi = \dfrac{W}{q}$ или $\varphi = \dfrac{A_\infty}{q}$,

где W – потенциальная энергия заряда q; A_∞ – работа, совершённая силами поля при перемещении заряда из данной точки поля в бесконечность.

Связь между напряжённостью $\vec{E}$ и потенциалом φ электростатического поля:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi.$$

В случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Электрическое смещение: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$.

Поток вектора напряжённости $d\Phi_E$ через площадку dS:

$$d\Phi_E = EdS\cos\alpha = E_n dS = \vec{E}d\vec{S}.$$

Принцип суперпозиции электростатических полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ или } A_{12} = W_1 - W_2$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда *q* в поле точечного заряда *Q* из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Электроёмкость:

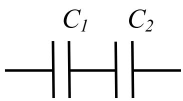
- *уединённого проводника* $C = \dfrac{q}{\varphi}$,
- *конденсатора* $C = \dfrac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$.

Электроёмкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

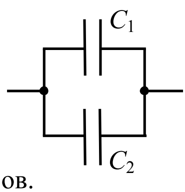
где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами; ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Батарея конденсаторов, соединённых:



- *последовательно*

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}, \quad q = q_1 = q_2, \quad U = U_1 + U_2,$$



- *параллельно*

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i, \quad q = q_1 + q_2, \quad U = U_1 = U_2$$

где C_i – ёмкость i-го конденсатора; n – число конденсаторов.

Энергия:

- *уединённого заряженного проводника* $W=\dfrac{C\varphi^2}{2}=\dfrac{q\varphi}{2}=\dfrac{q^2}{2C}$,
- *системы точечных зарядов* $W=\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{n}q_i\varphi_i$,
- *заряженного конденсатора* $W=\dfrac{CU^2}{2}=\dfrac{qU}{2}=\dfrac{q^2}{2C}$.

Объёмная плотность энергии: $w=\dfrac{W}{V}=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}$

Сила и плотность электрического тока: $I=\dfrac{dq}{dt}$; $j=\dfrac{dI}{dS}$.

Плотность тока в проводнике: $\vec{j}=ne\langle\vec{v}\rangle$,

где $\langle\vec{v}\rangle$ – скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике; n – концентрация зарядов.

Закон Ома:

- *в интегральной форме* $I=\dfrac{U}{R}$;
- *в дифференциальной форме* $\vec{j}=\dfrac{1}{\rho}\vec{E}=\sigma\vec{E}$;
- *для неоднородного участка цепи* $I=\dfrac{\varepsilon+(\varphi_1-\varphi_2)}{R}$;
- *для полной цепи* $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$,

где U – напряжение на участке цепи; R – сопротивление цепи (внешнего участка цепи); r – внутреннее сопротивление; $(\varphi_1-\varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε – ЭДС источника тока цепи; ρ – удельное электрическое сопротивление; σ – удельная проводимость проводника.

Ток короткого замыкания: $I_{\text{КЗ}}=\dfrac{\varepsilon}{r}$.

Коэффициент полезного действия источника тока:

$$\eta=\frac{P}{P_0} \text{ или } \eta=\frac{R}{R+r} \text{ или } \eta=\frac{U}{\varepsilon} \text{ или } \eta=\frac{1}{1+r/R}.$$

где P – полезная мощность; P_0 – полная мощность.

Сопротивление R однородного цилиндрического проводника:

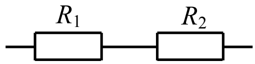
$$R = \rho \frac{l}{S};$$

где S – площадь поперечного сечения проводника; l – его длина.

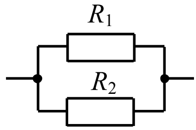
Соотношения между величинами:

- *при последовательном соединении проводников*

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i, \quad I = I_1 = I_2, \quad U = U_1 + U_2;$$



- *при параллельном соединении проводников*



$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}, \quad I = I_1 + I_2, \quad U = U_1 = U_2;$$

Зависимость удельного сопротивления ρ от температуры:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где α – температурный коэффициент электрического сопротивления.

Закон Джоуля–Ленца:

- *в интегральной форме* $dQ = IUdt = \frac{U^2}{R} dt = I^2 R dt;$
- *в дифференциальной форме* $\frac{dw}{dt} = \vec{j}\vec{E} = \sigma E^2 = \frac{E^2}{\rho}.$

Правила Кирхгофа:

- *первое* $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$
- *второ* $\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_k.$

Закон Био–Савара–Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины $d\vec{l}$ проводника с током I; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведённый от $d\vec{l}$ к точке, в которой определяется магнитная индукция.

Модуль вектора $d\vec{B}$:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i ,$$

где $\vec{B}$ – магнитная индукция результирующего поля; $\vec{B}_i$ – магнитные индукции складываемых полей.

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ и напряжённости $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H} ,$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{b},$$

где b – расстояние от оси проводника.

Магнитная индукция в центре кругового контура с током:

$$B = \mu_0\mu\frac{I}{2R},$$

где R – радиус кругового контура.

Сила Ампера:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right],$$

где $d\vec{F}$ – сила, действующая на элемент длины $d\vec{l}$ проводника с током I, помещённый в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$.

Модуль силы Ампера:

$$dF = IBdl\sin\alpha ,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $d\vec{B}$.

Сила взаимодействия двух бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 :

$$dF = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_1I_2}{b}dl ,$$

где b – расстояние между проводниками; dl – элемент длины проводника.

Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}, \vec{B}\right],$$

где $\vec{F}$ – результирующая сила, действующая на движущийся заряд q, если на него оказывает влияние электрическое поле напряжённостью $\vec{E}$ и магнитное поле с индукцией $\vec{B}$.

Модуль магнитной составляющей силы Лоренца:

$$F = q\, v\, B \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$):

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k,$$

где μ_0 – магнитная постоянная; $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_l = B\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{B}$ на направление касательной к контуру L произвольной формы (с учётом выбранного направления обхода); α – угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$; $\sum_{k=1}^{n} I_k$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего *N* витков:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l},$$

где l – длина соленоида.

Магнитная индукция поля внутри тороида (в вакууме):

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадку *dS*:

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

где $d\vec{S} = dS\vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке; B_n – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к площадке.

Потокосцепление (полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида):

$$\Psi = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S,$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле:

$$dA = I d\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересечённый движущимся проводником.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле:

$$dA = I d\Phi',$$

где $d\Phi'$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

Магнитный момент контура с током:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где $\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током; I – сила тока; S площадь контура с током; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности контура.

Модуль вектора магнитной индукции:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m},$$

где $M_{\max}$ – максимальный вращающий момент, действующий на контур.

Механический момент, действующий на контур с током, помещённый в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right],$$

где $\vec{B}$ – магнитная индукция;

Вектор намагниченности:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V} \vec{p}_{m_i},$$

где ΔV – бесконечно малый объём, в окрестности некоторой точки магнетика; $\vec{P}_m = \sum \vec{p}_{m_i}$ – магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул.

Связь между намагниченностью $\vec{J}$ и напряжённостью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

Связь магнитной проницаемости μ с магнитной восприимчивостью χ: $\mu = 1 + \chi$.

Связь между векторами $\vec{B}$, $\vec{H}$, $\vec{J}$:

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{J}\right),$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$):

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0\left(I + I'\right),$$

где $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура L; B_l – проекция вектора $\vec{B}$ на направление $d\vec{l}$ контура произвольной формы; I и I'– соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых заданным контуром.

Теорема о циркуляции вектора напряжённости магнитного поля:

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I ,$$

где I – алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемых контуром L.

Закон Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где ε_i – ЭДС индукции.

ЭДС индукции, возникающая в рамке площадью *S* при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией *B*:

$$\varepsilon_i = BS\omega\sin\omega t,$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки.

Магнитный поток, создаваемый током *I* в контуре с индуктивностью *L*:

$$\Phi = LI .$$

ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d\Phi_c}{dt} \quad \text{или} \quad \varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура; I – сила тока.

Индуктивность соленоида:

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

где N – число витков соленоида; l – его длина.

Энергия магнитного поля:

$$W_L = \frac{L I_m^2}{2},$$

где I_m – максимальное значение тока.

Объёмная плотность энергии:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

Зависимость силы тока в катушке с сопротивлением *R* от времени при отключении источника тока:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \text{ или } I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где $\tau = \dfrac{L}{R}$ – постоянная времени цепи; I – мгновенное значение тока; I_0 – ток источника.

Зависимость силы тока в катушке с сопротивлением *R* от времени при подключении источника тока:

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

Уравнение гармонических колебаний в контуре:

$$q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q_m – амплитуда заряда; $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная круговая частота колебаний в идеальном контуре; φ_0 – начальная фаза.

Период колебаний:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Полная энергия электромагнитных колебаний в контуре:

$$W = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{L I_m^2}{2} = \frac{C U_m^2}{2},$$

где I, U – текущие значения силы тока и напряжения; I_m, U_m – максимальные значения тока и напряжения.

Скорость света в среде: $\upsilon = \dfrac{c}{n}$,

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды

Оптическая длина пути: $L = nS$,

где S – геометрическая длина пути световой волны.

Оптическая разность хода: $\Delta = L_2 - L_1$.

Условие интерференционного максимума:

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \; m = 0,1,2,\ldots$$

Условие интерференционного минимума:

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \; m = 1,2,\ldots,$$

где λ_0 – длина световой волны в вакууме.

Оптическая разность хода в тонких плёнках:

- *в проходящем свете* $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$,
- *в отражённом свете* $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \dfrac{\lambda_0}{2}$,

где d – толщина плёнки; n – показатель преломления плёнки; α – угол падения света.

Радиусы колец Ньютона:

- *светлых в проходящем свете или тёмных в отражённом свете*

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}, \; m = 1, 2,\ldots,$$

- *тёмных в проходящем свете или светлых в отражённом*

$$r_m = \sqrt{(2m-1)\lambda R/2}, \; m = 1, 2,\ldots,$$

где R – радиус кривизны линзы; λ – длина световой волны в среде.

Радиусы зон Френеля:

- *для сферической волны* $\rho_k = \sqrt{\dfrac{ab}{a+b}m\lambda}$, $m = 1, 2,\ldots,$
- *для плоской волны* $\rho_k = \sqrt{bm\lambda}$, $m = 1, 2,\ldots,$

где a – радиус волновой поверхности; b – кратчайшее расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения; m – номер зоны Френеля; λ – длина волны.

Дифракция света на дифракционной решётке при нормальном падении лучей:

***Условие главных максимумов интенсивности*:**

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda, \ \ k = 0, 1, 2, 3, \ldots,$$

где d – период (постоянная) решётки; k – номер главного максимума; φ – угол между нормалью к поверхности решётки и направлением дифрагированных волн.

***Разрешающая сила дифракционной решётки*:**

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решётки; N – число штрихов решётки; k – порядковый номер дифракционного максимума.

***Угловая дисперсия дифракционной решётки*:**

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}.$$

Закон Брюстера:

$$\mathrm{tg}\,\alpha_B = n_{21},$$

где α_B – угол падения, при котором отражённая световая волна полностью поляризована; n_{21} – относительный показатель преломления.

Закон Малюса:

$$I = I_0\cos^2\varphi,$$

где I – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; φ – угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

Степень поляризации света:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

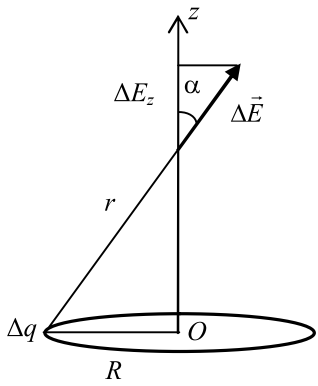
где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

ПРИМЕРЫ ОФОРМЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Тонкое равномерно заряженное кольцо имеет радиус R. Найдите расстояние между точками, расположенными на оси кольца, в которых напряжённость электростатического поля максимальна.

Решение задачи:

Обозначим заряд кольца q и найдём зависимость напряжённости $E(z)$ электростатического поля на оси кольца от расстояния z. Напряжённость ΔE, созданная элементарным зарядом Δq, равна $\Delta E = k\dfrac{\Delta q}{r^2}$, а её проекция на ось z равна $\Delta E_z = k\dfrac{\Delta q}{r^2}\cos\alpha$. Учитывая, что $\cos\alpha = \dfrac{z}{r}$, и суммируя по всем элементарным зарядам, получим $E_z = k\dfrac{qz}{r^3}$.



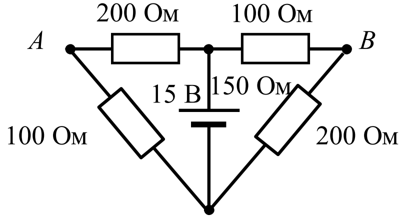
Согласно теореме Пифагора $r^2 = R^2 + z^2$, поэтому $E_z = k\dfrac{qz}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$.

Координату z, при которой напряжённость E_z достигает наибольшего значения, можно найти с помощью производной:

$$E'_z = k\frac{q\left(\left(R^2+z^2\right)^{3/2} - z\left(\frac{3}{2}\left(R^2+z^2\right)^{1/2}2z\right)\right)}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}} = k\frac{q\left(R^2+z^2-3z^2\right)}{\left(R^2+z^2\right)} = k\frac{q\left(R^2-2z^2\right)}{\left(R^2+z^2\right)}.$$

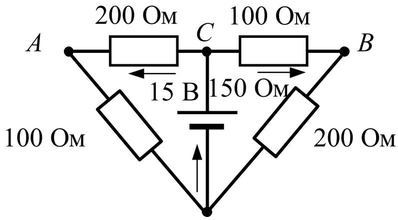
В точке экстремума производная должна равняться нулю. Решая уравнение $\left(R^2-2z^2\right)=0$, получим $z=\sqrt{2}R$. Таким образом расстояние между точками, расположенными на оси кольца, в которых напряжённость электростатического поля максимальна, равна $2\sqrt{2}R$.

Пример 2. Чему равна разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ в схеме, изображённой на рисунке? ЭДС источника ε = 15 В, его внутреннее сопротивление 150 Ом. Сопротивления резисторов указаны на схеме.



Решение задачи:

Принимая во внимание величины сопротивлений, делаем вывод, что общие сопротивления правой и левой ветви равны по 300 Ом, а общее сопротивление всей внешней цепи равно $R = 150$ Ом. Тогда ток через источник, с учётом его внутреннего сопротивления ($r = 150$ Ом), равен



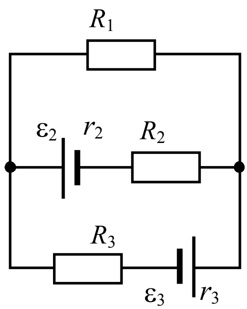
$$I = \frac{U}{R+r} = \frac{15}{150+150} = 0{,}05 \text{ А}.$$

Этот ток делится в точке C на два равных тока по 0,025 А, текущих в противоположных направлениях через верхние резисторы 200 Ом и 100 Ом, создавая на них падения напряжения 5 В и 2,5 В соответственно.

Таким образом $\varphi_A - \varphi_C = -5$ В, а $\varphi_C - \varphi_B = 2{,}5$ В.

Поэтому $\varphi_A - \varphi_B = -5+2{,}5 = -2{,}5$ В.

Пример 3. Два источника тока с ЭДС ε_2, ε_3 и внутренними сопротивлениями r_2, r_3 включены в цепь, как показано на схеме. Определите силы токов, текущих в резисторах R_1, R_2, R_3, если известно, что $\varepsilon_2 = 25$ В, $\varepsilon_3 = 10$ В, $r_2 = 10$ Ом, $r_3 = 20$ Ом, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 180$ Ом.

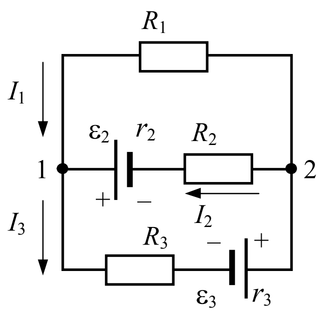


Решение задачи:

Силы токов в разветвлённой цепи определяются с помощью законов Кирхгофа. Чтобы найти три значения силы токов, следует составить три уравнения.

Перед составлением уравнений, во-первых, выберем произвольно направления токов, текущих через резисторы, указав их стрелками на схеме, и, во-вторых, выберем направление обхода контуров.

Выберем направления токов, как они показаны на схеме и условимся обходить контуры по часовой стрелке.



Рассматриваемая в задаче схема имеет два узла: 1 и 2, но составлять уравнение по первому закону Кирхгофа следует только для одного узла, например 1, так как уравнение, составленное для второго узла, будет следствием первого уравнения.

При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа необходимо соблюдать правило знаков: ток, подходящий к узлу, входит в уравнение со знаком плюс; ток, отходящий от узла, – со знаком минус.

По первому закону Кирхгофа для узла 1 имеем

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0\,. \tag{1}$$

Недостающие два уравнения получим по второму закону Кирхгофа. Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму закону Кирхгофа, также меньше числа контуров (в нашем случае контуров три, а независимых уравнений два). Чтобы найти необходимое число независимых уравнений, следует придерживаться правила: выбирать контуры таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо соблюдать следующее правило знаков:

а) если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контуров, то соответствующее произведение IR входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае произведение IR входит в уравнение со знаком минус,

б) если ЭДС действует в направлении обхода контура, т.е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника, то соответствующая ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус.

По второму закону Кирхгофа имеем соответственно для контуров 1-R_1-2-R_2-r_2-1, 1-r_2-R_2-2-r_3-R_3-1:

$$-I_1R_1 + I_2R_2 + I_2r_2 = \varepsilon_2\,, \tag{2}$$

$$-I_2r_2 - I_2R_2 - I_3r_3 - I_3R_3 = -\varepsilon_2 - \varepsilon_3\,. \tag{3}$$

Подставив значения сопротивлений и ЭДС в равенства (1) – (3), получим систему уравнений:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0\,, \tag{1*}$$

$$-I_1 100 + I_2 50 = 25\,, \tag{2*}$$

$$-I_2 50 - I_3 200 = -35\,, \tag{3*}$$

решать которую можно двумя способами, подстановкой или методом определителей (детерминантов).

Первый способ. Из уравнений (2^*) и (3^*) выводим токи I_1 и I_3:

$$I_1 = \frac{-25 + 50I_2}{100}\,, \tag{2′}$$

$$I_3 = \frac{35 - 50I_2}{200}\,. \tag{3′}$$

Подставляя выведенные токи I_1 и I_3 в уравнение (1), решаем его и находим I_2:

$$\frac{-25+50I_2}{100}+I_2-\frac{35-50I_2}{200}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-50+100I_2+200I_2-35+50I_2}{200}=0$$

$$\frac{-85+350I_2}{200}=0 \quad \Rightarrow \quad 350I_2=85 \quad \Rightarrow \quad I_2=0{,}243 \text{ А.}$$

Найденный ток I_2 подставляем в уравнение (2′) и находим ток I_1

$$I_1=\frac{-25+50I_2}{100}=\frac{-25+50\cdot 0{,}243}{100}=-0{,}129 \text{ А.}$$

Подставляем найденные токи I_1 и I_2 в уравнение (1) и получим ток I_3

$$I_3=I_1+I_2=-0{,}129+0{,}243=0{,}114 \text{ А.}$$

Знак минус у силы тока I_1 означает, что при произвольном выборе направлений токов, указанных на схеме, ток I_1 был направлен противоположно истинному.

Второй способ. Перепишем систему уравнений (1^*) – (3^*) с подставленными в неё значениями сопротивлений и ЭДС ещё раз, подставляя вместо отсутствующих токов нули, получим

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0, \qquad (1'')$$

$$-I_1 100 + I_2 50 + 0 = 25, \qquad (2'')$$

$$0 - I_2 50 - I_3 200 = -35, \qquad (3'')$$

Запишем эту систему уравнений в матричном виде:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -100 & 50 & 0 \\ 0 & -50 & -200 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ -35 \end{pmatrix},$$

где A – основная матрица системы, её элементами являются коэффициенты при неизвестных токах; B – матрица столбец свободных членов (ЭДС).

Запишем и вычислим главный определитель Δ матрицы A системы уравнений (1″) – (3″), а также определители $\Delta_{I_1}, \Delta_{I_2}, \Delta_{I_3}$, полученные заменой соответствующих столбцов определителя Δ столбцами матрицы B:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -100 & 50 & 0 \\ 0 & -50 & -200 \end{vmatrix}=-10\,000+0-5000-0+20\,000-0=-35\,000;$$

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 25 & 50 & 0 \\ -35 & -50 & -200 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 1250 - 1750 + 5000 - 0 = 4500;$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -100 & 25 & 0 \\ 0 & -35 & -200 \end{vmatrix} = -5000 + 0 - 3500 - 0 - 0 - 0 = -8500;$$

$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -100 & 50 & 25 \\ 0 & -50 & -35 \end{vmatrix} = -1750 + 0 + 0 - 0 + 1250 - 3500 = -4000.$$

Неизвестные значения токов определим из выражений:

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{4500}{-35000} = -0{,}129 \text{ А}, \quad I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{-8500}{-35000} = 0{,}243 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta} = \frac{-4000}{-35000} = 0{,}114 \text{ А}.$$

Ответ: $I_1 = -0{,}129$ А, $I_2 = 0{,}243$ А, $I_3 = 0{,}114$ А.

Пример 4. За время $t_1 = 20$ с при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума в проводнике сопротивлением $R = 5$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 4$ кДж. Определите скорость нарастания силы тока в проводнике.

Решение задачи:

Количество тепла, которое выделяется в проводнике при прохождении через него тока за время dt определяется как $dQ = I^2 R dt$.

Ток зависит от времени линейно, т.е. $I = I_1 + kt$, где $k = \dfrac{I_2 - I_1}{t_1}$.

Тогда полная теплота, выделившаяся за время t_1 равна интегралу

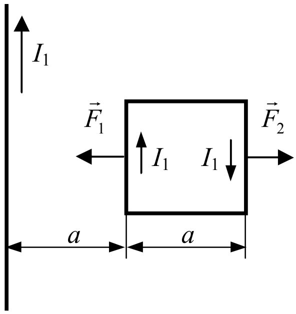
$$Q = \int dQ = \int_0^{t_1} I^2 R\, dt = \int_0^{t_1} (I_1 + kt)^2 R\, dt = \left(I_1^2 t_1 + 2kI_1 \frac{t_1^2}{2} + k^2 \frac{t_1^3}{3} \right) R.$$

При $I_1 = 0$, полная теплота равна $Q = k^2 \dfrac{t_1^3}{3} R$. Тогда $k = \sqrt{\dfrac{3Q}{t^3 R}}$.

Подставив численные значения, получим скорость нарастания силы тока в проводнике $k = \sqrt{\dfrac{3 \cdot 4000}{(20)^3 5}} = 0{,}55$ А/с.

Пример 5. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две её стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой I = 200 А. Определите силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном её длине.

Решение задачи:



Сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины каждого из параллельных проводников, пропорциональна величинам токов в них I_1 и I_2 и обратно пропорциональна расстоянию b между ними: $F_{ед} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{b}$.

Тогда на провод длиной a, находящийся на расстоянии a от бесконечного провода будет действовать сила $F_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}a = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}$.

На провод длиной a, находящийся на расстоянии $2a$ от бесконечного провода, также будет действовать сила $F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{2a}a = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}$.

Тогда суммарная сила из-за противоположного направления будет равна $F = F_1 - F_2$. Отсюда $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} - \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}$.

Подставив численные значения, получим

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200}{4\pi} = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{Н} = 4\ \text{мН}.$$

Ответ: F = 4 мН.

Пример 6. Рамка из провода сопротивлением R = 0,04 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 0,6 Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки S = 200 см^2. Определите заряд q, который протечёт по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 45°; 2) от 45 до 90°.

Решение задачи:

Согласно закону Фарадея ЭДС, самоиндукции равна $\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, откуда $\Delta\Phi = \varepsilon_i \Delta t$.

По закону Ома известно $\varepsilon = IR$.

Ток, проходящий по рамке равен отношению заряда к времени $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$. Отсюда $\varepsilon = R\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$. Тогда $\Delta\Phi = \varepsilon_i \Delta t = R\dfrac{\Delta q}{\Delta t}\Delta t = R \cdot \Delta q$. Окончательно, изменение заряда при изменении магнитного потока $\Delta q = \dfrac{\Delta\Phi}{R}$.

Магнитный поток, определяется как $d\Phi = BdS\cos(\vec{B}\hat{}\vec{n})$ или $\Phi = BS\cos\alpha$, где α – угол между нормалью $\vec{n}$ к рамке и линиями индукции $\vec{B}$. При изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции изменение потока будет равно $\Delta\Phi = BS(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. Отсюда, изменение заряда определим по формуле $\Delta q = \dfrac{\Delta\Phi}{R} = \dfrac{BS(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}{R}$.

Подставляя числовые значения получим:

– для первого случая

$$\Delta q_1 = \frac{0{,}6 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \cdot (\cos 0° - \cos 45°)}{0{,}04} = 87{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

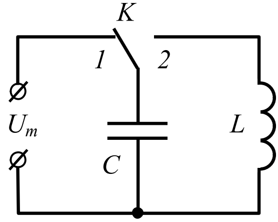
– для второго случая

$$\Delta q_2 = \frac{0{,}6 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \cdot (\cos 45° - \cos 90°)}{0{,}04} = 212 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

Ответ: $\Delta q_1 = 87{,}90 \cdot 10^{-3}$ Кл, $\Delta q_2 = 212 \cdot 10^{-3}$ Кл.

Пример 7. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью C, катушки индуктивности L и ключа K. В положении 1 ключа K конденсатор зарядили до напряжения U_m и затем в момент $t = 0$ ключ переключили в положение 2. Определите: 1) ток в контуре как функцию времени $I(t)$; 2) ЭДС самоиндукции в катушке в моменты, когда электрическая энергия конденсатора оказывается равной энергии тока в катушке. Сопротивление катушки считать пренебрежимо малым.

Решение задачи:



1. Для колебательного контура запишем дифференциальное уравнение и его решение

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = 0, \quad q(t) = q_m\cos(\omega t).$$

Учитывая, что $I = \dfrac{dq}{dt}$, получим $L\dfrac{dI}{dt} + \dfrac{q}{C} = 0$,

а его решение имеет вид $I(t) = I_m\sin(\omega t)$, где $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – круговая частота.

Из равенства энергий $L\frac{I_m^2}{2}=C\frac{U_m^2}{2}$ найдём амплитудное значение тока по формуле $I_m=U_m\sqrt{\frac{C}{L}}$. Тогда $I(t)=U_m\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$.

2. ЭДС самоиндукции в катушке имеет вид $\varepsilon_{si}=-L\frac{dI}{dt}=-L\frac{d^2q}{dt^2}$. С учётом полученного тока в контуре как функции времени $I(t)$ запишем ЭДС:

$$\varepsilon_{si}(t)=U_m\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

Для момента, когда электрическая энергия конденсатора оказывается равной энергии тока в катушке, имеем $L\frac{I_m^2}{2}=\frac{q_m^2}{2C}$ или $L\frac{I_m^2}{2}=2L\frac{I^2(t)}{2}$.

Отсюда $I(t)=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=I_m\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$. Тогда момент времени $t=\frac{\pi\sqrt{LC}}{4}$.

Выразив ЭДС в момент времени t, получим $\varepsilon_m=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$

Пример 8. Линейно поляризованный световой пучок падает на поляризатор, вращающийся вокруг оси пучка с угловой скоростью $\omega = 21$ рад/с. Найдите световую энергию, проходящую через поляризатор за один оборот, если поток энергии в падающем пучке $\Phi_0 = 4$ мВт.

Решение задачи:

В тот момент времени, когда угол между плоскостью поляризации света и плоскостью пропускания поляризатора равен φ, поток световой энергии, прошедший через поляризатор, можно выразить с помощью закона Малюса:

$$\Phi=\Phi_0\cos^2\varphi$$

(при записи этого равенства мы полагаем пропорциональность потока интенсивности света).

При вращении поляризатора угол φ меняется по закону $\varphi = \omega t$. Поэтому величину прошедшей через поляризатор энергии E можно найти с помощью интеграла:

$$E=\int_0^T\Phi(t)dt=\int_0^T\Phi_0\cos^2(\omega t)dt=\Phi_0\int_0^T\left(\frac{1+\cos(2\omega t)}{2}\right)dt=$$

$$=\frac{\Phi_0}{2}\left(t+\frac{1}{2\omega}\sin 2\omega t\right)_0^T=\frac{\Phi_0}{2}T=\frac{\pi\Phi_0}{\omega}=\frac{3{,}14\cdot 4\cdot 10^{-3}}{21}\approx 0{,}6\text{ мДж}.$$

Ответ: $E = 0{,}6$ мДж.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

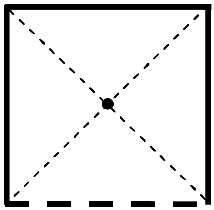
1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Заряженные шарики, находящиеся на расстоянии 2 м друг от друга, отталкиваются с силой 1 Н. Общий заряд шариков $5{\cdot}10^{-5}$ Кл. Как распределён этот заряд между шариками?

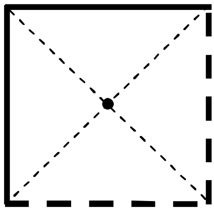
2. Как следует распределить заряд q между двумя неподвижными маленькими (по сравнению с расстоянием между ними) шариками, чтобы сила их электростатического взаимодействия была наибольшей? Ответ обоснуйте.

3. Три точечных положительных заряда q, $2q$ и $3q$ помещены в вершинах куба, длина ребра которого равна a. Определите напряжённость электростатического поля в свободной от зарядов вершине, если заряд q расположен ближе других к этой вершине, а заряд $3q$ – дальше других.

4. Три одинаковых диэлектрических заряженных стержня образуют три стороны квадрата (рис. *а*). Во сколько раз изменится модуль напряжённости электростатического поля в центре квадрата, если правый стержень (рис. *б*) убрать?



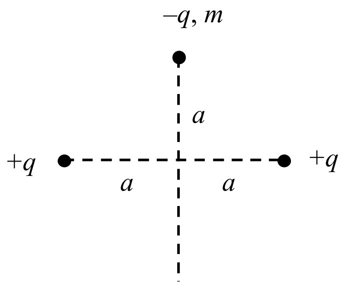
а)



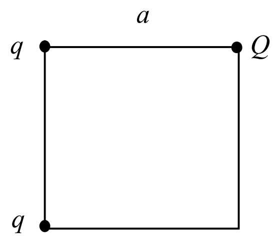
б)

5. Два одинаковых проводящих диска радиусом R каждый, один из которых несёт заряд $+q_1$, а другой несёт заряд $-q_2$, сначала соединяют так, что их оси совпадают, а потом слегка раздвигают вдоль осей. С какой силой взаимодействуют диски после разведения?

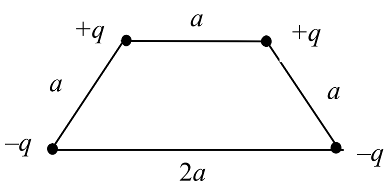
6. Два одинаковых положительных заряда $+q$ закреплены на расстоянии $2a$ друг от друга. Такой же по величине отрицательный заряд $-q$ массой m удерживается в положении, показанном на рисунке. Какую наибольшую скорость может приобрести этот заряд, если его отпустить? (Силу тяжести не учитывайте)



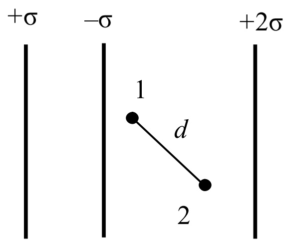
7. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы переместить заряд Q в соседнюю свободную вершину квадрата со стороной a?



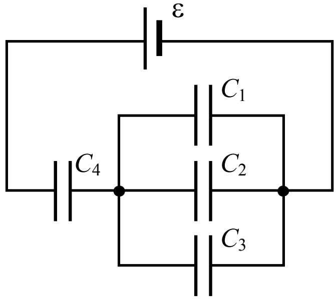
8. Четыре заряда расположены в вершинах трапеции, длины сторон которой указаны на рисунке. Какую работу нужно совершить, чтобы поменять местами положительные заряды с отрицательными?



9. Электростатическое поле образовано тремя параллельными бесконечными заряженными плоскостями. Плотности зарядов указаны на рисунке. Чему равна разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ двух точек, расстояние между которыми равно d, а соединяющий их отрезок составляет с вертикалью угол 45°?

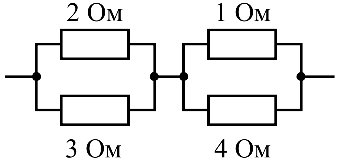


10. Во сколько раз изменится заряд на конденсаторе ёмкостью C_4 при пробое конденсатора ёмкостью C_1? Ёмкости конденсаторов равны: $C_1 = C_2 = 2$ пкФ, $C_3 = C_4 = 4$ пкФ. (При пробое конденсатора обкладки замыкаются накоротко.)

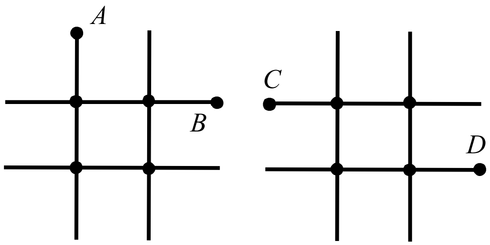


2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1. Чему равна сила тока через резистор сопротивлением 1 Ом, если через резистор сопротивлением 3 Ом течёт ток 2 А?

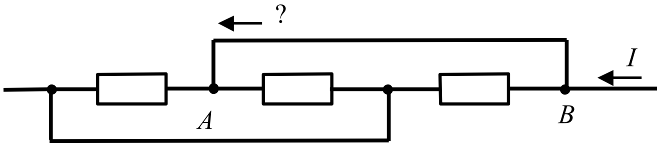


2. В каждой схеме все звенья имеют одинаковые сопротивления, равные R. Найдите сопротивления между точками A и B, C и D.



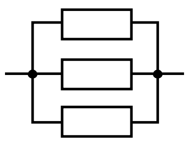
3. Когда внешнее сопротивление в цепи аккумулятора уменьшили на 20%, ток стал больше на 20%. На сколько процентов увеличился ток, если внешнее сопротивление уменьшили на 60%?

4. Какой ток идёт по перемычке AB, если сила тока в неразветвлённой части цепи равна I?

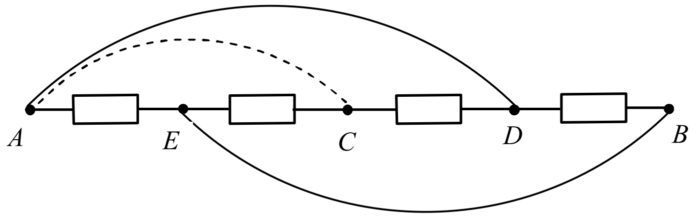


5. При подключении к источнику постоянного тока с ЭДС, равным 12 В, резистора сопротивлением R напряжение на зажимах источника равно 6 В. Каким будет напряжение на зажимах источника, если к нему подключить резистор сопротивлением $2R$?

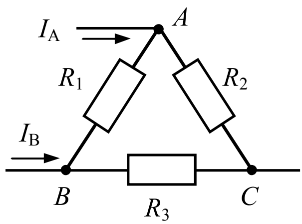
6. В цепи, показанной на рисунке, все три резистора первоначально имеют одинаковые сопротивления. Как изменится сила тока в нижнем резисторе, если сопротивление верхнего резистора увеличится в два раза, сопротивление среднего – уменьшится в два раза, а сопротивление нижнего резистора не изменится? Общий ток в цепи не изменяется.



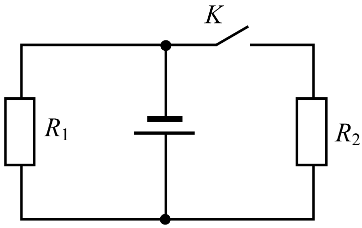
7. На изображённой схеме между узлами AD и BE включены перемычки. Во сколько раз изменится сопротивление цепи между узлами A и B, если перемычку AD заменить перемычкой AC? Все изображённые на схеме резисторы одинаковы.



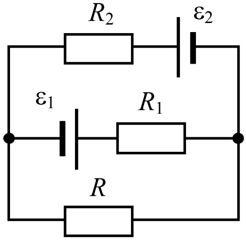
8. На рисунке изображена часть схемы, состоящая из трёх резисторов R_1, R_2 и R_3. Известны токи I_A и I_B, втекающие в два узла схемы. Чему равны токи во всех резисторах, если R_1 = 10 Ом, R_2 = 5 Ом, R_3 = 15 Ом, I_A = 6 А, I_B = 4 А ?



9. В схеме, показанной на рисунке, резисторы имеют сопротивления R_1 = 1 Ом и R_2 = 2 Ом. Определите внутреннее сопротивление батареи, если известно, что при разомкнутом ключе K через резистор сопротивлением R_1 протекает ток I_1 = 2,8А, а при замкнутом ключе K через резистор сопротивлением R_2 протекает ток I_2 = 1 А.



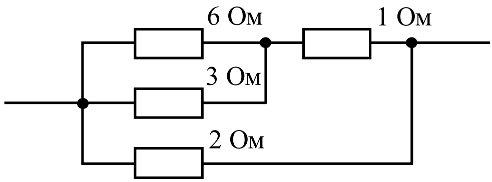
10. Найдите значение и направление тока через резистор сопротивлением R в схеме, если ε_1 = 1,5 В, ε_2 = 3,7 В, R_1 = 10 Ом, R_2 = 20 Ом, R = 5,0 Ом. Внутренние сопротивления источников тока пренебрежимо малы.



3. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА

1. Батарея состоит из параллельно соединённых между собой одинаковых элементов с внутренним сопротивлением $r = 1{,}4$ Ом и ЭДС $\varepsilon = 3{,}5$ В каждый. При токе во внешней цепи $I = 1$ А полезная мощность батареи равна $P = 3{,}3$ Вт. Сколько элементов в батарее?

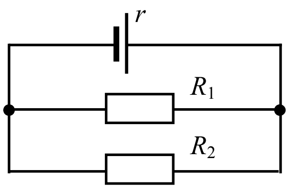
2. На рисунке изображён участок цепи. На каком из резисторов при протекании тока тепловая мощность будет наибольшей?



3. Заряженный конденсатор замкнули на резистор. К тому времени, когда конденсатор полностью разрядился, на резисторе выделилось количество теплоты Q. Какое количество теплоты выделилось на резисторе к тому моменту, когда сила тока уменьшилась в 2 раза?

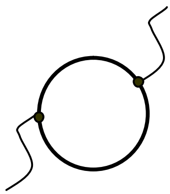
4. На аноде электронной лампы за счёт кинетической энергии электронов выделилось 20 Дж тепла за 20 минут. Определите скорость движения электронов в лампе, если анодный ток 8 мА.

5. Для схемы, изображённой на рисунке, мощность, выделяемая на резисторе сопротивлением R_1, не меняется при изменении величины сопротивления R_2 второго резистора. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

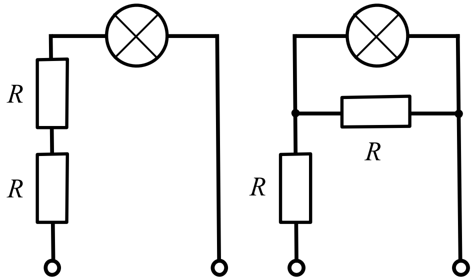


6. Чему равна сила тока короткого замыкания, если при замыкании источника на один резистор при силе тока I_1 и на другой резистор при силе тока I_2 на них выделяется одинаковая мощность?

7. Из проволоки сделали кольцо. Где следует подсоединить к кольцу подводящие провода, чтобы мощность, выделяемая при протекании тока, была максимальной?

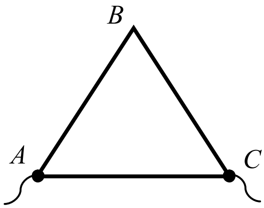


8. Лампочка и два одинаковых резистора сопротивлением R каждый подсоединили к источнику напряжения двумя способами, как показано на рисунке. В обоих случаях накал лампочки одинаков. Чему равно сопротивление лампочки?



9. Две электрические лампочки, на которых указаны их мощности $P_1 = 100$ Вт и $P_2 = 200$ Вт, включены последовательно в сеть с постоянным напряжением 220 В. Какая мощность будет выделяться на каждой лампочке? Изменение сопротивления при нагреве не учитывайте.

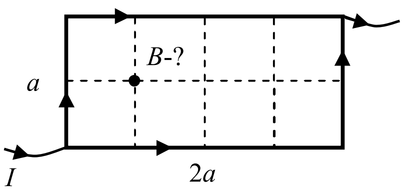
10. Нагреватель в форме равностороннего треугольника из проволоки подключён в узлах A и C к источнику питания и раскаляется так, что яркость всех его элементов одинакова. Как относится диаметр проволоки на участке AC к диаметру проволоки на участке ABC? Материал проволоки на всех участках одинаковый.



4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

1. Три шарнирно соединённых стержня сечением S образуют равносторонний треугольник со стороной l, по которому идёт ток I. Индукция B однородного магнитного поля перпендикулярна плоскости треугольника. Чему равны нормальные напряжения σ в стержнях?

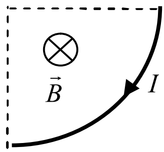
2. По прямоугольной рамке, изготовленной из одинаковой проволоки, идёт ток. Найдите модуль магнитной индукции в отмеченной точке. Размеры рамки и положение точки указаны на рисунке. Пунктирные линии делят рамку на равные части.



3. Частица, обладающая положительным зарядом q, движется со скоростью υ по окружности в магнитном поле, вектор индукции $\vec{B}$ которого перпендикулярен плоскости окружности. Чему равен модуль среднего значения силы Лоренца, действующей на частицу, за время, равное половине периода вращения?

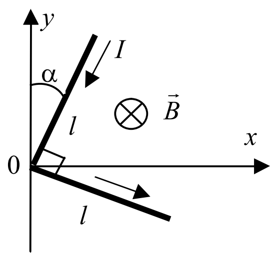
4. Катушка, по виткам которой течёт ток, вертикально стоит на плоскости. Общий вес катушки P, число витков N, радиус окружности R, ток в витках I. При какой горизонтально направленной индукции однородного магнитного поля катушка под действием этого поля опрокинется?

5. По проводу, имеющему форму четверти окружности радиусом R, течёт ток I. Индукция B однородного магнитного поля перпендикулярна плоскости расположения провода. Чему равна результирующая сила, действующая на провод?



6. В вакууме с большой высоты без начальной скорости падает тело массой m, имеющее заряд q. Вектор $\vec{B}$ индукции однородного магнитного поля направлен горизонтально. Чему равна установившаяся скорость υ тела? На какое расстояние H по вертикали опускается тело при достижении установившейся скорости?

7. Проводник с током I, изогнутый под прямым углом с длинами сторон l, находится в однородном магнитном поле, индукция которого $\vec{B}$ перпендикулярна плоскости проводника. Одна из сторон проводника составляет угол α с осью y. Чему равна проекция результирующей силы, действующей на проводник с током, на ось x?



8. Проводящая перемычка массой $m = 15$ г может скользить без трения по двум параллельным горизонтальным проводам, расположенным на расстоянии $l = 0{,}25$ м друг от друга в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}06$ Тл. К концам проводов подключают конденсатор ёмкостью $C = 2{,}5$ Ф, заряженный до напряжения $U = 5$ В. Какую скорость приобретёт перемычка к моменту полного разряда конденсатора? Какое количество тепла выделится при этом в цепи?

9. Непроводящий тонкий диск радиусом R, равномерно заряженный с одной стороны с поверхностной плотностью σ, вращается вокруг своей оси (перпендикулярной плоскости диска) с угловой скоростью ω. Найдите: а) индукцию магнитного поля в центре диска; б) магнитный момент диска.

10. Диэлектрический цилиндр закреплён вертикально на гладкой горизонтальной непроводящей плоскости. Вектор индукции однородного магнитного поля направлен вдоль оси цилиндра. Касаясь стенок цилиндра

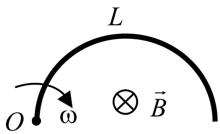
скользит маленький заряженный шарик. Если «выключить» магнитное поле, сила взаимодействия шарика со стенками цилиндра уменьшится в 1,5 раза. Во сколько раз уменьшится сила взаимодействия шарика со стенками цилиндра, если изменить направление вектора магнитной индукции на противоположное? Скорость шарика во всех случаях одинакова.

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

1. В одной плоскости расположены две квадратные рамки, изготовленные из одной и той же проволоки, причем на меньшую рамку пошло вполовину меньше провода. Сила тока, наведенная в большей рамке при изменении магнитного поля, составляет 2 А. Какова сила тока, наведенная в меньшей рамке?

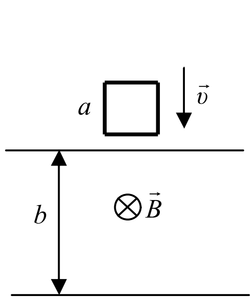
2. По проволочному контуру, имеющему форму равностороннего треугольника, течёт ток, создавая в центре треугольника индукцию B . Чему будет равна индукция в центре кольца, изготовленного из этой же проволоки при той же силе тока?

3. Проводящий стержень длиной L, изогнутый в виде дуги полуокружности, вращается с угловой скоростью ω в магнитном поле вокруг оси, проходящей через конец стержня перпендикулярно его плоскости. Индукция $\vec{B}$ однородного магнитного поля направлена вдоль оси вращения. Чему равна ЭДС индукции, возникающая в стержне?



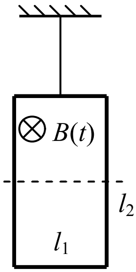
4. На гладких горизонтальных параллельных рельсах, расстояние между которыми $l = 1{,}5$ м, находится проводящий стержень массой $m = 50$ г. Рельсы соединены с конденсатором, ёмкость которого $C = 0{,}4$ Ф, и находятся в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Определите работу, которую надо совершить, чтобы разогнать стержень до скорости $\upsilon = 5$ м/с.

5. Квадратную рамку со стороной $a = 2$ мм перемещают с постоянной скоростью $\upsilon = 10$ см/с через область шириной $b = 1$ см, в которой имеется магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл. Сопротивление рамки $R = 0{,}02$ Ом. Постройте график зависимости от времени ЭДС индукции, возникающей в рамке при её движении. Какое количество теплоты выделится в рамке за время перемещения?



6. Проволочное кольцо диаметром d, имеющее сопротивление R, помещено в однородное магнитное поле, перпендикулярное его плоскости. Магнитная индукция увеличивается линейно за время t_1 от нуля до значения B и затем линейно уменьшается до нуля за время t_2. Какое количество теплоты выделится за это время в кольце?

7. Прямоугольная рамка со сторонами $l_1 = 10$ см и $l_2 = 20$ см подвешена на непроводящей нити и наполовину находится в однородном магнитном поле, индукция которого увеличивается с постоянной скоростью $\Delta B/\Delta t = 5$ Тл/с. Сопротивление единицы длины проводника $\rho' = 1$ Ом/м. Определите натяжение нити через $\tau = 0{,}3$ с после включения магнитного поля. Силой тяжести пренебречь.



8. Проволочный виток находится в однородном магнитном поле так, что ось витка совпадает с направлением индукции $\vec{B}$. Радиус витка меняется по закону $r(t) = r_0(2 + \cos \omega t)$. Найдите среднее за период значение модуля ЭДС индукции в витке.

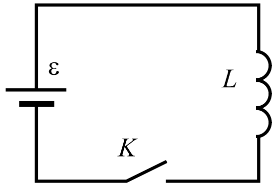
9. В цилиндрическом сердечнике радиусом R создано однородное магнитное поле, направленное вдоль оси цилиндра. Индукция магнитного поля изменяется со временем по закону $B = kt$. Найдите напряжённость E вихревого электрического поля на расстоянии r от оси цилиндра.

10. Тонкое проводящее кольцо помещено в магнитное поле $\vec{B}$, перпендикулярное плоскости кольца. Радиус кольца увеличивается с постоянной скоростью υ. Определите зависимость силы тока в кольце от времени, если в начальный момент сопротивление кольца R_0, а радиус кольца r_0. Плотность и проводимость материала кольца при растяжении не меняются.

6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

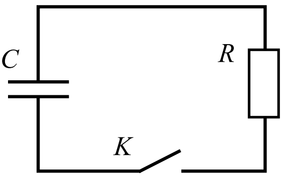
1. В идеальном колебательном контуре происходят колебания, при которых максимальное напряжение на конденсаторе равно U_0. В некоторый момент времени напряжение на конденсаторе равно $(1/3)U_0$, в другой – $(2/3)U_0$. Чему равно отношение силы тока в катушке в первый момент времени к силе тока во второй момент?

2. Какой заряд q пройдёт по цепи за время t после замыкания ключа?

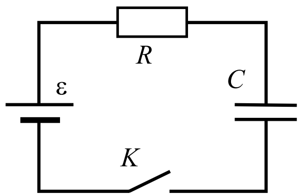


3. В некоторый момент времени напряжение на конденсаторе в идеальном колебательном контуре равно U_1, а ток в катушке – I_1. Чему равно напряжение U на конденсаторе спустя время t? Ёмкость конденсатора C, индуктивность катушки L.

4. Конденсатор ёмкостью C, заряжен до некоторого напряжения. После замыкания ключа K конденсатор начинает разряжаться через резистор сопротивлением R. За какое время на резисторе выделится в виде теплоты половина всей энергии конденсатора?



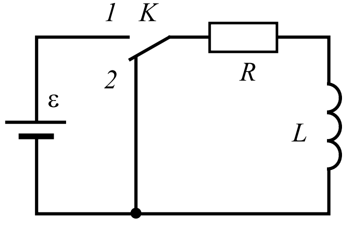
5. В схеме, показанной на рисунке, ЭДС источника 12 В. После замыкания ключа K спустя некоторое время напряжение на конденсаторе стало равно 6 В. Какое напряжение будет на конденсаторе ещё через такое же время?



6. Чему равно отношение энергии магнитного поля катушки к энергии электрического поля конденсатора, спустя время $T/8$ после того, как сила тока в контуре была равна нулю?

7. В колебательном контуре в некоторый момент времени сила тока в катушке составляет 60% от максимального значения. Какую долю (в %) составляет в этот момент напряжение на конденсаторе?

8. После переключения ключа K из положения *1* в положение *2* ток через катушку за некоторое время уменьшился на величину ΔI. Какой заряд прошел через неё за это время?



9. На сколько % изменится длина волны, излучаемой контуром, если ёмкость конденсатора увеличить на 20%, индуктивность катушки уменьшить на 80%, а сам контур переместить из вакуума в воду? Показатель преломления воды $n = 1{,}33$.

10. Длина воздушной линии передачи 200 км. Частота переменного тока 50 Гц. Чему равна разность фаз напряжения в начале и в конце линии?

7. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

1. Расстояние между щелями в опыте Юнга, первоначально равное 1 мм, начинает уменьшаться на 100 мкм за каждую секунду. С какой скоростью увеличивается расстояние между интерференционными полосами на экране спустя 2 с? Длина волны света 500 нм, расстояние от щелей до экрана 1 м.

2. Степень поляризации частично поляризованного света $P = 0{,}25$. Найдите отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

3. Для разложения видимого света в спектр используют дифракционные решётки, число штрихов в которых часто бывает кратно $n = 600$ мм$^{-1}$. Считается, что чем больше n, тем больше дисперсия решётки, т.е. длина спектра больше и это хорошо. Бывают решётки, у которых $n = 600$ мм$^{-1}$, бывают, у которых $n = 1200$ мм$^{-1}$, а таких, у которых $n = 1800$ мм$^{-1}$, не бывает. Почему?

4. Луч света, падая на поверхность клина с углом α нормально, движется вдоль него со скоростью υ. С какой частотой происходит чередование максимумов освещённости в точке падения луча на клин? Длина волны света λ, показатель преломления вещества клина n.

5. Параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм падает нормально на круглое отверстие в непрозрачной стенке диаметром 1 мм. Экран расположен на расстоянии 0,5 м от стенки. Каким (тёмным или светлым) будет центр дифракционной картины на экране?

6. Свет падает нормально на дифракционную решётку, имеющую $n = 600$ мм$^{-1}$. Исследуемый спектр содержит две спектральные линии с $\lambda_1 = 450$ нм и $\lambda_2 = 700$ нм. Сколько всего линий будет наблюдаться на экране?

7. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Коэффициент отражения света равен 0,085. Чему равна степень поляризации преломленного луча?

8. На поверхности стекла находится плёнка воды. На неё падает свет с длиной волны λ = 0,68 мкм под углом $\theta = 30°$ к нормали. Найдите скорость, с которой уменьшается толщина плёнки (из-за испарения), если интенсивность отражённого света меняется так, что промежуток времени между последовательными максимумами отражения Δt = 15 мин.

9. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого можно менять. Расстояние от диафрагмы до источника и экрана равны a = 100 см и b = 125 см. Определите длину волны света, если максимум освещённости в центре дифракционной картины на экране наблюдается при r_1 = 1,00 мм и следующий максимум при r_2 = 1,29 мм.

10. Прозрачная дифракционная решётка имеет период d = 1,5 мкм. Найдите угловую дисперсию D (в угл. мин/нм), соответствующую максимуму наибольшего порядка спектральной линии с λ = 530 нм, если свет падает на решётку нормально.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

СТРОЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Закон Стефана – Больцмана:

$$R = \sigma T^4,$$

где R – энергетическая светимость абсолютно чёрного тела; σ – постоянная Стефана – Больцмана $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4); T – термодинамическая температура.

Закон смещения Вина: $\lambda_{max} = \dfrac{b}{T}$,

где λ_{max} – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; b – постоянная закона смещения Вина ($b = 2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К).

Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости от температуры: $\varphi(\lambda, T)_{max} = C\cdot T^5$,
где C – постоянная ($C = 1{,}30\cdot10^{-5}$ Вт/м$^3\cdot$К^5).

Энергия кванта: $\varepsilon = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda} = \hbar\omega$,

где $h = 2\pi\hbar = 6{,}6\cdot10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка, делённая на 2π.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A_{вых} + \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$,

где $A_{вых}$ – работа выхода электрона из металла; $\dfrac{1}{2}m\upsilon^2$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона; $\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; ν – частота света; ω – круговая частота.

Красная граница фотоэффекта:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_{вых}}; \quad \nu_0 = \frac{A_{вых}}{h},$$

где λ_0 – максимальная длина волны излучений (ν_0 – минимальная частота), при которой ещё возможен фотоэффект.

Давление, производимое светом при нормальном падении:

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho) \text{ или } p = w(1+\rho),$$

где E_e – облучённость поверхности; c – скорость электромагнитного излучения в вакууме; w – объёмная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент отражения.

Масса и импульс фотона: $m = \dfrac{\varepsilon}{c^2} = \dfrac{h}{c\lambda}$; $p = mc = \dfrac{h}{\lambda}$

Правило квантования орбит в теории Бора:

$$L = r_n m_e \upsilon_n = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar, \; (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

где m – масса электрона; r – радиус орбиты; υ – скорость электрона на орбите; n – главное квантовое число.

Энергия, излучаемая атомом: $h\nu = E_{n_1} - E_{n_2}$.

Сериальные формулы спектра водородоподобных атомов:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{c}Z^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad \nu = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где R – постоянная Ридберга ($R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$); ($R' = \dfrac{R}{c} = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$); n_1 – номер уровня (серии), на которую перешёл электрон ($n_1 = 1$ – серия Лаймана, $n_1 = 2$ – серия Бальмера, $n_1 = 3$ – серия Пашена и т.д.); n_2 – номер уровня, с которой перешёл электрон; Z – порядковый номер элемента

Энергия фотона, испускаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое:

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где E_i – энергия ионизации для водорода ($E_i = \hbar R = 13{,}6$ эВ).

Формула де Бройля, выражающая связь длины волны с импульсом *p* движущейся частицы, для двух случаев:

а) *в классическом приближении* ($\upsilon \ll c$; $p = m_0\upsilon$) $\lambda = \dfrac{h}{p}$;

б) *в релятивистском случае* (скорость υ частицы сравнима со скоростью c света в вакууме): $p = m\upsilon = \dfrac{m_0\upsilon}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}$, $\lambda = \dfrac{2\pi\hbar}{m_0\upsilon}\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}$.

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией *T* частицы:

а) *в классическом приближении* $\lambda = \dfrac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0T}}$;

б) *в релятивистском случае* $\lambda = \dfrac{2\pi\hbar c}{\sqrt{T(T+2E_0)}}$,

где E_0 – энергия покоя частицы ($E_0 = m_0c^2$).

Соотношения де Бройля:

$$E = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k},$$

где E – энергия движущейся частицы; $\vec{p}$ – импульс частицы; $\vec{k}$ – волновой вектор $\left|\vec{k}\right| = k = 2\pi/\lambda$; $\hbar$ – постоянная Планка ($\hbar$ = 1,05·10^{-34} Дж·с).

Соотношения неопределённостей:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar,$$

где Δp_x – неопределённость проекции импульса частицы на ось x; Δx – неопределённость её координаты;

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределённость энергии данного квантового состояния; Δt – время пребывания системы в этом состоянии.

Условие нормировки волновой функции: $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1$.

Вероятность *P* обнаружить частицу в интервале от x_1 до x_2:

$$P = \int\limits_{x_1}^{x_2} [\psi(x)]^2 dx,$$

где $[\psi(x)]^2$ – плотность вероятности.

Собственное значение энергии E_n частицы, находящейся на *n* энергетическом уровне в бесконечно глубокой одномерной прямоугольной потенциальной яме:

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

где l – ширина потенциального ящика.

Соответствующая этой энергии собственная волновая функция имеет вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right).$$

Дефект массы ядра: $\Delta m = (Zm_p + (A - Z)m_n) - m_я$,

где A – массовое число; Z – зарядовое число (число протонов в ядре); m_p и m_n – массы протона и нейтрона соответственно; $m_я$ – масса ядра.

Энергия связи: $E_{св} = c^2 \Delta m$,

где c – скорость света в вакууме.

Удельная энергия связи: $\varepsilon_{св} = \dfrac{E_{св}}{A}$

Закон радиоактивного распада: $N = N_0 e^{-\lambda t}$

где N – число нераспавшихся атомов; N_0 – число нераспавшихся атомов в начальный момент времени; λ – постоянная радиоактивного распада.

Период полураспада: $T_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0{,}693/\lambda$.

Число атомов, распавшихся за время *t*: $\Delta N = N_0 - N = N_0\,(1 - e^{-\lambda t})$.

- если промежуток времени $\Delta t << T_{1/2}$ $\quad \Delta N \approx \lambda N \Delta t$.

Активность A изотопа в радиоактивном источнике:

$$A = -dN/dt = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Активность изотопа в начальный момент времени: $A_0 = \lambda N_0$.

Активность изотопа изменяется со временем по тому же закону, что и число нераспавшихся ядер: $A = A_0 e^{-\lambda t}$

Энергия ядерной реакции: $Q = c^2(m_1 + m_2 - \sum m_i')$

где m_1 и m_2 – массы покоя частиц, вступающих в реакцию; $\sum m_i'$ – сумма масс покоя частиц, образовавшихся в результате реакции.

Закон поглощения гамма-излучения веществом:

$$I = I_0 e^{-\mu x} ,$$

где I_0 – интенсивность гамма-излучения на входе в поглощающий слой вещества; I – интенсивность гамма-излучения после прохождения поглощающего слоя вещества толщиной x; μ – коэффициент поглощения.

Относительная молекулярная масса вещества: $M_r = \sum\limits_i n_i A_{r,\ i}$,

где n_i – число атомов i-го химического элемента; $A_{r,\,i}$ – относительная атомная масса элемента.

Связь молярной массы *M* с относительной молекулярной массой *M*$_r$ вещества: $\qquad M = M_r k$,

где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Концентрация: $\qquad n = N/V$,

где V – объём.

Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{\upsilon^2} = \frac{2}{3} n \overline{E_k}$$

где p – давление газа; $\overline{\upsilon^2}$ – среднее значение квадрата скорости движения молекулы; $\overline{E_k}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Закон Дальтона: $p = p_1 + p_2 + \ldots + p_k$,

где p – давление смеси газов; p_i – парциальное давление i-го компонента смеси; k – число газов в смеси.

Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы молекулы: $\overline{E_k} = \frac{i}{2} kT$,

где k – постоянная Больцмана (k = 1,38·10^{-23} Дж/К); i – число степеней свободы.

Уравнение Менделеева-Клапейрона: $pV = \frac{m}{M} RT$,

где m – масса газа; M – его молярная масса; R – газовая постоянная; (R = 8,31 Дж/(моль·К)); T – термодинамическая температура;

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры: $p = nkT$.

Скорость молекул:

- *средняя квадратичная* $\upsilon_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$,
- *средняя арифметическая* $\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$,
- *наиболее вероятная* $\upsilon_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$,

где m_0 – масса одной молекулы.

Распределение Больцмана: $n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$;

где n – концентрация частиц; n_0 – концентрация частиц в точках поля, где потенциальная энергия равна нулю; T – термодинамическая температура.

Барометрическая формула: $p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$,

где p – давление газа; m_0 – масса частицы; M – молярная масса; h – высота точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; p_0 – давление на этом уровне; g – ускорение свободного падения.

Связь между молярной C_m и удельной c теплоёмкостью газа:

$$C_m = cM,$$

где M – молярная масса газа.

Молярные теплоёмкости:

- *изохорная* $C_V = \frac{i}{2} R$;
- *изобарная* $C_p = \frac{i+2}{2} R$,

где i – число степеней свободы.

Уравнение Майера: $C_p - C_V = R.$

Показатель адиабаты: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$.

- *для одноатомного газа* $i = 3$, $\gamma = \frac{5}{3} = 1{,}67$;
- *для двухатомного газа* $i = 5$, $\gamma = \frac{7}{5} = 1{,}4$;
- *для многоатомного газа* $i = 6$, $\gamma = \frac{8}{6} = 1{,}33$.

Работа газа:

- *в общем случае* $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p dV$;
- *при изобарном процессе* (p = const) $A = p(V_2 - V_1)$;
- *при изотермическом процессе* (T = const)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

- *при адиабатном процессе*

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) \text{ или } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right].$$

Внутренняя энергия идеального газа: $U = C_V \nu \cdot T$,
где ν – число молей газа.

Уравнение Пуассона: $pV^{\gamma} = \text{const}$.

Первое начало термодинамики:

- *в общем случае*: $Q = \Delta U + A$,

где Q – количество теплоты, сообщённое газу; ΔU – приращение его внутренней энергии; A – работа, совершаемая газом.

- *в изобарном процессе*

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T ;$$

- *в изохорном процессе* ($A = 0$)

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T ;$$

- *в изотермическом процессе* ($\Delta U = 0$)

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} ;$$

- *в адиабатном процессе* ($Q = 0$)

$$A = -\Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T .$$

Коэффициент полезного действия:

- *в общем случае* $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$,

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом холодильнику.

- *КПД цикла Карно* $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$,

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Изменение энтропии: $\Delta S = S_2 - S_1 = \int\limits_1^2 \dfrac{dQ}{T}$.

Зависимость удельного сопротивления полупроводника от температуры:

$$\rho = \rho_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}},$$

где ΔE – ширина запрещённой зоны.

ПРИМЕРЫ ОФОРМЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Чугунный шар радиусом r = 0,1 м, нагретый до температуры T_0 = 900 К, остывает за счёт теплового излучения. Считая шар абсолютно чёрным телом, найдите время τ остывания шара до температуры $T_0/2$, если его масса m, удельная теплоёмкость c = 540 Дж/(кг·К). Теплопроводность шара считайте бесконечно большой. Плотность чугуна ρ = 7100 кг/м^3.

Решение задачи:

Предположим, что теплопроводность шара бесконечно большая. В этом случае его температура успевает выравниваться по всему объёму по мере охлаждения. В реальном случае температура на поверхности всегда будет меньше, чем в середине из-за теплопроводности, но расчёты при этом окажутся гораздо более сложными. Поэтому рассмотрим более простой случай одинаковой температуры по всему объёму шара.

Пусть в некоторый момент времени t температура шара равна T. Тогда за время dt он остынет на величину dT. Согласно закону Стефана-Больцмана $R = \sigma T^4$ тепловая энергия, излученная поверхностью шара за время dt равна $dQ = -RSdt$, где $S = 4\pi r^2$ – площадь поверхности шара. С другой стороны, количество теплоты, потерянное шаром при уменьшении температуры на dT, определяется соотношением $dQ = cmdt$. Приравнивая эти количества теплоты, получим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными: $-\sigma T^4 Sdt = cmdT$.

Разделим переменные: $-\dfrac{dT}{T^4} = \dfrac{\sigma Sdt}{cm}$.

Проинтегрируем в пределах изменения переменных. Температура уменьшается от T_0 до $T_0/2$. Время t изменяется от 0 до τ.

$$-\int_{T_0}^{\frac{T_0}{2}} \frac{dT}{T^4} = \int_0^{\tau} \frac{\sigma Sdt}{cm},$$

В результате интегрирования получим: $\dfrac{1}{3}\left(T^{-3}\right)\Big|_{T_0}^{\frac{T_0}{2}} = \dfrac{\sigma St}{cm}\Big|_0^{\tau}$

Подставляя пределы интегрирования, придём к выражению

$$\frac{1}{3}\left(\frac{8}{T_0^3} - \frac{1}{T_0^3}\right) = \frac{\sigma S\tau}{cm}.$$

Выразив, время остывания шара τ и подставив площадь поверхности шара S, окончательно получим расчётную формулу: $\tau = \dfrac{7cm}{12\pi r^2 \sigma T_0^3}$.

Зная плотность ρ и объём шара $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, определим массу шара по формуле $m = \rho \cdot V = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 = 7100\frac{4}{3}3{,}14 \cdot 0{,}1^3 = 29{,}73$ кг.

Подставив физические величины и постоянную Стефана–Больцмана, равную σ = 5,67·10^{-8} Вт/(м^2·К^4) в расчётную формулу для τ, получим:

$$\tau = \frac{7 \cdot 540 \cdot 29{,}73}{12 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 900^3} = 7217 \text{ с} \approx 2 \text{ ч}.$$

Пример 2. При увеличении частоты падающего на катод вакуумного фотоэлемента света на 100% кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов возросла на 200%. На сколько процентов изменится кинетическая энергия электронов, если длина волны света уменьшится на 20%?

Решение задачи:

Воспользуемся формулой Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A_B + E_k$. Учитывая увеличение частоты света на 100% и возрастание энергии на 200%, получим $2h\nu = A_B + 3E_k$. Так как длина волны обратно пропорциональна частоте, то при уменьшении её на 20%, т.е. при увеличении в 0,8 раз, частота уменьшится в 0,8 раза и можно записать

$$h\frac{\nu}{0{,}8} = A_B + xE_k.$$

Исключая из уравнений работу выхода, получим $2h\nu = h\nu - E_k + 3E_k$.

Учитывая уменьшение частоты в 0,8 раз, имеем

$$h\frac{\nu}{0{,}8} = h\nu - E_k + xE_k.$$

С учётом возрастание энергии на 200%, запишем $h\nu = 2E_k$.

Из первой формулы имеем $\left(\frac{1}{0{,}8} - 1\right)h\nu = (x-1)E_k$.

Отсюда $2\left(\frac{1}{0{,}8} - 1\right) = (x-1)$. Окончательно получим $x = 1{,}5$.

Ответ: Кинетическая энергия электронов увеличится на 50%.

Пример 3. Газовая смесь в баллоне, состоящая из 20% (по массе) водорода (M_1 = 0,002 кг/моль) и 80% кислорода (M_2 = 0,032 кг/моль), имеет плотность ρ. Чему будет равна плотность смеси, если все молекулы водорода в этом баллоне заменить на молекулы кислорода, а все молекулы кислорода заменить на молекулы водорода?

Решение задачи:

Пусть m – масса газа в баллоне, V – баллона. Тогда $\rho = \dfrac{m}{V}$.

Число молекул водорода и кислорода в смеси равны соответственно

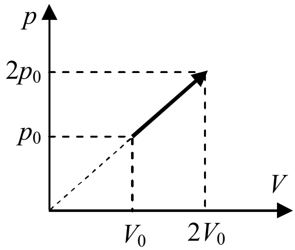
$$N_1 = \frac{0{,}2m}{M_1} N_A \text{ и } N_2 = \frac{0{,}8m}{M_2} N_A .$$

После замены массы водорода и кислорода будут равны соответственно $m_1 = \dfrac{M_1}{N_A} N_2 = \dfrac{0{,}8M_1}{M_2} m$ и $m_2 = \dfrac{M_2}{N_A} N_1 = \dfrac{0{,}2M_2}{M_1} m$.

Новая масса смеси $m_x = m_1 + m_2 = \left(\dfrac{0{,}8M_1}{M_2} + \dfrac{0{,}2M_2}{M_1} \right) m$, а новая плотность

$$\rho_x = \frac{m_x}{V} = \left(\frac{0{,}8M_1}{M_2} + \frac{0{,}2M_2}{M_1} \right) \rho = \left(\frac{0{,}8 \cdot 0{,}002}{0{,}032} + \frac{0{,}2 \cdot 0{,}032}{0{,}002} \right) \rho = 3{,}25\rho .$$

Пример 4. На рисунке представлен график зависимости давления одноатомного идеального газа от объёма. Чему равна молярная теплоёмкость газа в этом процессе?



Решение задачи:

Согласно первому началу термодинамики количество теплоты, сообщённое газу, равно сумме работы, совершённой газом, и приращения внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U .$$

Работу газа можно представить как площадь фигуры, ограниченной графиком, осью V и двумя пунктирными линиями:

$$A = \frac{1}{2}(2p_0 + p_0)V_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0 .$$

Внутренняя энергия одноатомного идеального газа может быть рассчитана по формуле $U = \dfrac{3}{2}\nu RT$, поэтому

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T = \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1)$$ (где ν – количество вещества газа).

Молярная теплоёмкость вещества определяется соотношением $Q = C_M \nu \Delta T = C_M \nu (T_2 - T_1)$.

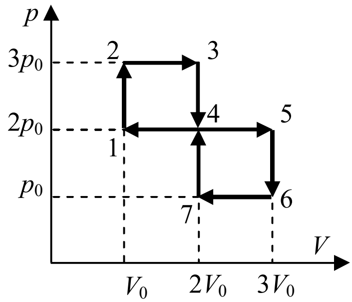
Таким образом, $C_M = \dfrac{1{,}5 p_0 V_0 + 1{,}5\nu R (T_2 - T_1)}{\nu (T_2 - T_1)}$.

Для нахождения величин T_1 и T_2 напишем уравнения Менделеева–Клапейрона для начального 1 и конечного 2 состояний:

$$p_0 V_0 = \nu R T_1, \quad 2p_0 2V_0 = \nu R T_2 .$$

Выражая из этих уравнений T_1 и T_2 и подставляя их в выражение для C_M, получим молярную теплоёмкость газа $C_M = 2R$.

Пример 5. Над идеальным одноатомным газом произведён замкнутый процесс, показанный на рисунке. Чему равен КПД цикла?



Решение:

КПД цикла определяется отношением совершённой работы A за цикл к сообщённому количеству теплоты Q_1

$$\eta = \frac{A}{Q_1} .$$

Газ получает теплоту на участках 1 – 2 – 3 и 7 – 4 – 5, а отдаёт на участках 3 – 4 – 1 и 5 – 6 – 7. Тогда

$$Q_1 = Q_{123} + Q_{745} .$$

Внутренняя энергия U одноатомного идеального газа

$$U = \frac{3}{2} pV = \frac{3}{2} \nu RT \cdot$$

Согласно первому началу термодинамики:

$$Q_{123} = A_{123} + \Delta U_{123} = 3p_0V_0 + \frac{3}{2}(3p_0 2V_0 - 2p_0V_0) = 3p_0V_0 + 6p_0V_0 = 9p_0V_0 ;$$

$$Q_{745} = A_{745} + \Delta U_{745} = 2p_0V_0 + \frac{3}{2}(2p_0 3V_0 - p_0 2V_0) = 2p_0V_0 + 6p_0V_0 = 8p_0V_0 \cdot$$

Работа газа за цикл определяется как сумма

$$A = A_{12341} + A_{45674} = 2p_0V_0 .$$

Тогда из отношения совершённой работы A за цикл и сообщённого количества теплоты Q получим КПД цикла:

$$\eta = \frac{2p_0V_0}{9p_0V + 8p_0V} = \frac{2}{17} = 11{,}8\ \%.$$

Пример 6. В сосуде находятся разреженный воздух и небольшое количество воды, которая постепенно испаряется. Одновременно измеряются влажность и давление в сосуде. Оказалось, что, начиная с некоторого момента, при увеличении влажности на 20% давление в сосуде возросло на 2%. На сколько процентов ещё возрастёт давление в сосуде при увеличении влажности ещё на 20%? Температура в процессе испарения остаётся постоянной.

Решение задачи:

Пусть в некоторый момент времени парциальное давление водяных паров равно p_1, а давление сухого воздуха равно p. Общее давление в сосуде составляет $p_{\text{общ}1} = p_1 + p$.

При увеличении влажности на 20% парциальное давление водяных паров станет $p_2 = 1{,}2p_1$, а общее давление в сосуде $p_{\text{общ}2} = 1{,}2p_1 + p$. По условию оно равно 1,02 $p_{\text{общ}1}$.

Из равенства $1{,}02p_1 + 1{,}02p = 1{,}2p_1 + p$ следует $p = 9p_1$, $p_{\text{общ}1} = 10p_1$, $p_{\text{общ}2} = 10{,}2p_1$.

При увеличении влажности ещё на 20% парциальное давление водяных паров станет $p_3 = 1{,}44p_1$, а общее давление в сосуде

$$p_{\text{общ}3} = 1{,}44p_1 + p = 10{,}44p_1 .$$

Таким образом, общее давление в сосуде увеличится ещё на

$$\frac{p_{\text{общ}3} - p_{\text{общ}2}}{p_{\text{общ}2}} = \frac{10{,}44 - 10{,}2}{10{,}2} \cdot 100\% \approx 2{,}4\%.$$

Ответ: Общее давление в сосуде увеличится на 2,4%.

Пример 7. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в состоянии с n = 1. Какова вероятность обнаружить её на отрезке длиной l/2, расположенном симметрично посередине ямы?

Решение задачи:

Собственная функция частицы в одномерной потенциальной яме имеет вид $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\frac{n\pi x}{l}$. Вероятность обнаружения частицы в некоторой области пространства равна, как известно, определённому интегралу от квадрата волновой функции по указанной области: $P = \int \psi * \psi \, dV$.

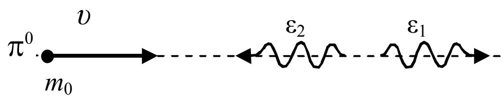
В нашем примере имеем

$$P = \int\limits_{\frac{l}{4}}^{\frac{3l}{4}} \frac{2}{l} \sin^2 \frac{\pi x}{l} dl = \frac{1}{l} \int\limits_{\frac{l}{4}}^{\frac{3l}{4}} \left(1 - \cos\frac{2\pi x}{l}\right) dl = \frac{1}{l}\left(x - \frac{l}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{l}\right)\Bigg|_{\frac{l}{4}}^{\frac{3l}{4}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \approx 0{,}82 .$$

Пример 8. При распаде π^0-мезона, движущегося со скоростью $\upsilon = 2{,}2\cdot10^8$ м/с, на два фотона, зафиксированы фотоны, летящие в противоположных направлениях. Чему равно отношение энергий этих фотонов?

Решение задачи:

Легко догадаться, что фотон с большей энергией ε_1 должен двигаться по направлении скорости π^0-мезона,



а фотон с меньшей энергией ε_2 – против. Так как скорость π^0-мезона сравнима со скорость света, следует пользоваться релятивистскими формулами для его импульса и энергии.

Согласно закону сохранения импульса: $\dfrac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \dfrac{\varepsilon_1}{c} - \dfrac{\varepsilon_2}{c}$.

Согласно закону сохранения энергии: $\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Разделив первое равенство на второе, придём к выражению $\dfrac{\upsilon}{c^2} = \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{c(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$. После несложных преобразований получим

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{c+\upsilon}{c-\upsilon} = \frac{3\cdot10^8 + 2{,}2\cdot10^8}{3\cdot10^8 - 2{,}2\cdot10^8} = 6{,}5 .$$

Пример 9. Смесь двух радиоактивных веществ имеет активность A_1, если массы веществ относятся как 2:8 и активность A_2 – при соотношении 4:6. Какова будет активность смеси при соотношении масс 1:1? Общая масса смеси во всех случаях одинакова. (Активность – это число распадов в единицу времени.)

Решение задачи:

Как известно, активность прямо пропорциональна массе вещества. Если обозначить общую массу смеси m, то в первом случае $A_1 = 0{,}2k_1m + 0{,}8k_2m$, во втором $A_2 = 0{,}4k_1m + 0{,}6k_2m$, а при соотношении масс 1:1 $A = 0{,}5k_1m + 0{,}5k_2m$, где k_1 и k_2 – некоторые постоянные.

Решая систему

$$\begin{cases} A_1 = 0{,}2k_1m + 0{,}8k_2m; \\ A_2 = 0{,}4k_1m + 0{,}6k_2m, \end{cases} \quad \text{получим} \quad \begin{aligned} k_1m &= -3A_1 + 4A_2\,; \\ k_2m &= 2A_1 - A_2\,. \end{aligned}$$

Отсюда $A = 0{,}5(-3A_1 + 4A_2) + 0{,}5(2A_1 - A_2) = 1{,}5A_2 - A_1$

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

1. Металлический шарик радиусом r = 4,8 мм находится в луче монохроматического света с длиной волны λ = 250 нм. Какое количество электронов сможет покинуть шарик под действием этого света? Работа выхода для металла $A_{\text{вых}}$ = 3 эВ.

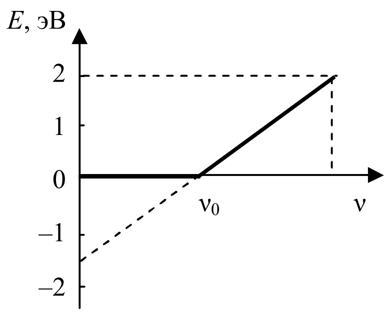
2. При длительном облучении монохроматическим светом с длиной волны λ удалённый от других тел цинковый шарик зарядился до потенциала в два раза большего, чем серебряный при таких же условиях. Найдите λ, если работа выхода для цинка $A_{\text{вых Zn}}$ = 3,24 эВ, для серебра $A_{\text{вых Ag}}$ = 4,26 эВ.

3. Предполагается, что энергия некоторого излучения равномерно распределена в интервале длин волн от 400 до 800 нм. Чему равно отношение числа фотонов, испущенных за определённое время в интервале от 600 до 800 нм, к соответствующему числу фотонов в интервале от 400 до 600 нм?

4. Лазер с перестраиваемой длиной волны за время τ излучает свет с постоянной мощностью P, длина волны которого равномерно изменяется со временем от λ_1 до λ_2. Сколько фотонов испускается лазером за это время?

5. При увеличении частоты падающего на катод вакуумного фотоэлемента света на 100% кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов возросла на 200%. На сколько процентов изменится кинетическая энергия электронов, если длина волны света уменьшится на 20%?

6. График на рисунке показывает зависимость максимальной энергии фотоэлектронов от частоты падающих на катод фотонов. Определите с помощью графика значение частоты красной граница фотоэффекта ν_0.



7. Летевшая со скоростью υ = 0,8 c нейтральная частица распадается на два фотона, движущихся затем в противоположных направлениях. Каково отношение частот этих квантов?

8. При увеличении термодинамической температуры тела на 100% длина волны, соответствующая максимуму его испускательной способности, уменьшилась на 100 нм. Какова первоначальная температура тела?

9. Солнце излучает, приблизительно, как чёрное тело при температуре T = 5700 К. Если солнечным светом облучать абсолютно чёрную сферу, расположенную на расстоянии $1{,}5 \cdot 10^{11}$ м от Солнца, то какая равновесная температура будет достигнута при этом? (Диаметр Солнца виден с Земли под углом α = 0,5°).

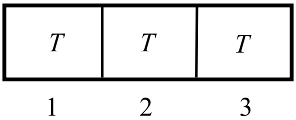
10. Увеличение напряжения на рентгеновской трубке в 2 раза сопровождается изменением длины волны, отвечающей коротковолновой границы рентгеновского спектра, на $\Delta\lambda$ = 0,025 нм. Определите первоначальное напряжение U, приложенное к трубке.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА*

(*_Задачи 1.1–1.2 – вариант № 1_; _2.1–2.2. – вариант № 2 и т.д._)

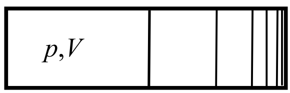
1.1. В баллоне находилось m = 0,3 кг гелия. Через некоторое время в результате утечки гелия и уменьшения абсолютной температуры на 10% давление в баллоне уменьшилось на 20%. Сколько молекул гелия просочилось из баллона?

1.2. Цилиндр разделён на три равные части теплоизолирующими поршнями, которые могут перемещаться без трения. В каждой части находится одинаковое количество идеального газа при одинаковой температуре. Как изменится давление в цилиндре, если в первой части увеличить температуру в 2 раза, во второй оставить прежней, а в третьей уменьшить в 2 раза?



2.1. Цилиндрический сосуд с кислородом (M = 0,032 кг/моль) в количестве 0,5 моль движется поступательно в направлении оси цилиндра с ускорением 2 м/с^2. Найдите разность давлений Δp газа на основания цилиндра площадью 1 дм^2.

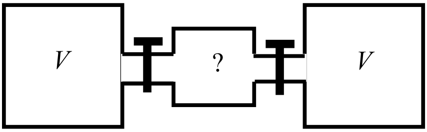
2.2. Цилиндр разделён тонкими перегородками на очень большое число частей, в каждой из которых находится идеальный газ с одинаковой температурой. В первой части давление газа p, объём V. В каждой следующей части давление и объём в 2 раза меньше, чем в предыдущей. Какое давление будет в цилиндре, если перегородки исчезнут?



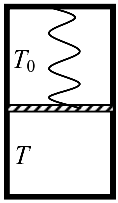
3.1. В сосуде при температуре t_1 = 527 °С находится озон. Через некоторое время озон полностью превращается в кислород, а температура в сосуде падает до t_2 = 127 °С. На сколько процентов изменилось при этом давление газа?

3.2. Известно, что с высотой концентрация молекул газа уменьшается в соответствии с законом распределения Больцмана. Пусть на поверхности земли соотношение концентраций двухкомпонентного газа равно 2. На высоте h оно увеличивается до 3. Каким станет это соотношение на высоте $2h$?

4.1. В вертикально расположенном цилиндре находится идеальный газ. Концентрация газа линейно изменяется по высоте от n_1 до n_2. Чему равно отношение числа молекул N_2 в верхней половине цилиндра к числу молекул N_1 в его нижней половине?



4.2. Три сосуда соединены между собой трубками с кранами, как показано на рисунке. В левом сосуде содержится некоторое количество идеального газа, а два остальных пусты. Оба крана открываются и закрываются по очереди по одному разу. При каком объёме среднего сосуда давление в нём окажется наибольшим, если объёмы крайних равны V и температура в сосудах поддерживается постоянной?



5.1. Цилиндр, содержащий идеальный газ при температуре T_0, разделён пополам невесомым теплонепроницаемым поршнем, который соединён пружиной с верхним из оснований цилиндра. В начальный момент пружина не деформирована. В результате нагревания газа в нижней части до температуры T давление в этой части повысилось на 30%, а в верхней части – на 10%. Чему равна энергия пружины?

5.2. Посредине лежащего на боку заполненного газом запаянного цилиндрического сосуда длиной L = 1 м находится тонкий поршень массой m = 1 кг и площадью S = 10 см^2. Если сосуд поставить на основание, то поршень перемещается на расстояние l = 10 см. Каково было начальное давление p газа в сосуде? Трение между стенками сосуда и поршнем отсутствует. Процесс считайте изотермическим.

6.1. Брусок, состоящий из алюминия и вольфрама, плавает в ртути, погрузившись в неё ровно на половину своего объёма. Чему равно отношение числа атомов вольфрама к числу атомов алюминия? Молярные массы и плотности равны: $M_{Al} = 27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $\rho_{Al} = 2700$ кг/м^3, $M_W = 184 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $\rho_W = 19\,100$ кг/м^3, $\rho_{Hg} = 13\,600$ кг/м^3.

6.2. В сосуде с вертикальными стенками находится идеальный газ, температура которого линейно увеличивается по высоте от T_1 до T_2. Во сколько раз число молекул в нижней половине сосуда больше, чем в верхней? Давление газа считайте постоянным.

7.1. Плотность газа, состоящего из смеси гелия и аргона при давлении $1{,}62\cdot10^5$ Па и температуре 27 °С, равна 2 кг/м^3. Определите число атомов гелия, содержащихся в 1 см^3.

7.2. Открытую стеклянную трубку длиной l = 1 м наполовину погружают в ртуть. Затем сверху трубку закрывают пробкой и вынимают. Какова длина h столбика ртути, оставшегося в трубке? Атмосферное давление 750 мм.рт.ст.

8.1. При изохорном повышении давления идеального газа на $\Delta p_1 = 5\cdot10^4$ Па средняя квадратичная скорость его молекул возросла с $\upsilon_1 = 500$ м/с до $\upsilon_2 = 600$ м/с. На какую величину Δp_2 надо изохорно повысить давление, чтобы увеличить среднюю квадратичную скорость молекул от $\upsilon_2 = 600$ м/с до $\upsilon_3 = 700$ м/с?

8.2. Газ, состоящий из трёхатомных молекул, находится в закрытом баллоне. Какая часть молекул газа продиссоциировала на атомы, если при увеличении термодинамической температуры в n раз его давление увеличилось в $m = 1{,}2n$ раза? Объём баллона не изменяется.

9.1. В сосуде объёмом V = 0,25 л находится идеальный газ при давлении p = 1 атм и температуре t = 27 °С. Сколько молекул газа нужно выпустить из сосуда, чтобы давление в нём уменьшилось в 2 раза? Температура газа не изменяется.

9.2. Из сосуда объёмом V через отверстие сечением S вытекает газ. Считая скорость истечения пропорциональной давлению в сосуде ($u = kp$), найдите время, за которое выйдет половина газа. Начальное давление p_0. Процесс считайте изотермическим.

10.1. Определите отношение числа молекул кислорода к числу молекул азота, если молярная масса смеси этих газов равна 0,03 кг/моль.

10.2. Идеальный газ с молярной массой M находится в очень высоком сосуде в однородном поле тяжести при температуре T. Температуру увеличили в n раз. На какой высоте h концентрация молекул осталась прежней?

3. ТЕРМОДИНАМИКА*

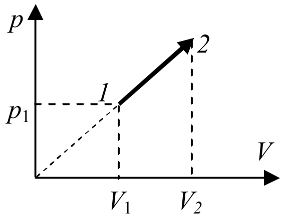
(**Задачи 1.1–1.2 – вариант № 1*; *2.1–2.2. – вариант № 2 и т.д.*)

1.1. Одноатомный идеальный газ при давлении $p_1 = 3\cdot10^5$ Па и температуре T = 372 К занимает объём V_1 = 2 м^3. Газ сжимают без теплообмена с окружающей средой, совершая над ним работу A = 35 кДж. Найдите конечную температуру газа.

1.2. Водород массой m = 1 кг при температуре T_0 = 300 К охлаждается изохорически так, что его давление падает в η = 3 раза. Затем газ расширяется изобарически так, что конечная температура равна начальной T_0. Найдите произведённую газом работу.

2.1. В откачанный и герметично закрытый сосуд ёмкостью V = 10 л поместили m = 5 г воды, после чего сосуд нагрели до t = 100 °С. Какая масса воды испарилась?

2.2. Найдите количество теплоты, переданное одноатомному газу при переводе его из состояния 1 в состояние 2. При расчёте принять p_1 = 500 кПа, V_1 = 2 л, V_2 = 4 л.



3.1. Азот массой m = 56 г, находящийся под давлением $5 \cdot 10^5$ Па в объёме 10 л, сначала изохорически нагрели, а затем изобарически сжали до объёма 5 л, совершив при этом работу A = 6700 Дж. Определите разность температур газа в конечном и начальном состояниях. Молярная масса азота M = 0,028 кг/моль.

3.2. В сосуде находится некоторое количество азота при давлении 10 атм. Кинетическая энергия (поступательного и вращательного движений) всех молекул газа равна 581 Дж, их средняя квадратичная скорость 500 м/с. Найдите массу и температуру азота, а также объём сосуда.

4.1. К смесителю подается горячая вода с температурой 60 °С, текущая со скоростью 2 м/с по трубе сечением 3 см^2, и холодная вода (скорость 2 м/с, сечение трубы 2 см^2). Какова температура воды после смесителя?

4.2. Идеальный одноатомный газ в количестве 1 моль, первоначально находившийся при нормальных условиях, переводят в состояние с вдвое большим давлением. Процесс перевода слагается из двух участков – изобары и изохоры. Газу во время процесса сообщено количество теплоты Q. Найдите конечную температуру газа.

5.1. Чему равен модуль отношения работы адиабатического расширения газа, являющегося рабочим телом цикла Карно, к работе адиабатического сжатия, если КПД цикла равен η?

5.2. Температура некоторой массы m одноатомного идеального газа с молярной массой M меняется по закону $T = \alpha V^2$, где α – известная константа. Найдите работу, совершённую газом при увеличении его объёма от V_1 до V_2, а также количество теплоты, полученное газом.

6.1. Тепловая машина работает по циклу Карно и рабочим веществом является идеальный газ. Чему равно отношение температур нагревателя и холодильника, если за один цикл машина производит работу A = 12 кДж и на изотермическое сжатие затрачивается работа A' = 6 кДж?

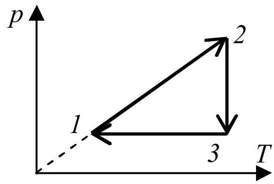
6.2. Кусок льда массой 0,1 кг при температуре 0 °С бросают в теплоизолированный сосуд, содержащий 2 кг бензола при 50 °С. Найдите приращение энтропии системы после установления равновесия. Удельная теплоёмкость бензола 1,75 кДж/(кг·К).

7.1. Лёд и вода находятся в равновесии в калориметре. Если этой системе сообщить некоторое количество теплоты, то её температура увеличится на ΔT, а если отнять такое же количество теплоты, то её температура уменьшится на ΔT. Чему равно отношение массы льда к массе воды? Удельные теплоёмкости льда и воды $c_л$ и $c_в$, а также удельную теплоту плавления льда λ считайте известными.

7.2. В теплоизолированный закрытый сосуд, где находился один моль одноатомного газа при температуре 300 К и давлении 10^5 Па, положили кусок железа массой 200 г, нагретый до температуры 500 К. Какое давление установится в сосуде? Удельная теплоёмкость железа 450 Дж/(кг·К).

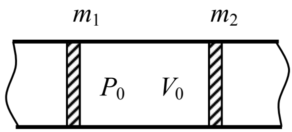
8.1. Идеальный газ в количестве 1 моль расширяется изотермически при температуре T_0 так, что его давление уменьшается в 3 раза. Докажите, что работа, совершённая газом при этом меньше $\frac{4}{3}RT_0$.

8.2. Найдите работу, совершённую 1 молем идеального одноатомного газа при изотермическом расширении в цикле 1 – 2 – 3, если КПД цикла η = 20%, $T_2 = 2T_1$.

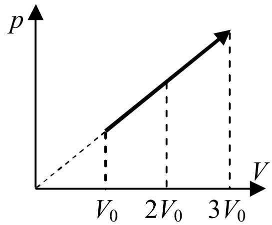


9.1. Четыре идеальные тепловые машины имеют одинаковые КПД. Холодильник первой машины является нагревателем для второй, холодильник второй машины – нагревателем для третьей и т.д. Температура нагревателя первой машины в 20 раз больше температуры холодильника четвёртой. Чему равны КПД машин?

9.2. В длинной гладкой теплоизолированной трубе находятся теплоизолированные поршни массой m_1 и m_2, между которыми в объёме V_0 находится при давлении p_0 одноатомный газ. Поршни отпускают. Определите их максимальные скорости, если масса газа много меньше массы каждого поршня.



10.1. Во сколько раз количество теплоты, сообщённое одноатомному идеальному газу в процессе расширения от $2V_0$ до $3V_0$, больше количества теплоты, сообщённое этому газу в процессе расширения от V_0 до $2V_0$?



10.2. Гелий, занимающий объём 20 л при давлении 10^5 Па, адиабатно сжали до объёма 4 л. Чему равно приращение внутренней энергии гелия?

4. ФИЗИКА АТОМА

1. Найдите длину волны де Бройля для релятивистских электронов, подлетающих к антикатоду рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра $\lambda_к = 10$ пм.

2. Найдите квантовое число n, соответствующее возбуждённому состоянию иона He^+, если при переходе в основное состояние этот ион испустил последовательно два фотона с длинами волн 108,5 и 30,4 нм.

3. Сколько различных спектральных линий может быть в спектре атомарного водорода, если наибольше значение главного квантового числа равно n?

4. Найдите энергию связи электрона в основном состоянии водородоподобных ионов, в спектре которых длина волны третьей линии серии Бальмера равна 108,5 нм.

5. Покоящийся ион He^+ испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Этот фотон вырвал фотоэлектрон из покоящегося атома водорода, который находился в основном состоянии. Найдите скорость фотоэлектрона.

6. Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками. Найдите вероятность обнаружить частицу в области $l/3 < x < 2l/3$. Сравните её с вероятностью обнаружить классическую частицу в этой же области.

7. Найдите и рассчитайте орбитальный магнитный момент электрона, находящегося на первой боровской орбите в атоме водорода.

8. Фотон с энергией 15 эВ выбивает электрон из покоящегося атома водорода, находящегося в основном состоянии. С какой скоростью υ движется электрон вдали от ядра?

9. При нагревании стержня, изготовленного из беспримесного полупроводника, от температуры T до $2T$ его сопротивление уменьшилось в 2 раза. Во сколько раз оно уменьшится при нагревании стержня от T до $4T$?

10. Атом водорода находится в основном состоянии. Собственная волновая функция, описывающая состояние электрона в атоме, имеет вид $\psi(r) = Ce^{-r/a}$, где C – некоторая постоянная. Найдите из условия нормировки постоянную C.

5. ФИЗИКА ЯДРА

1. В цепочке радиоактивных превращений урана $^{235}_{92}U$ в свинец $^{207}_{82}Pb$ содержится несколько альфа– и бета распадов. Сколько всего распадов в этой цепочке?

2. Атомный реактор приводит в действие турбогенератор мощностью $P = 2 \cdot 10^8$ Вт. Определите КПД турбогенератора, если в течение суток расход урана $^{235}_{92}U$ составляет $m = 0{,}54$ кг, а при делении одного ядра этого элемента выделяется энергия, в среднем равная $w = 3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж.

3. Интенсивность радиоактивного излучения уменьшилась на 20% в результате прохождения слоя вещества толщиной 2 см. На сколько процентов она уменьшится при прохождении слоя вещества толщиной 8 см?

4. В 1916 году масса некоторого радиоактивного изотопа была 32 г. Согласно расчётам к 2116 году его масса уменьшится до 2 г. Чему равна масса изотопа в 2016 году?

5. Активность радиоактивного препарата уменьшилась на 20% за 2 года. На сколько процентов она уменьшится за 10 лет?

6. Сколько β-частиц испускает за один час 1 мкг $^{24}\mathrm{Na}$, период полураспада которого $T = 15$ ч?

7. Активность некоторого радиоизотопа уменьшается в 2,5 раза за 7 суток. Найдите его период полураспада.

8. В результате α–распада 1 г радия–226 за 1 год образовалась некоторая масса гелия, занимающая при нормальных условиях объём $V = 0{,}043$ см^3. Определите по этим данным период $T_{½}$ полураспада радия. Объём 1 моля газа при нормальных условиях 22,4 л.

9. Определите энергию, уносимую за 1 час α-частицами, получающимися при распаде 1 г радия (^{226}Rd), если скорость α-частиц равна $1{,}51 \cdot 10^9$ см/с, а период полураспада радия составляет 1602 года.

10. Определите энергию, которая может выделиться при образовании из протонов и нейтронов одного моля гелия $^{4}_{2}He$. Ответ выразите в джоулях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в данном пособии набор задач проверен на практических занятиях кафедры «Физика» ФГБОУ ВО «ТГТУ» в течение многих лет и отвечает программе курса физики в соответствии с ФГОС для высших учебных заведений. В него вошли в основном оригинальные задачи, составленные авторами.

Контрольные работы соответствуют трём семестрам изучения курса физики и могут быть легко переформатированы под двухсеместровый курс. Трудоёмкость выполнения контрольных заданий соответствует нормативу самостоятельной работы студентов учебного плана.

Студенту следует обратить внимание на то, что предлагаемые для решения задачи будут способствовать лучшему усвоению материала не только по курсу физики, но и по дисциплинам, изучаемым в последующих семестрах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Учебные пособия

1. **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учеб. пособие для студентов втузов : в 5 т. / И. В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2011. – Т. 1, 2, 3, 4, 5.
2. **Зисман, Г. А.** Курс общей физики : учеб. пособие : в 3 т. / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – 7-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2007. – Т. 1, 2, 3.
3. **Детлаф, А. А.** Курс физики : учебное пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 4-е изд., испр. – М. : Высшая школа, 2002. – 718 с.
4. **Барсуков, В. И.** Физика. Механика : учебное пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. – 248 с.
5. **Барсуков, В. И.** Физика. Электричество и магнетизм : учебное пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2009. – 252 с.
6. **Барсуков, В. И.** Физика. Волновая и квантовая оптика: учебное пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 132 с.
7. **Барсуков, В. И.** Молекулярная физика и начала термодинамики: учебное пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. – 128 с.
8. **Барсуков, В. И.** Физика. Элементы атомной физики, физики ядра, физики твёрдого тела и жидкости: учебное пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014. – 112 с.

Задачники

1. **Чертов, А. Г.** Задачник по физике: учебное пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2006. – 640 с.
2. **Физика:** методические указания и контрольные задания для студентов – заочников инженерно-технических специальностей вузов / под ред. А. Г. Чертова. – М. : Высшая школа, 1987. – 208 с.
3. **Физика:** программа, методические указания и контрольные задания для студентов-заочников технологических специальностей вузов / В. Л. Прокофьев, В. Ф. Дмитриева, и др. – М. : Высшая школа, 1998. – 143 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное электронное издание

ВЯЗОВОВ Виктор Борисович
ДМИТРИЕВ Олег Сергеевич
ОСИПОВА Ирина Анатольевна

ФИЗИКА

ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ

Учебное пособие

Редактор З. Г. Чернова
Инженер по компьютерному макетированию Т. Ю. Зотова

ISBN 978-5-8265-1598-3

Подписано к использованию 04.07.2016
Тираж 100 шт. Заказ № 321

Издательско-полиграфический центр
ФГБОУ ВО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская,
д. 106, к. 16
Телефон (4752) 63-81-08
E-mail: izdatelstvo@admin.tstu.ru