МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Исследование линий с распределенными параметрами

Методические указания к лабораторной работе

Волгоград
2015

УДК 621.372.21

Рецензент:

профессор кафедры «Электротехника» ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет», д-р техн. наук, доцент А. И. Нефедьев

Печатается по разрешению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

Исследование линий с распределенными параметрами: метод. указания / сост. С. В. Макартичян, А. Н. Шилин, В. К. Михайлов, И. И. Литвин; ВолгГТУ. – Волгоград, 2015. – 32 с.

Изложены элементы теории цепей с распределенными параметрами, рассмотрены некоторые вопросы распространения электромагнитных волн в двухпроводных линиях, приведены важнейшие параметры линий, проанализированы основные режимы ее работы.

В экспериментальной части изложена методика определения параметров линий и исследования режимов ее работы.

Целью настоящей работы для студентов является изучение теории волновых процессов в двухпроводных линиях и определение ее электрических параметров, экспериментальное исследование работы линии в режимах стоячих, бегущих и смешанных волн.

Методические указания предназначены для студентов ВолгГТУ по направлению 200100.62 «Приборостроение», изучающих дисциплину «Системы передачи с распределенными параметрами».

Ил. 05. Табл. 02. Библиогр.: 4 назв.

© Волгоградский государственный
технический университет, 2015

1. Теоретическая часть

1.1. Токи и напряжения в длинных линиях

В линиях электропередачи при частоте 50 Гц и напряжениях до 35 кВ небольшой длины можно пренебрегать токами, обусловленными емкостью между проводами (токами смещения) и проводимостью изоляции (токами утечки через гирлянды изоляторов и токами, обусловленными коронным электрическим разрядом вблизи поверхности проводов).

При больших напряжениях, встречающихся в электроэнергетике, и при больших частотах, с которыми имеет дело электросвязь, а также при значительной длине линий пренебрегать токами смещения и утечки недопустимо. Следовательно, ток в проводах не одинаков в разных сечениях линии.

Ток в проводах линии вызывает падение напряжения в активном сопротивлении проводов и создает переменное магнитное поле, которое в свою очередь наводит вдоль всей линии э.д.с. самоиндукции. Поэтому напряжение между проводами также не остается постоянным вдоль линии.

Чтобы учесть изменение тока и напряжения вдоль линии, нужно считать, что каждый сколь угодно малый элемент линии обладает сопротивлением и индуктивностью, а между проводами - проводимостью и емкостью, т. е. рассматривать линию как *цепь с распределёнными параметрами*. Такую линию называют *длинной*.

Будем считать сопротивление, индуктивность, проводимость и емкость равномерно распределенными вдоль линии, что является некоторой идеализацией действительных условий. Такую линию условимся называть <u>однородной</u>.

Об идеализации надо говорить потому, что в реальной линии утечку тока через гирлянды изоляторов нужно рассматривать как совокупность

ряда сосредоточенных процессов. Кроме того, провес проводов на длине пролета линии изменяет равномерность распределения их емкости и индуктивности.

1.2. Уравнения однородной линии

Составим дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют токи и напряжения в любом сечении двухпроводной линии. Пусть известны первичные параметры однородной линии, отнесенные к единице ее длины: r_0 - сопротивление прямого и обратного проводов; L_0 - индуктивность петли, образуемой прямым и обратным проводами (или с учетом влияния земли - рабочая индуктивность петли); g_0 - проводимость (утечка) между проводами; C_0 - емкость между проходами (или с учетом емкости проводов по отношению к земле - рабочая емкость между проводами).

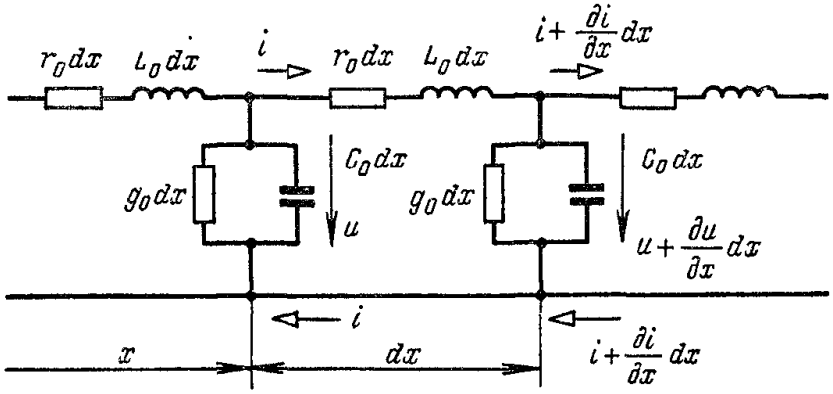


Рис. 1. Схема замещения однородной длинной линии

Длинную линию можно представить в виде множества соединенных в цепочку бесконечно малых элементов длиной dx, каждый из которых имеет сопротивление r_0dx и индуктивность L_0dx, проводимость g_0dx и емкость C_0dx (рис. 1). Сопротивление r_0dx и индуктивность L_0dx будем считать включенными в один провод.

Обозначим через x расстояние от начала линии до текущего элемента ее длины. Мгновенные значения напряжения и тока в начале выбранного элемента линии dx обозначим через u и i, а в начале следующего - через $u+\frac{\partial u}{\partial x}dx$ и $i+\frac{\partial i}{\partial x}dx$.

Условимся называть верхний провод (рис. 1) двухпроводной линии прямым, а нижний - обратным. Положительные направления тока и напряжения выберем, как показано на рис. 1.

Для элемента линии длиной dx на основании законов Кирхгофа

$$u-\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}dx\right)=r_0dx\cdot i+L_0dx\cdot\frac{\partial i}{\partial t};$$

$$i-\left(i+\frac{\partial i}{\partial x}dx\right)=\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}dx\right)\cdot g_0dx+C_0dx\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}dx\right).$$

Приводя подобные члены, пренебрегая величинами второго порядка малости и сокращая на dx, получаем дифференциальные уравнения:

$$-\frac{\partial u}{\partial x}=r_0i+L_0\frac{\partial i}{\partial t};\ -\frac{\partial i}{\partial x}=g_0u+C_0\frac{\partial u}{\partial t}. \qquad (1)$$

Решение полученной системы уравнений в частных производных при определенных начальных и граничных условиях дает возможность определить ток и напряжение как функции расстояния от начала линии и времени.

1.3. Установившийся режим в однородной линии

Рассмотрим установившийся режим в длинной линии при синусоидальном напряжении источника питания. Переписывая уравнения (1) для установившегося режима и вводя комплексные напряжения, токи, сопротивления и проводимости, получаем:

$$-\frac{d\dot{U}}{dx}=\left(r_0+j\omega L_0\right)\dot{I}=\underline{Z}_0\dot{I}\,;\ -\frac{d\dot{I}}{dx}=\left(g_0+j\omega C_0\right)\dot{U}=\underline{Y}_0\dot{U}\,, \qquad (2)$$

где $\underline{Z}_0=r_0+j\omega L_0$ - комплексное сопротивление; $\underline{Y}_0=g_0+j\omega C_0$ - комплексная проводимость единицы длины линии ($\underline{Z}_0$ и $\underline{Y}_0$ не являются величинами, обратными друг другу).

Решение уравнений (2) для напряжения $\dot{U}$ имеет вид:

$$\dot{U}=\dot{A}_1e^{-\underline{\gamma}x}+\dot{A}_2e^{\underline{\gamma}x}=\dot{A}_1e^{-\alpha x}e^{-j\beta x}+\dot{A}_2e^{\alpha x}e^{j\beta x}\,,\ \dot{I}=\frac{1}{\underline{Z}_0/\underline{\gamma}}\left(\dot{A}_1e^{-\underline{\gamma}x}-\dot{A}_2e^{\underline{\gamma}x}\right), \qquad (3)$$

где

$$\underline{\gamma}=\alpha+j\beta=\sqrt{\underline{Z}_0\underline{Y}_0}=\sqrt{\left(r_0+j\omega L_0\right)\left(g_0+j\omega C_0\right)}\,; \qquad (4)$$

$\dot{A}_1$, $\dot{A}_2$ - комплексные постоянные интегрирования.

Комплексная величина $\underline{\gamma}$ называется <u>коэффициентом распространения</u>, α - <u>коэффициентом затухания</u>, β - <u>коэффициентом фазы.</u>

Для подсчета α и β можно обратиться к формулам

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=\sqrt{\frac{1}{2}\left(z_0y_0+r_0g_0-\omega^2L_0C_0\right)};\\ \beta&=\sqrt{\frac{1}{2}\left(z_0y_0+\omega^2L_0C_0-r_0g_0\right)},\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где $z_0=\sqrt{r_0^{\,2}+\omega^2L_0^{\,2}}$, $y_0=\sqrt{g_0^{\,2}+\omega^2C_0^{\,2}}$.

Знаменатель во второй формуле (3), имеющий размерность сопротивления, называют *волновым сопротивлением линии* $\underline{Z}_{\text{В}}$. Для однородной линии, рассматриваемой как четырехполюсник, *волновое сопротивление совпадает с характеристическим*, т.е.

$$\underline{Z}_{\text{В}}=\underline{Z}_c=z_ce^{j\theta}=\sqrt{\underline{Z}_0/\underline{Y}_0}=\sqrt{\frac{r_0+j\omega L_0}{g_0+j\omega C_0}}=\sqrt[4]{\frac{r_0^{\,2}+\omega^2L_0^{\,2}}{g_0^{\,2}+\omega^2C_0^{\,2}}}e^{j\theta}, \qquad (6)$$

где

$$\theta = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\omega\left(g_0 L_0 - r_0 C_0\right)}{r_0 g_0 + \omega^2 L_0 C_0}. \qquad (7)$$

Выражая комплексы $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$, имеющие размерность напряжения, в показательной форме $\dot{A}_1 = A_1 e^{j\psi_1}$; $\dot{A}_2 = A_2 e^{j\psi_2}$, запишем мгновенные значения напряжения и тока:

$$u = \sqrt{2} A_1 e^{-\alpha x} \sin\left(\omega t - \beta x + \psi_1\right) + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha x} \sin\left(\omega t + \beta x + \psi_2\right), \qquad (8)$$

$$i = \frac{\sqrt{2} A_1}{z_c} e^{-\alpha x} \sin\left(\omega t - \beta x + \psi_1 - \theta\right) - \frac{\sqrt{2} A_2}{z_c} e^{\alpha x} \sin\left(\omega t + \beta x + \psi_2 - \theta\right). \qquad (9)$$

Каждое из слагаемых правой части двух последних выражений можно рассматривать как бегущую волну, движущуюся в направлении возрастания или убывания координаты x и затухающую в направлении движения.

Основными характеристиками бегущей волны являются фазовая скорость и длина волны.

Фазовой скоростью волны v называется скорость перемещения фазы колебания, которая в течение времени *t* и по мере увеличения расстояния *x*, пройденного волной, остается постоянной, т.е.

$$\omega t - \beta x + \psi_1 = \text{const}.$$

Тогда

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta}. \qquad (10)$$

Аналогичное исследование второго слагаемого правой части равенства (8) дало бы для фазовой скорости такое же значение, но с обратным знаком. Отсюда заключаем, что эти слагаемые могут рассматриваться как волны, движущиеся в противоположных направлениях.

Длиной волны λ называется расстояние между ближайшими двумя точками, взятое в направлении распространения волны, фазы колебания в которых различаются на 2π, Следовательно, для первого слагаемого равенства (8) получим;

$$\omega t - \beta\left(x + \lambda\right) + \psi_1 = \omega t - \beta x + \psi_1 - 2\pi,$$

откуда

$$\lambda = 2\pi / \beta,\ v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} = \lambda f = \frac{\lambda}{T}, \tag{11}$$

т.е. за время, равное периоду, волна пробегает расстояние, равное длине волны.

Условимся волну, движущуюся от начала линии, называть прямой, а движущуюся от конца линии - обратной. Положительные направления напряжений прямой и обратной волн выберем совпадающими с положительным направлением напряжения $\dot{U}$ (рис. 1); положительное направление тока прямой волны выберем совпадающим с положительным направлением тока $\dot{I}$ (рис. 1), а положительное направление тока обратной волны - противоположным положительному направлению тока $\dot{I}$.

В соответствии с этим можно записать:

$$\dot{U} = \dot{U}_{\text{пр}} + \dot{U}_{\text{об}};\ \dot{I} = \dot{I}_{\text{пр}} + \dot{I}_{\text{об}}; \tag{12}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{\text{пр}} &= \dot{A}_1 e^{-\underline{\gamma} x};\ \dot{I}_{\text{пр}} = \frac{\dot{A}_1}{\underline{Z}_c} e^{-\underline{\gamma} x}; \\ \dot{U}_{\text{об}} &= \dot{A}_2 e^{\underline{\gamma} x};\ \dot{I}_{\text{об}} = \frac{\dot{A}_2}{\underline{Z}_c} e^{\underline{\gamma} x}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Из формул (13) вытекает, что токи и напряжения как прямой, так и обратной волн связаны между собой законом Ома:

$$\dot{I}_{\text{пр}} = \dot{U}_{\text{пр}} / \underline{Z}_c;\ \dot{I}_{\text{об}} = \dot{U}_{\text{об}} / \underline{Z}_c. \tag{14}$$

Введенные понятия о прямых и обратных волнах в линиях при установившемся синусоидальном режиме облегчают представление и анализ процессов. Однако нужно иметь в виду, что физически существуют в линии только результирующие ток $\dot{I}$ и напряжение $\dot{U}$ и что разложение их на прямые и обратные волны следует считать лишь удобным приемом.

1.4. Уравнения однородной линии с гиперболическими функциями

В формулах (3) постоянные $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$ можно определить, если известны граничные условия.

Пусть заданы напряжение $\dot{U}_1$ и ток $\dot{I}_1$ в начале линии ($x = 0$). Из (3) при $x = 0$ получим:

$$\dot{U}_1 = \dot{A}_1 + \dot{A}_2;\ \dot{I}_1 \underline{Z}_c = \dot{A}_1 - \dot{A}_2,$$

Подставив $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$ в (3), для напряжения $\dot{U}$ и тока $\dot{I}$ в любой точке линии (на расстоянии *x* от ее начала) получим:

$$\dot{U} = \frac{1}{2}\left(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_c\right) e^{-\underline{\gamma} x} + \frac{1}{2}\left(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_c\right) e^{\underline{\gamma} x};\ \dot{I} = \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_c} + \dot{I}_1\right) e^{-\underline{\gamma} x} - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_c} - \dot{I}_1\right) e^{\underline{\gamma} x}.$$

Группируя члены в правой части и вводя гиперболические функции $\mathrm{ch}\underline{\gamma} x$ и $\mathrm{sh}\underline{\gamma} x$, будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 \frac{e^{\underline{\gamma} x} + e^{-\underline{\gamma} x}}{2} - \dot{I}_1 \underline{Z}_c \frac{e^{\underline{\gamma} x} - e^{-\underline{\gamma} x}}{2} = \dot{U}_1 \mathrm{ch}\underline{\gamma} x - \dot{I}_1 \underline{Z}_c \mathrm{sh}\underline{\gamma} x; \\ \dot{I} &= -\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_c} \frac{e^{\underline{\gamma} x} - e^{-\underline{\gamma} x}}{2} + \dot{I}_1 \frac{e^{\underline{\gamma} x} + e^{-\underline{\gamma} x}}{2} = -\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_c} \mathrm{sh}\underline{\gamma} x + \dot{I}_1 \mathrm{ch}\underline{\gamma} x. \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Эти формулы позволяют определить ток и напряжение в любой точке линии по их значениям в начале линии.

Пусть теперь заданы значения напряжения $\dot{U}_2$ и тока $\dot{I}_2$ в конце линии, т.е. задан режим приемника.

В этом случае целесообразно отсчитывать расстояние текущей точки от конца линии. Обозначая его через x' получаем $x = l - x'$, где l - длина всей линии.

Тогда из (3) найдем:

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\underline{\gamma} l} e^{\underline{\gamma} x'} + \dot{A}_2 e^{\underline{\gamma} l} e^{-\underline{\gamma} x'};\ \dot{I} \underline{Z}_c = \dot{A}_1 e^{-\underline{\gamma} l} e^{\underline{\gamma} x'} - \dot{A}_2 e^{\underline{\gamma} l} e^{-\underline{\gamma} x'}.$$

Обозначим

$$\dot{A}_3 = \dot{A}_1 e^{-\underline{\gamma} l};\ \dot{A}_4 = \dot{A}_2 e^{\underline{\gamma} l}$$

и условимся, отсчитывая расстояния от конца линии, обозначать их не через x', а снова через x. Тогда

$$\dot{U} = \dot{A}_3 e^{\underline{\gamma} x} + \dot{A}_4 e^{-\underline{\gamma} x};\ \dot{I}\underline{Z}_c = \dot{A}_3 e^{\underline{\gamma} x} - \dot{A}_4 e^{-\underline{\gamma} x}, \tag{16}$$

где $\dot{A}_3 e^{\underline{\gamma} x}$ - прямая волна напряжения, а $\dot{A}_4 e^{-\underline{\gamma} x}$ - обратная волна. Из формул (16) при $x = 0$ получим:

$$\dot{U}_2 = \dot{A}_3 + \dot{A}_4;\ \dot{I}_2 \underline{Z}_c = \dot{A}_3 - \dot{A}_4,$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} \dot{A}_3 &= \frac{1}{2}\left(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_c\right); \\ \dot{A}_4 &= \frac{1}{2}\left(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \underline{Z}_c\right). \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Подставляя (17) в (16), группируя члены и вводя гиперболические функции $\mathrm{ch}\underline{\gamma} x$ и $\mathrm{sh}\underline{\gamma} x$, получаем:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \mathrm{ch}\underline{\gamma} x + \dot{I}_2 \underline{Z}_c \mathrm{sh}\underline{\gamma} x; \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_c} \mathrm{sh}\underline{\gamma} x + \dot{I}_2 \mathrm{ch}\underline{\gamma} x. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

1.5. Входное сопротивление линии

При исследовании процессов в линии часто важно знать входное сопротивление линии. Под *входным сопротивлением* линии $\underline{Z}_{\text{вх}}$ понимают сосредоточенное сопротивление, которым можно заменить линию вместе с приемником на ее конце при расчете режима в начале линии. По определению и с учетом равенств (18) получим:

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2 \mathrm{ch}\underline{\gamma} l + \dot{I}_2 \underline{Z}_c \mathrm{sh}\underline{\gamma} l}{\frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_c} \mathrm{sh}\underline{\gamma} l + \dot{I}_2 \mathrm{ch}\underline{\gamma} l} = \underline{Z}_c \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_c \mathrm{th}\underline{\gamma} l}{\underline{Z}_2 \mathrm{th}\underline{\gamma} l + \underline{Z}_c}. \tag{19}$$

Входное сопротивление при любом сопротивлении нагрузки $\underline{Z}_2$ можно выразить через входные сопротивления линии при холостом ходе $\underline{Z}_{\text{х}}$ и коротком в замыкании $\underline{Z}_{\text{к}}$. Из (19) находим при холостом ходе ($\underline{Z}_2 = \infty, \dot{I}_2 = 0$):

$$\underline{Z}_{\text{х}} = \frac{\dot{U}_{1\text{х}}}{\dot{I}_{1\text{х}}} = \frac{\dot{U}_2 \text{ch}\underline{\gamma} l}{\frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_c}\text{sh}\underline{\gamma} l} = \underline{Z}_c \text{cth}\underline{\gamma} l = \frac{\underline{Z}_c}{\text{th}\underline{\gamma} l} \tag{20}$$

и при коротком замыкании ($\underline{Z}_2 = 0, \dot{U}_2 = 0$)

$$\underline{Z}_{\text{к}} = \frac{\dot{U}_{1\text{к}}}{\dot{I}_{1\text{к}}} = \frac{\dot{I}_2 \underline{Z}_c \text{sh}\underline{\gamma} l}{\dot{I}_2 \text{ch}\underline{\gamma} l} = \underline{Z}_c \text{th}\underline{\gamma} l\,. \tag{21}$$

Разделив числитель и знаменатель правой части (19) на $\text{th}\underline{\gamma} l$ с учетом (20) и (21) получим:

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_{\text{х}} \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_{\text{к}}}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_{\text{х}}} = z_{\text{вх}} e^{j\varphi_{\text{вх}}}\,. \tag{22}$$

Этой формулой удобно пользоваться, если известны $\underline{Z}_{\text{х}}$ и $\underline{Z}_{\text{к}}$, которые могут быть определены, например, из опытов холостого хода и короткого замыкания линии.

Через входные сопротивления линии при холостом ходе и коротком замыкании легко выразить $\underline{Z}_c$ и $\underline{\gamma}$. Перемножив, а затем разделив почленно (20) и (21) и извлекая корень, получим:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{Z}_{\text{х}} \underline{Z}_{\text{к}}}\,; \tag{23}$$

$$\text{th}\underline{\gamma} l = \sqrt{\underline{Z}_{\text{к}} / \underline{Z}_{\text{х}}}\,. \tag{24}$$

1.6. Коэффициент отражения волны

При произвольном сопротивлении нагрузки $\underline{Z}_2$ в конце линии коэффициент $\dot{A}_4$ в (17) не равен нулю, т.е. в линии возникает обратная волна.

Это можно учесть, введя так называемый комплексный коэффициент отражения волны или, короче, *коэффициент отражения* $\underline{\tilde{n}}$, определив его в общем случае как отношение комплексов напряжений или токов обратной и прямой волн в любой точке линии:

$$\underline{\tilde{n}} = \frac{\dot{A}_4 e^{-\underline{\gamma} x}}{\dot{A}_3 e^{\underline{\gamma} x}} = \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \underline{Z}_c}{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_c} e^{-2\underline{\gamma} x} = \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_c} e^{-2\underline{\gamma} x}. \qquad (25)$$

В более узком смысле слова коэффициент отражения определяется в точках, где есть какая-либо неоднородность (конец или начало линии).

При наличии обратной волны часть мощности прямой волны возвращается источнику обратной волной. Поэтому мощность, выделяющаяся в сопротивлении нагрузки, будет меньше, если считать, что мощность источника P_1 остается неизменной.

1.7. Согласованная нагрузка линии

Если в конце линии включено сопротивление нагрузки, равное волновому:

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_c = \dot{U}_2 / \dot{I}_2,$$

то, обращаясь к формулам (17), находим, что

$$\dot{A}_3 = \dot{U}_2; \ \dot{A}_4 = 0, \qquad (26)$$

т.е. отраженная волна не возникает. Такую нагрузку называют *согласованной нагрузкой или нагрузкой без отражения*.

При этом, как следует из (25), коэффициент отражения $\underline{\tilde{n}} = 0$.

Из написанных выше соотношений с учетом (26) получим:

$$\dot{U} = \dot{U}_{\text{пр}} = \dot{U}_2 e^{\underline{\gamma} x}; \ \dot{U}_{\text{об}} = 0; \qquad (27)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_{\text{пр}} = \frac{\dot{U}_{\text{пр}}}{\underline{Z}_c} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_c} e^{\underline{\gamma} x} = \dot{I}_2 e^{\underline{\gamma} x}; \ \dot{I}_{\text{об}} = 0. \qquad (28)$$

Отсюда следует:

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \underline{Z}_c\,, \tag{29}$$

т.е. для любой точки линии отношение комплексов $\dot{U}$ и $\dot{I}$ равно волновому сопротивлению $\underline{Z}_c$ Поэтому *режим работы генератора, питающего такую линию, не изменится, если в любом сечении линии ее разрезать и вместо отрезанной части линии включить волновое сопротивление*. Режим работы оставшегося участка линии также не изменится.

Из соотношения (19) следует, что для согласованной линии ($\underline{Z}_2 = \underline{Z}_c$) входное сопротивление равно волновому $\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_c$.

Полагая $\dot{U}_2 = U_2$, запишем на основании (27) и (28) мгновенные значения напряжения и тока в любой точке линии:

$$u = U_{2m} e^{\alpha x} \sin\left(\omega t + \beta x\right);\; i = \frac{U_{2m}}{z_c} e^{\alpha x} \sin\left(\omega t + \beta x - \theta\right). \tag{30}$$

Мощность, проходящая через какое-нибудь сечение линии,

$$P = UI\cos\theta = \frac{U_2^2}{z_c} e^{2\alpha x} \cos\theta. \tag{31}$$

Мощность, передаваемая по согласованной линии, называется *естественной или натуральной мощностью*.

Мощность, получаемая линией,

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\theta.$$

Мощность в конце линий

$$P_2 = U_2 I_2 \cos\theta.$$

На основании равенств (27) и (28)

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\theta = U_2 I_2 e^{2\alpha l} \cos\theta = P_2 e^{2\alpha l}, \tag{32}$$

к. п. д. линии

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = e^{-2\alpha l}. \tag{33}$$

Все сказанное здесь о согласованной линии применимо и к бесконечно длинной линии, поскольку в последней не может возникнуть отраженная волна.

1.8. Линия без искажений

Из соотношений (5) видно, что коэффициент затухания α и коэффициент фазы β зависят от частоты. Поэтому гармоники более высоких частот затухают сильнее, что приводит к искажению речи, музыки и телеграфных сигналов, т.е. к так называемым амплитудным искажениям. Фазовая скорость также зависит от частоты. Зависимость фазовой скорости от частоты приводит к изменению формы кривых токов и напряжений в конце линии по сравнению с их формой в начале линии. Эти искажения называются фазовыми. Амплитудные искажения также изменяют форму кривых.

Линию, удовлетворяющую условию

$$\frac{L_0}{C_0} = \frac{r_0}{g_0}, \tag{34}$$

называют *линией без искажений*.

Значение α и коэффициент фазы β найдем из общих формул (5) для α и β учетом условия (34)

$$\alpha = \alpha_{\min} = \sqrt{r_0 g_0}\ ;\ \beta = \omega\sqrt{L_0 C_0}\ . \tag{35}$$

При тех же условиях волновое сопротивление

$$\underline{Z}_c = \sqrt{L_0 / C_0} = \sqrt{r_0 / g_0}\ ;\ \theta = 0\,. \tag{36}$$

Фазовая скорость

$$v = \omega / \beta = 1 / \sqrt{L_0 C_0}\ . \tag{37}$$

Коэффициент затухания и фазовая скорость линии без искажений не зависят от частоты, т.е. в такой линии будут отсутствовать как амплитудные, так и фазовые искажения сигналов.

1.9. Линии без потерь

Если положить равными нулю сопротивление проводов линии $r_0 = 0$ и проводимость утечки между проводами $g_0 = 0$, то получим так называемую *линию без потерь*.

Для коротких высокочастотных линий, применяемых в радиотехнике, часто с достаточно большой точностью можно пренебречь сопротивлением r_0 и утечкой g_0 по сравнению с ωL_0 и ωC_0. Поэтому в радиотехнике очень часто рассматривают двухпроводные воздушные линии и коаксиальные кабели как линии без потерь.

Из соотношений (5), (6), (7), (10) и (11) для такой линии получим:

$$\alpha = 0;\ \beta = \omega\sqrt{L_0 C_0}; \tag{38}$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{L_0 / C_0} = z_c;\ \theta = 0; \tag{39}$$

$$v = \omega / \beta = 1 / \sqrt{L_0 C_0}; \tag{40}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{1}{f\sqrt{L_0 C_0}}. \tag{41}$$

т.е. у линии без потерь затухание равно нулю, а волновое сопротивление активное и не зависит от частоты. Точно так же и фазовая скорость в линиях без потерь не зависит от частоты. Заметим, что β, $\underline{Z}_c$, v, λ для линии без потерь такие же, как и для неискажающей линии с потерями.

Преобразуем формулы (38)-(41) применительно к воздушной ($\varepsilon = \mu = 1$) двухпроводной линии. С учетом скин-эффекта сопротивление r_0

единицы длины цилиндрического провода радиусом r на частоте f оценивается по формуле

$$r_0 = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{\mu_0 f}{\pi\sigma}}, \tag{42}$$

где σ - проводимость материала провода.

Емкость и индуктивность единицы длины воздушной двухпроводной линии можно рассчитать по формулам

$$C_0 = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln(d/r)},\ L_0 = \frac{\mu_0}{\pi}\ln(d/r); \tag{43}$$

здесь r - радиус провода, а d - расстояние между осями проводов.

Воздушную линию практически можно считать линией без потерь, если сопротивление $r_0 \ll \omega L_0$.

Подставляя значения L_0 и C_0 (43) в формулы (38)-(41) и учитывая формулу скорости света в вакууме $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, получаем:

$$\beta = 2\pi f / c; \tag{44}$$

$$z_c = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\ln(d/r); \tag{45}$$

$$v = c/\sqrt{\varepsilon\mu} \approx c;\ \lambda = c/f. \tag{46}$$

Аргумент волнового сопротивления линии без потерь $\theta = 0$, т.е. токи прямой и обратной волн совпадают по фазе с напряжениями.

Уравнения длинной линии с гиперболическими функциями от комплексного аргумента (15) и (18) для линии без потерь переходят в уравнения с круговыми функциями от вещественного аргумента. Если заданы напряжение $\dot{U}_1$ и ток $\dot{I}_1$ в начале линии, то получим;

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1\cos\beta x - j\dot{I}_1\underline{Z}_c\sin\beta x; \\ \dot{I} &= -j\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_c}\sin\beta x + \dot{I}_2\cos\beta x. \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

Если заданы напряжение $\dot{U}_2$ и ток $\dot{I}_2$ в конце линии, то имеем:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \cos\beta x + j\dot{I}_2 \underline{Z}_c \sin\beta x; \\ \dot{I} &= j\frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_c}\sin\beta x + \dot{I}_2 \cos\beta x. \end{aligned}\right\} \qquad (48)$$

Входное сопротивление линии согласно (19) и (38) - (41)

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = z_c \frac{\underline{Z}_2 + jz_c \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right)}{j\underline{Z}_2 \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) + z_c}. \qquad (49)$$

Переходя в уравнениях (48) к мгновенным значениям при $\dot{U}_2 = U_2$ и $\dot{I}_2 = I_2 e^{-j\varphi_2}$, получаем:

$$\left.\begin{aligned} u &= U_{2m} \cos\beta x \sin\omega t + I_{2m} z_c \sin\beta x \cos(\omega t - \varphi_2); \\ i &= \frac{U_{2m}}{z_c}\sin\beta x \cos\omega t + I_{2m} \cos\beta x \sin(\omega t - \varphi_2). \end{aligned}\right\} \qquad (50)$$

Выражения (50) показывают, что распределение напряжения и тока вдоль линии в каждый данный момент является синусоидальным.

Остановимся еще на свойствах линий без потерь длиной в четверть и в половину длины волны. При $l = \lambda / 4$ и $\beta l = \pi / 2$ из уравнений (48) получим:

$$\dot{U}_1 = j\dot{I}_2 z_c;\ \dot{I}_1 = j\dot{U}_2 / z_c. \qquad (51)$$

В этом случае напряжение (ток) в начале линии пропорционально току (напряжению) в конце и опережает его по фазе на 90°. Для поддержания постоянного напряжения в конце линии $\dot{U}_2$, которое может изменяться вследствие изменения нагрузки на конце линии, необходимо в начале линий поддерживать постоянным не напряжение $\dot{U}_1$ а ток $\dot{I}_1$.

Для линии длиной в полволны $l = \lambda / 2$ и $\beta l = \pi$ из уравнения (48) имеем

$$\dot{U}_1 = -\dot{U}_2;\ \dot{I}_1 = -\dot{I}_2, \qquad (52)$$

т.е. напряжение и ток в начале линии равны по величине и противоположны по фазе напряжению и току в конце линии. Если не считать поворота векторов на 180°, питание приемника от источника энергии происходит таким образом, как будто бы самой линии передачи нет.

1.10. Стоячие волны

Рассмотрим случай, когда активная мощность, поглощаемая приемником в конце линии без потерь, равна нулю. Это может быть при холостом ходе, коротком замыкании и чисто реактивной нагрузке.

При холостом ходе ($\underline{Z}_2 = \infty, \dot{I}_2 = 0$) из уравнений (48) следует:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \cos\beta x; \\ \dot{I} &= j\frac{\dot{U}_2}{z_c}\sin\beta x. \end{aligned}\right\} \qquad (53)$$

Мгновенные значения напряжения и тока при $\dot{U}_2 = U_2$ равны:

$$\left.\begin{aligned} u &= U_{2m}\cos\beta x \sin\omega t; \\ i &= \frac{U_{2m}}{z_c}\sin\beta x \cos\omega t \end{aligned}\right\} \qquad (54)$$

и представляют собой уравнения *стоячих волн*. Математически уравнение стоячей волны представляется произведением двух функций, причем аргумент одной зависит только от времени, а другой - только от координаты.

Стоячей волной называется процесс, получающийся от наложения прямой и обратной волн с одинаковыми амплитудами.

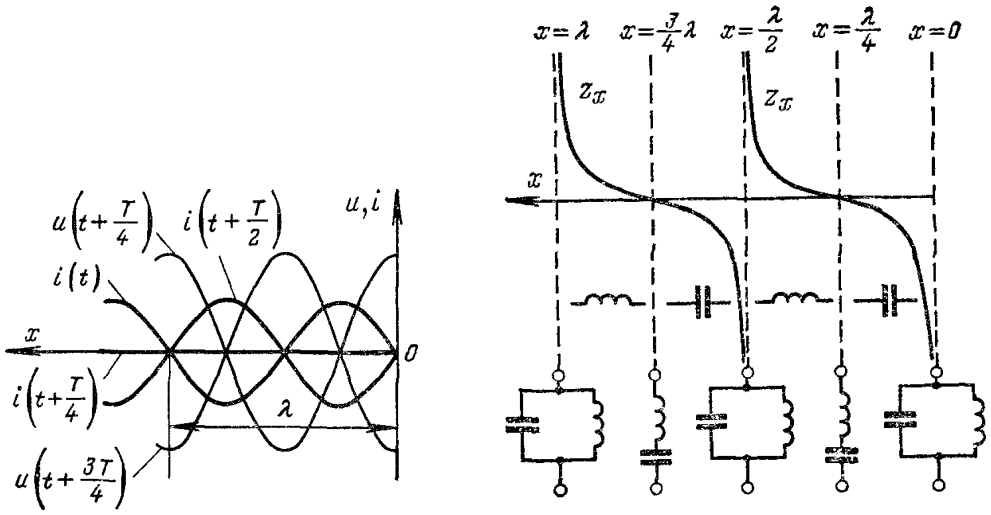
Выражение для напряжения (54) можно представить в виде суммы (а для тока в виде разности) прямой и обратной волн с одинаковыми амплитудами:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{U_{2m}}{2}\sin\left(\omega t+\beta x\right)+\frac{U_{2m}}{2}\sin\left(\omega t-\beta x\right); \\ i &= \frac{U_{2m}}{2z_c}\sin\left(\omega t+\beta x\right)-\frac{U_{2m}}{2z_c}\sin\left(\omega t-\beta x\right). \end{aligned}\right\} \qquad (55)$$

При холостом ходе на конце линии ($x=0$) и в точках, отстоящих от конца на расстояниях

$$x = k\frac{\pi}{\beta} = k\frac{\lambda}{2},$$

где k - целое число, имеем в любой момент времени максимумы напряжения, называемые пучностями, и нули тока, называемые узлами (рис. 2, *а*).



а) *б*)

Рис. 2. Стоячие волны в режиме холостого хода линии без потерь

На расстояниях же от конца линии

$$x = \frac{\left(2k+1\right)\pi}{2\beta} = \left(2k+1\right)\frac{\lambda}{4}$$

всегда наблюдаются узлы напряжения и пучности тока. Узлы и пучности тока и напряжения неподвижны. Узлы тока совпадают с пучностями напряжения, и наоборот. Ток опережает по фазе напряжение на 90°, когда знаки $\sin\beta x$ и $\cos\beta x$ одинаковы ($0 \le x \le \lambda/4; \lambda/2 \le x \le 3\lambda/4$ и т.д.) и от-

стает по фазе от напряжения на 90°, когда знаки $\sin\beta x$ и $\cos\beta x$ противоположны ($\lambda/4 \le x \le \lambda/2$; $3\lambda/4 \le x \le \lambda$ и т.д.).

Входное сопротивление разомкнутой линии без потерь

$$\underline{Z}_{\text{x}} = -j\underline{Z}_c \text{ctg}\beta l = -jz_c \text{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right), \tag{56}$$

т.е. *чисто реактивное*, и характер его определяется длиной линии l и частотой f (или длиной волны λ). Изменение абсолютного значения и характера входного сопротивления в зависимости от длины линии показано на рис. 2, *б*. От $x = 0$ до $x = \lambda/4$, от $x = \lambda/2$ до $x = 3\lambda/4$ и т.д. линия представляет собой емкостное сопротивление, а от $x = \lambda/4$ до $x = \lambda/2$, от $x = 3\lambda/4$ до $x = \lambda$ и т.д. - индуктивное сопротивление. При $x = 0$, $\lambda/2$, λ и т.д. линия может быть представлена параллельным резонансным контуром, а при $x = \lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$ и т.д. - последовательным резонансным контуром.

При коротком замыкании ($\underline{Z}_2 = 0, \dot{U}_2 = 0$) из уравнений (48) получим:

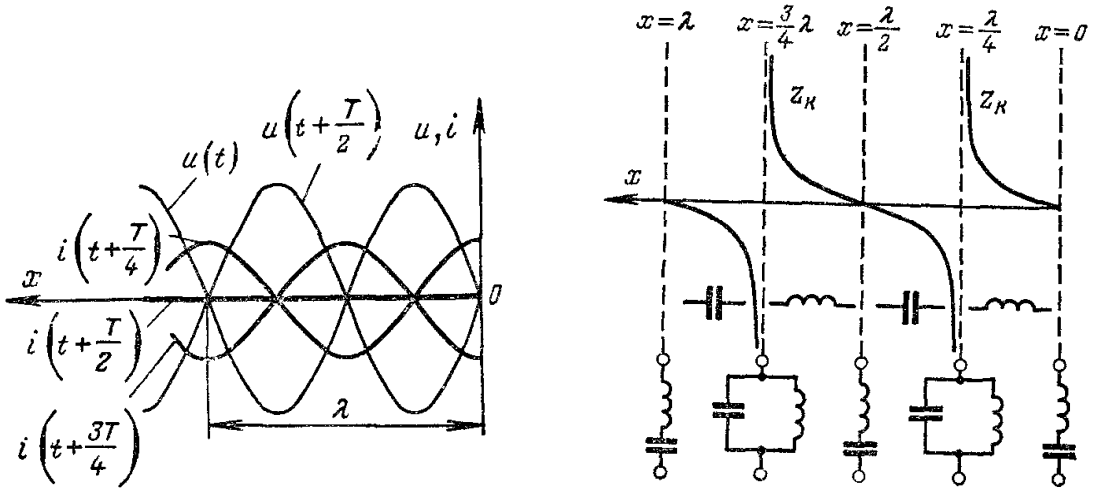
$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= j\dot{I}_2 z_c \sin\beta x; \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \cos\beta x. \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

Мгновенные значения

$$\left.\begin{aligned} u &= I_{2m} z_c \sin\beta x \cos\omega t; \\ i &= I_{2m} \cos\beta x \sin\omega t, \end{aligned}\right\}$$

т.е. напряжение и ток представляют собой также стоячие волны. Для любого момента времени на конце линии ($x = 0$) и в точках, отстоящих от него на целое число полуволн $k\lambda/2$, имеем узлы напряжения и пучности тока, а в точках, отстоящих от конца линии на расстояния, равные нечетному числу четвертей длин волн $(2k+1)\lambda/4$, получаются пучности напряжения и узлы тока (рис. 3, *а*). При этом пучности напряжения и пучности тока, а также узлы напряжения и узлы тока сдвинуты на четверть длины волны друг относительно друга. Напряжение опережает по фазе ток на 90°, когда

знаки $\sin\beta x$ и $\cos\beta x$ одинаковы ($0 \le x \le \lambda/4$; $\lambda/2 \le x \le 3\lambda/4$ и т.д.), и отстает на 90° от тока, когда знаки $\sin\beta x$ и $\cos\beta x$ противоположны ($\lambda/4 \le x \le \lambda/2$; $3\lambda/4 \le x \le \lambda$ и т.д.).



а) *б*)

Рис. 3. Стоячие волны в режиме короткого замыкания линии без потерь

Входное сопротивление короткозамкнутой линии без потерь

$$\underline{Z}_{\text{к}} = j\underline{Z}_c \text{tg}\beta l = jz_c \text{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) \tag{58}$$

также *чисто реактивное* и в зависимости от длины линии l и частоты f может быть индуктивным или емкостным. Изменение входного сопротивления в зависимости от длины короткозамкнутой линии показано на рис. рис. 3, *б*. Из него видно, что от $x = 0$ до $x = \lambda/4$, от $x = \lambda/2$ до $x = 3\lambda/4$ и т.д. линия представляет собой индуктивное сопротивление, а от $x = \lambda/4$ до $x = \lambda/2$, от $x = 3\lambda/4$ до $x = \lambda$ и т.д. - емкостное сопротивление. При $x = 0$, $\lambda/2$, λ и т.д. линия может быть заменена последовательным резонансным контуром, а при $x = \lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$ и т.д. - параллельным резонансным контуром.

При согласовании линии с нагрузкой приходится включать индуктивное или емкостное сопротивление параллельно или последовательно

приемнику. В качестве такого сопротивления при высоких частотах может служить короткозамкнутая или разомкнутая линия без потерь. Но, воспользовавшись линией для согласования, разумно взять ее наименьшей длины, т.е. как показывают рис. 2 и 3, вместо емкостного сопротивления выбирать разомкнутую линию длиной менее $\lambda / 4$, а вместо индуктивного - короткозамкнутую, длиной менее $\lambda / 4$. Длину разомкнутой линии без потерь l можно определить при заданном x_C из формулы

$$\frac{1}{\omega C} = x_C = z_c \mathrm{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l . \qquad (59)$$

Величину l можно найти и из кривой $z_{\text{х}}$, приведенной из рис. 2, *б*, если построение выполнено достаточно точно. Длину короткозамкнутой линии без потерь l можно определить при заданном x_L из формулы

$$\omega L = x_L = z_c \mathrm{tg} \frac{2\pi}{\lambda} l . \qquad (60)$$

Величину l можно также найти прямо из кривой $z_{\text{к}}$, приведенной на рис. 3, *б*.

При чисто реактивном сопротивлении нагрузки $\underline{Z}_2 = \pm j x_2$ в линии также будут стоячие волны. Действительно, как было только что показано, емкостное и индуктивное сопротивления могут быть заменены отрезками разомкнутой или короткозамкнутой линии. Следовательно, линия с реактивным сопротивлением нагрузки ничем не отличается от разомкнутой или короткозамкнутой линии большей длины. Только в конце линии с реактивным сопротивлением нагрузки не будет ни пучности, ни узла тока или напряжения.

Предположим теперь, что у линии без потерь активное сопротивление нагрузки $\underline{Z}_2 = r_2$. Обозначая

$$z_c / r_2 = K$$

и подставляя в выражения (48), после простых преобразований получаем:

$$\dot{U} = \dot{U}_2\left[Ke^{j\beta x} + (1-K)\cos\beta x\right];\ \dot{I} = \frac{\dot{U}_2}{z_c}\left[Ke^{j\beta x} + j(1-K)\sin\beta x\right]$$

и при $\dot{U}_2 = U_2$

$$\left.\begin{aligned} u &= U_{2m}K\sin(\omega t + \beta x) + U_{2m}(1-K)\cos\beta x\sin\omega t; \\ i &= \frac{U_{2m}}{z_c}K\sin(\omega t + \beta x) + \frac{U_{2m}(1-K)}{z_c}\sin\beta x\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}\right\}$$

В этих уравнениях напряжение и ток представлены суммами двух слагаемых. Первое из них - *бегущая волна*, а второе - *стоячая волна*. Таким образом, если линия не согласована с нагрузкой ($K \neq 1$), то напряжение и ток в линии можно представить суммой бегущих и стоячих волн. Чем сильнее *K* отличается от единицы в ту или другую сторону, тем резче выявятся стоячие волны. При $K = 0$ (холостой ход) и $K = \infty$ (короткое замыкание) в линии наблюдаются только стоячие волны. Чем ближе *K* к единице, тем резче проявляются бегущие волны. Стоячие волны отсутствуют при $K = 1$ или $r_2 = z_c$, т.е. когда нагрузка согласованная.

Линия без потерь длиной в четверть волны применяется в качестве согласующего элемента между какой-либо линией без потерь и активным сопротивлением нагрузки на ее конце $\underline{Z}_2 = r_2$, не равным волновому сопротивлению линии. Например, при помощи линии длиной в четверть волны можно согласовать линию (без потерь), питающую антенну, с самой антенной, входное сопротивление которой $\underline{Z}_2 = r_2$, т.е. чисто активное.

Найдем входное сопротивление четвертьволновой линии $l = \lambda/4$, нагруженной на антенну. При $\underline{Z}_2 = z_2 = r_2$ на основании (49):

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = z_c\frac{z_2 + jz_c\operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4}\right)}{jz_2\operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4}\right) + z_c}.$$

Так как $\operatorname{tg}(\pi/2) = \infty$, то

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = z_c^2 / z_2 = z_{\text{вх}} .$$

Для согласования питающей линии с антенной необходимо, чтобы

$$z_{\text{вх}} = z_{c1},$$

где z_{c1} - волновое сопротивление питающей линии. Отсюда

$$z_c = \sqrt{z_{c1} z_2} .$$

В этом случае четвертьволновая линия без потерь называется <u>четвертьволновым трансформатором</u>, так как она как бы приводит (трансформирует) волновое сопротивление питающей линии к сопротивлению нагрузки.

В сантиметровом и дециметровом диапазонах длин волн для измерения комплексного входного сопротивления какого-нибудь приемника применяют так называемую измерительную линию в виде отрезка коаксиальной линии без потерь. По распределению напряжений вдоль измерительной линии можно определить сопротивление нагрузки (рис. 4).

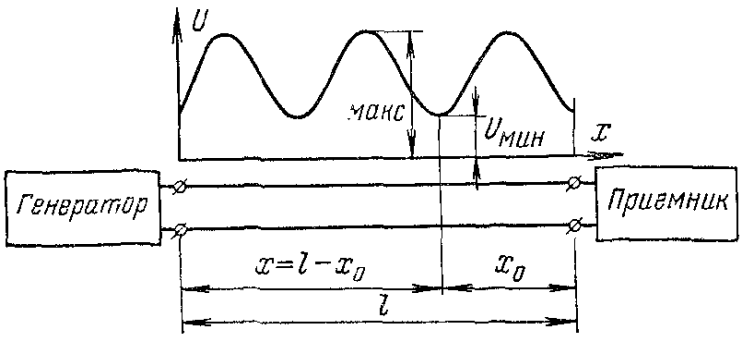


Рис. 4. К методике определения комплексного входного сопротивления приемника

Распределение напряжения и тока вдоль линии определяется уравнениями (3). При отсчете координаты от начала линии

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{-j\beta x} + \dot{A}_2 e^{j\beta x}; \; \dot{I} = \frac{1}{z_c}\left(\dot{A}_1 e^{-j\beta x} - \dot{A}_2 e^{j\beta x}\right).$$

Комплексный коэффициент отражения

$$\tilde{n} = \frac{\dot{A}_2 e^{j\beta x}}{\dot{A}_1 e^{-j\beta x}} = \frac{A_2 e^{j\psi_2} e^{j\beta x}}{A_1 e^{j\psi_1} e^{-j\beta x}} = n e^{j\cdot(2\beta x + \psi_2 - \psi_1)},$$

где $n = A_2 / A_1$ - его модуль.

Модуль коэффициента отражения n можно вычислить, определив *коэффициент бегущей волны* напряжения

$$k = \frac{U_{\text{мин}}}{U_{\text{макс}}}; \tag{61}$$

здесь $U_{\text{мин}}$ и $U_{\text{макс}}$ - минимальное и максимальное напряжения в линии, измеряемые непосредственно индикатором. В точке $x = l - x_0$, где прямая и обратная волны находятся в противофазе, имеем $U_{\text{мин}}$, так что

$$U_{\text{мин}} = A_1 - A_2.$$

В точке, где они совпадают по фазе напряжение максимально:

$$U_{\text{макс}} = A_1 + A_2.$$

Следовательно,

$$k = \frac{U_{\text{мин}}}{U_{\text{макс}}} = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} = \frac{1-n}{1+n},$$

откуда

$$n = \frac{1-k}{1+k}. \tag{62}$$

Можно показать, что

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = z_c \frac{1 + n e^{j\cdot(\pi + 2\beta x_0)}}{1 - n e^{j\cdot(\pi + 2\beta x_0)}} = z_c \frac{1 - n e^{j\cdot 2\beta x_0}}{1 + n e^{j\cdot 2\beta x_0}}.$$

и выражая n через k, после преобразований находим, что

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = z_c \frac{k - j\,\text{tg}\beta x_0}{1 - jk\,\text{tg}\beta x_0}. \tag{63}$$

Таким образом, для вычисления $\underline{Z}_{\text{вх}}$ необходимо измерить $U_{\text{мин}}$ и $U_{\text{макс}}$, т.е. коэффициент бегущей волны напряжения k, и расстояние x_0 от приемника до ближайшего минимума напряжения.

2. Экспериментальная установка

1. Исследуемая однородная линия (рис. 5).

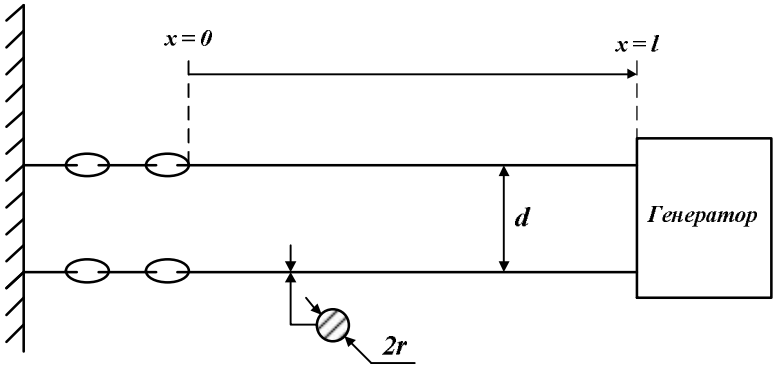


Рис. 5. Однородная линия

2. Высокочастотный генератор.

3. Бесконтактные измерительные приборы (вольтметр и амперметр).

4. Лазерный дальномер.

4. Набор нагрузочных сопротивлений.

3. Порядок выполнения работы

1. Включить в сеть высокочастотный генератор.

2. Снять распределение амплитуд тока $I(x)$ и напряжения $U(x)$ в разомкнутой линии. Для этого:

- проверить разомкнутость линии на конце;

- подвести каретку к генераторному концу линии, выставить регуляторы на приборах в среднее положение, так чтобы стрелки измерительных приборов находились в середине шкалы;

-слегка изменяя емкость воздушного подстроечного конденсатора на высокочастотном генераторе, добиться наилучшего согласования гене-

ратора с разомкнутой линией: критерием этого будет максимальное отклонение стрелки амперметра;

- перемещая каретку вдоль линии, остановить ее в пучности тока, а затем регулятором на амперметре установить стрелку амперметра на 90-95% от максимума, после этого регулятор уже не трогать;

- перемещая каретку вдоль линии в любом направлении, снять зависимости $I(x)$ и $U(x)$; зависимости $I(x)$ и $U(x)$ снимаются через 10-20 см, особенно уточняются положения узлов (с точностью до 1 см). Данные зависимостей свести в таблицу 1.

3. Установить в конце линии короткозамкнутую перемычку и, полностью повторяя все операции п. 2, снять зависимости $I(x)$ и $U(x)$ для короткозамкнутой линии.

4. Установить в конце линии емкостную нагрузку и, полностью повторяя все операции п. 2, снять зависимости $I(x)$ и $U(x)$ для емкостной нагрузки.

5. Установить в конце линии индуктивную нагрузку и, полностью повторяя все операции п. 2, снять зависимости $I(x)$ и $U(x)$ для индуктивной нагрузки.

6. Установить в конце линии заведомо несогласованную активную нагрузку $\underline{Z}_2 = r_2 \neq z_c$ и, полностью повторяя все операции п. 2, снять зависимости $I(x)$ и $U(x)$ для режима смешанных волн.

7. Установить в конце линии активную нагрузку, близкую к согласованной $\underline{Z}_2 = r_2 \approx z_c$ и, полностью повторяя все операции п. 2, снять зависимости $I(x)$ и $U(x)$ для режима «почти бегущих волн».

8. Закончив измерения, снять с линии нагрузку, отвести каретку к генераторному концу линии и выключить генератор.

Распределение напряжений и токов в линии для различных нагрузок

Таблица 1

Холостой ход			Короткое замыкание			Емкостная нагрузка			Индуктивная нагрузка			Активная несогласованная нагрузка			Активная согласованная нагрузка		
x, м	I	U	x, м	I	U	x, м	I	U	x, м	I	U	x, м	I	U	x, м	I	U

4. Обработка результатов эксперимента

1. Определить первичные и вторичные параметры линии, считая ее линией без искажений. Данные расчетов занести в таблицу 2.

Сводные данные экспериментальной установки

Таблица 2

Первичные параметры				Вторичные параметры				λ	ω	f
r_0	L_0	g_0	C_0	Z_c	γ	α	β			
Ом/м	Гн/м	См/м	Ф/м	Ом	$м^{-1}$	Нп/м	рад/м	м	рад/с	МГц

2. Сделать заключение о возможности считать данную линию линией без потерь.

3. Написать для исследуемой линии уравнения, связывающие комплексы действующих значений напряжения и тока в любой точке линии через соответствующие комплексы в конце линии. Записать соответствующие математические уравнения для мгновенных значений напряжения и тока.

4. По данным таблицы 1 построить графики распределения токов и напряжений в линии $I(x)$ и $U(x)$ для каждой нагрузки.

3. По графикам $I(x)$ и $U(x)$, соответствующим нагрузкам $r_2 \neq z_c$ и $r_2 \approx z_c$, определить коэффициенты бегущей волны k и коэффициенты отражения n.

4. Определить величины емкости и индуктивности, подключаемые к линии в качестве нагрузок.

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое длинная однородная длинная линия?

2. Изобразить эквивалентную схему длинной линии.

3. Выведите уравнения однородной длинной линии.

4. Записать решение уравнений однородной длинной линии для установившегося режима при гармоническом воздействии.

5. Что такое коэффициент распространения, коэффициент затухания и коэффициент фазы?

6. Что такое волновое сопротивление линии? Зависит ли оно от координаты сечения линии? от ее геометрии? от нагрузки?

7. Вывести формулы для погонных емкости и индуктивности двухпроводной линии.

8. Что такое входное сопротивление линии? От чего оно зависит?

9. В каких случаях входное сопротивление линии равно нулю? бесконечности? постоянно по всей линии?

10. Что такое коэффициент отражения? От чего он зависит?

11. Записать математические уравнения для мгновенных значений напряжения и тока для случая: а) стоячих волн; б) бегущих волн.

12. Что такое: а) фаза бегущей волны? б) фазовая скорость? в) длина волны? Как связаны между собою эти величины?

13. Показать, что фазовая скорость бегущей волны в двухпроводной линии равна скорости света в вакууме.

14. Что такое линия без искажений? линия без потерь?

15. Чем характеризуется режим бегущих волн в линии? Что такое согласованная нагрузка?

16. Что такое режим стоячих волн в линии? В каких случаях он реализуется?

17. Показать, что в режиме стоячих волн энергия по линии не передается.

18. Изобразить распределения токов и напряжений: а) в разомкнутой линяй; б) в короткозамкнутой линии.

19. Что такое режим смешанных волн и как его реализовать?

20. Что такое резонансные отрезки линии? Записать входные сопротивления четверть- и полуволновых отрезков линии при разных вариантах нагрузки.

21. Согласованную нагрузку включили на расстоянии $\lambda/4$ от конца разомкнутой линии. Как изменится режим в линии? Показать распределения токов и напряжений в этом случае.

22. Выполнить задание предыдущего пункта для случая $\lambda/2$.

23. Одна согласованная нагрузка включена в конце линии, а другая где-то в середине. Какой режим будет в каждой части линии?

24. Что такое коэффициенты бегущей волны? Как он связан с коэффициентом отражения?

25. Выразить коэффициенты бегущей волны в линии через сопротивление чисто активной нагрузки.

26. Какой тип нагрузки представляет собой исследуемая линия для генератора в режиме холостого хода (короткого замыкания)? Почему?

27. Найти индуктивность катушки (емкость конденсатора), эквивалентной по сопротивлению исследуемой линии в режиме холостого хода (короткого замыкания).

Библиографический список

1. Калашников С.Г. Электричество. - Наука, 1977.
2. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. Учебник для вузов. Изд. 4-е, перераб. – М.: Энергия, 1975
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники, - М. ; Высшая школа, 1973.
4. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. - М.: Энергия, 1965.

Учебное издание

Составители

Сергей Валерьевич **Макартичян**

Александр Николаевич **Шилин**

Владимир Константинович **Михайлов**

Иван Игоревич **Литвин**

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНИЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Методические указания к лабораторной работе

Темплан 2015 г. (учебно-методическая литература). Поз. № 20.

Подписано в печать 00.00.00. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.

Гарнитура Times. Печать офсетная. Усл. печ. л. 6,74.

Тираж 10 экз. Заказ

Волгоградский государственный технический университет.

400005, г. Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 1.

Отпечатано в типографии ИУНЛ ВолгГТУ.

400005, г. Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 7.