Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

**Межрегиональный центр переподготовки специалистов**

# Контрольная работа

по дисциплине:

**«Математическая логика и теория алгоритмов»**

#

**Выполнил**:

**Группа**:

**Вариант: 8**

**Проверил**:

Новосибирск, 2019 г

***1. Исчисление высказываний***

 **Пользуясь определением формулы исчисления высказываний проверить является ли данное выражение формулой.**

*(A→ (B→¬C))→(¬(A→¬B)→¬C)*

**Решение.**

Определение:

Всякая переменная А, В, С является формулой.

Если А и В формулы, то являются формулами:

.

Для нашего выражения:

переменные А, В, С являются формулой

далее:

 - являются формулой

далее:

 - являются формулой

далее:

 - являются формулой

далее:

 - является формулой

далее:

- является формулой

**2. Записать рассуждение в логической символике и проверить правильность рассуждения методом Куайна, методом редукции и методом резолюций**

Если бы он ей не сказал, она бы не узнала. А не спроси она его, он бы и не сказал ей. Но она узнала. Значит, она его спросила.

Решение.

Вводим переменные.

*a – он ей сказал*

*b – она узнала*

*c – она его спросила*

Формула:





Преобразуем формулу:



Методом Куайна:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *b=0* | не рассматриваем, так как не верно, «она узнала» |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | не рассматриваем, так как не верно, «она спросила» |
|  |  |  | *с=0* |
|  |  |  |  |
|  | *b=1* |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | *с=1* |  | «он ей сказал» |
|  |  |  |  |  |  |  |

Методом редукции:

Допустим, что  ложна

при некотором наборе значений переменных *a,* при этом мы знаем, что *b=1, c=1*.

Тогда булева функция, соответствующая этой формуле, при этом наборе переменных должна давать следующие значения:



Из (1) следует, что:

1)  →  - формула ложна, если «он не говорил»

Но поскольку  истинна то  - истинно, «он сказал»

2)  →  - не верно

Методом резолюций:

1. Добавление отрицания заключения к множеству посылок.

2. Преобразование всех формул в КНФ, получение множества предложений

3.Доказательство невыполнимости полученного множества дизъюнктов методом резолюций.

Преобразуем формулу: - это множество предложений

1. 

2. 

3.  из (1) и (2) – если истинно b, то ложно  и в выражении  верно только 

4. 

5.  из (3) и (4) – если истинно a, то ложно  и в выражении  верно только с

6. 

7. 0 из (5) и (6) одновременная истинность  и  не возможна

**3. Пользуясь определением формулы логики предикатов проверить, что выражение является формулой. в формуле указать свободные и связанные переменные. Привести формулу к предваренной форме:**

***(∀x∃yQ(x,y))→((∃y∀xP(x,y))→Q(x,y))***

Решение.

1. Рассмотрим данное выражение, используя определение формулы логики предикатов.

 - атомарная формула (двухместный предикат), в которой обе переменные свободны. Тогда  - формула, в которой переменная  связана, а  остается свободной;  - формула, в которых обе переменные связаны.

 - атомарная формула, в которой обе переменные свободны. Тогда  - формула, в которой переменная  связана, а  остается свободной;  - формула, в которых обе переменные связаны.

Следовательно, по определению

 - формула;

 - формула.

Внешние скобки можно опустить, получим заданное выражение:

.

Выражение является формулой логики предикатов, так как записано в соответствии с определением.

Обе переменные  имеют как свободные, так и связанные вхождения. В подформулу  они входят свободно, а в подформулы  и  - связано.

2. Приведем формулу к предваренной форме.



(исключаем импликации)



(перенесем кванторы через отрицания по законам де Моргана)



 (переименуем связанные переменные в правой части)



(вынесем кванторы за скобки по закону ограничения действия)



(переименуем связанные переменные)



(вынесем кванторы по закону ограничения действия)



Получили предваренную форму.

***4. Теория алгоритмов***

**Построить машину Тьюринга для перевода из начальной конфигурации в заключительную. На ленте МТ записаны нули и единицы, при этом пустые ячейки содержат нули,** $x,y\geq 1$**. Проверить работу машины Тьюринга для конкретных значений *x,y*. Нарисовать граф, соответствующий построенной МТ.**

|  |  |
| --- | --- |
| $$q\_{1}1^{x} 01^{y}0⟹\left\{\begin{array}{c}q\_{1}1^{x}, если x>y\\q\_{0}1^{y}, если x\leq y\end{array}\right.$$ |  |
|  |

Решение.

Имеем слово, состоящее из в последовательностей 1, первая последовательность длиной х, вторая длиной у.

Если количество единиц в первой последовательности больше чем во второй, то нужно стереть все единицы второй последовательности, если меньше или равно, стираем первую последовательность.

Алгоритм.

Проходим х – 1П1.

Начинаем стирать поочередности 1 от середины для х и y.

Начинаем с х: 1Л3

Проверяем, не последняя ли единица:

1П4 – единица не последняя, стираем единицу справа 0П5 и переходим к y

Проверяем, не последняя ли единица для y:

1Л7 – единица не последняя, стираем единицу слева 0Л8 и переходим к х

Далее описываем алгоритм если единица последняя.

Если единица последняя для х: в состоянии 3 оставляем 0 переходим в 9 состояние 0П9.

Сдвигаем единицу вправо, идем к y, приписываем единицу слева, идем к х.

Если единица последняя для y – сдвигаем эту последнюю единицу вправо, наращивая х.

Машина

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| знач\сост | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0 | 0Л2 |  | 0П9 |  | 0П5 | 0Л13 |  | 0Л8 |
| 1 | 1П1 | 1Л3 | 1П4 | 0П5 | 1П6 | 1Л7 | 0Л8 | 1Л3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| знач\сост | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 0 |  | 1П11 | 0П11 | 1Л8 |  | 1Л15 | 0Л15 | 1П5 |
| 1 | 0П10 |  | 1Л12 | 0П0 | 0Л14 |  | 1П16 | 0Л0 |

Рассмотрим работу над 110111

Поскольку х=2 меньше y=3, то должно остаться 111

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1П1 |  | 1 |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1П1 |  |  | 1 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0Л2 |  |  |  | 1 |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1Л3 |  |  | 2 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1П4 |  | 3 |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0П5 |  |  | 4 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0П5 |  |  |  | 5 |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1П6 |  |  |  |  | 5 |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1Л7 |  |  |  |  |  | 6 |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0Л8 |  |  |  |  | 7 |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0Л8 |  |  |  | 8 |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0Л8 |  |  | 8 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1Л3 |  | 8 |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0П9 | 3 |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0П10 |  | 9 |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1П11 |  |  | 10 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0П11 |  |  |  | 11 |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0П11 |  |  |  |  | 11 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1Л12 |  |  |  |  |  | 11 |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1Л13 |  |  |  |  | 12 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0Л8 |  |  |  | 8 |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1Л3 |  |  | 8 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0П9 |  | 3 |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0П10 |  |  | 9 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1П11 |  |  |  | 10 |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1Л12 |  |  |  |  | 11 |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0П0 |  |  |  | 12 |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
|  |  |  |  |  | 0 |  |  |  |

**5.** **Показать примитивную рекурсивность функции f(x,y)**

**f(x,y)=(x+y)mod2**

**Решение:**

Функцию  (остаток от деления на 2) можно представить в виде

.

Функцию  (частное от деления на 2) можно представить в виде , где 

(пусть ; тогда  ).

.

Докажем, что все входящие в выражение функции – примитивно-рекурсивные.

1. Функция  примитивно-рекурсивная, так как может быть получена примитивной рекурсией:

,

.

2. константа  - примитивно-рекурсивная функция, так как получается суперпозицией простейших функций:  ( раз).

3. .

,

.

Рассмотрим функцию .

,



 - примитивно-рекурсивная функция, так как может быть получена примитивной рекурсией.

.

Итак,  - примитивно-рекурсивная функция, так как может быть получена примитивной рекурсией.

4. ,  - примитивно-рекурсивная, так как может быть получена примитивной рекурсией.

5. .

,

.

 - примитивно-рекурсивная, так как может быть получена примитивной рекурсией.

Функция  примитивно-рекурсивная как суперпозиция примитивно-рекурсивных функций.