

Министерство образования и науки Российской Федерации

Костромской государственный университет

Кафедра высшей математики

Е. А. Борисова, И. В. Землякова, Т. А. Чебунькина

# **Математика**

*Учебно-методическое пособие*

Кострома  
КГУ  
2017

ББК 22.1я7  
УДК 51(075)

Борисова, Е.А. Математика : учеб.-метод. пособие / Е. А. Борисова, И. В. Землякова, Т. А. Чебунькина. – Кострома : Изд-во Костром. гос. ун-та, 2017. – 44 с.

Учебно-методическое пособие содержит рабочую программу дисциплины «Математика», соответствующую требованиям ФГОС ВО и утвержденную методическим советом университета. Пособие содержит общие рекомендации, контрольные задания (по 10 вариантов).

Предназначено для самостоятельной работы бакалавров-заочников.

Рецензент: доцент кафедры информационных систем и технологий С.Г.Смирнова.

Рекомендовано редакционно – издательским советом КГУ.

© Борисова Е.А., Землякова И.В., Чебунькина Т.А., авторы, 2017.

© Костромской государственной университет, 2017.

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ .....	4
2. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА» .....	5
2.1. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ .....	5
2.2. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ .....	5
2.3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ .....	6
2.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....	7
2.5. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ (ФНП) .....	7
2.6. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....	8
2.7. ДВОЙНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ .....	8
2.8. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО .....	9
2.9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ .....	9
2.10. ЭЛЕМЕНТЫ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ .....	9
2.11. ЧИСЛОВЫЕ И СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ .....	9
2.12. РЯДЫ ФУРЬЕ .....	10
2.13. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ .....	10
2.14. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ .....	11
3. ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ .....	11
3.1. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ .....	11
3.2. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ .....	13
3.3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ .....	15
3.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....	16
3.5. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ (ФНП) .....	20
3.6. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....	21
3.7. ДВОЙНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ .....	25
3.8. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО .....	27
3.9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ .....	28
3.10. ЭЛЕМЕНТЫ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ .....	30
3.11. ЧИСЛОВЫЕ И СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ .....	31
3.12. РЯДЫ ФУРЬЕ .....	32
3.13. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ .....	33
3.14. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ .....	37
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	40
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Формулы сокращенного умножения и тригонометрии .....	41
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Таблица производных .....	42
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Таблица интегралов .....	43
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Алгоритм решения ЛНДУ $y'' + py' + qy = f(x)$ .....	44
ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Таблица значений функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$ .....	45

## ВВЕДЕНИЕ

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам, решение задач, выполнение контрольных работ. В помощь заочникам кафедра высшей математики университета организует чтение обзорных лекций в начале и в конце каждого семестра. Кроме того, студент может обращаться к преподавателю с вопросами в письменном виде или устно. Указания студенту по текущей работе даются также в процессе рецензирования контрольных работ. Однако студент должен помнить, что только при систематической и упорной работе помощь кафедры окажется достаточно эффективной.

Завершающим этапом изучения отдельных разделов математики является сдача экзаменов и зачетов в соответствии с учебным планом.

### 1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В процессе изучения курса математики студент должен выполнить ряд контрольных работ (их число определяется учебным планом для каждого направления подготовки), главная цель которых – проверить знания и навыки, полученные в процессе самостоятельного освоения изучаемого материала. При выполнении контрольных работ студент должен руководствоваться следующими указаниями.

1. Не приступать к выполнению контрольного задания, не решив достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию; опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу контрольного задания вызывается тем, что студент не выполнил это требование.
2. Каждую контрольную работу следует **выполнять в отдельной тетради**. Необходимо оставлять поля шириной 4–5 см для замечаний рецензента.
3. На обложке тетради должны быть написаны фамилия студента, его инициалы, номер зачетной книжки (шифр), название дисциплины, номер контрольной работы. В конце работы поставить дату ее выполнения.
4. Студент должен выполнять контрольные задания по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного номера (шифра) зачетной книжки. Контрольные работы, выполненные не по своему варианту, не зачитываются.
5. В работу должны быть включены **все** задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту.
6. Перед решением задач надо полностью выписать их условия.
7. Решение задач надо располагать в порядке возрастания их номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.
8. Все вычисления должны быть приведены полностью, чертежи и графики выполнены аккуратно, четко, с указанием единиц масштаба, координатных осей.

9. **Контрольная работа должна быть выслана на проверку не позднее чем за две недели до начала экзаменационной сессии.**
10. После получения прорецензированной работы студент должен исправить в ней ошибки (сделать *работу над ошибками в той же тетради*). В случае незачета студент обязан в кратчайший срок выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом *первоначально выполненную работу*.
11. При сдаче зачета или экзамена студент должен предоставлять преподавателю зачетные работы.

## **2. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»**

### **2.1. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ**

- 2.1.1. Понятие матрицы. Виды матриц.
- 2.1.2. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц.
- 2.1.3. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя разложением по элементам строки (столбца).
- 2.1.4. Определители n-го порядка.
- 2.1.5. Понятие обратной матрицы. Теорема существования обратной матрицы. Обратные матрицы 2-го и 3-го порядков, алгоритм их вычисления.
- 2.1.6. Системы линейных алгебраических уравнений, их решение: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса; в) матричным методом (с помощью обратной матрицы).

### **2.2. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ**

- 2.2.1. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи на метод координат: расстояние между двумя точками; деление отрезка в данном отношении; координаты середины отрезка. Полярная система координат на плоскости, связь с прямоугольной системой координат.
- 2.2.2. Понятие об уравнении линии на плоскости. Различные виды уравнений прямой:
  - а) уравнение прямой с угловым коэффициентом;
  - б) уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении;
  - в) уравнение прямой, проходящей через две данные точки;
  - г) общее уравнение прямой.

- 2.2.3. Угол между двумя прямыми на плоскости, условия параллельности и перпендикулярности прямых.
- 2.2.4. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Асимптоты гиперболы.
- 2.2.5. Векторы: основные понятия, линейные операции над ними.
- 2.2.6. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях.
- 2.2.7. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца. Длина (модуль) вектора. Направляющие косинусы.
- 2.2.8. Линейные операции над векторами в координатной форме. Равенство векторов. Условие коллинеарности векторов.
- 2.2.9. Скалярное произведение векторов: определение, свойства.
- 2.2.10. Скалярное произведение векторов в координатной форме.
- 2.2.11. Косинус угла между векторами. Условие ортогональности.
- 2.2.12. Векторное произведение векторов: определение, свойства, применение.
- 2.2.13. Понятие о линейном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов. Разложение вектора по базису.
- 2.2.14. Общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через точку, перпендикулярно данному вектору; уравнение плоскости, проходящей через три точки.
- 2.2.15. Угол между плоскостями, условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
- 2.2.16. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве.
- 2.2.17. Угол между двумя прямыми, условие параллельности и перпендикулярности прямых.
- 2.2.18. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

### 2.3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

- 2.3.1. Множества, операции над множествами, отображения множеств. Метод координат.
- 2.3.2. Определение функции, область определения, способы задания, графическое изображение. Классификация функций.
- 2.3.3. Упорядоченная переменная, ее предел. Следствия из определения предела.
- 2.3.4. Бесконечно малые и бесконечно большие величины, их свойства. Связь бесконечно малой с бесконечно большой.
- 2.3.5. Теоремы о связи предела с бесконечно малой (прямая и обратная).
- 2.3.6. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
- 2.3.7. Два замечательных предела. Число  $e$ . Натуральные логарифмы.
- 2.3.8. Вычисление пределов функций. Неопределенности и их раскрытие.

- 2.3.9. Сравнение бесконечно малых функций.
- 2.3.10. Эквивалентные бесконечно малые функции. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых функций.
- 2.3.11. Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва, их классификация.
- 2.3.12. Сложная функция, ее непрерывность. Непрерывность элементарных функций.
- 2.3.13. Свойства функций, непрерывных на отрезке

## 2.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

- 2.4.1. Производная функции: определение, геометрический и механический смысл. Уравнение касательной к графику функции.
- 2.4.2. Необходимое условие дифференцируемости функции.
- 2.4.3. Производная сложной функции.
- 2.4.4. Производные основных элементарных функций.
- 2.4.5. Правила дифференцирования функций. Таблица производных.
- 2.4.6. Дифференциал функции, его аналитический и геометрический смысл. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
- 2.4.7. Производные высших порядков.
- 2.4.8. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа.
- 2.4.9. Правило Лопиталья.
- 2.4.10. Определение возрастающей и убывающей функций, примеры. Аналитические признаки возрастания и убывания функции.
- 2.4.11. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.
- 2.4.12. Наибольшее и наименьшее значения функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .
- 2.4.13. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
- 2.4.14. Асимптоты графика функции.
- 2.4.15. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
- 2.4.16. Кривая Гаусса.

## 2.5. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ (ФНП)

- 2.5.1. Определение функции двух переменных, геометрический смысл.
- 2.5.2. Поверхности второго порядка.
- 2.5.3. Предел и непрерывность ФНП.
- 2.5.4. Частные приращения функции. Частные производные первого порядка.
- 2.5.5. Полное приращение и полный дифференциал функции, их связь. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
- 2.5.6. Частные производные высших порядков.

- 2.5.7. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.
- 2.5.8. Условный экстремум.
- 2.5.9. Скалярное поле. Линии и поверхности уровня.
- 2.5.10. Производная по направлению.
- 2.5.11. Градиент.
- 2.5.12. Задача обработки экспериментальных данных. Подбор параметров методом наименьших квадратов.

## 2.6. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

- 2.6.1. Первообразная. Теорема о первообразных.
- 2.6.2. Определение неопределенного интеграла. Теорема его существования. Свойства неопределенного интеграла.
- 2.6.3. Основная таблица интегралов.
- 2.6.4. Замена переменной и интегрирование по частям.
- 2.6.5. Интегрирование: а) рациональных дробей; б) простейших иррациональностей; в) тригонометрических выражений.
- 2.6.6. Определение определенного интеграла, его геометрический смысл. Теорема существования определенного интеграла.
- 2.6.7. Свойства определенного интеграла.
- 2.6.8. Теорема о среднем значении.
- 2.6.9. Интеграл с переменным верхним пределом. Производная от интеграла по его верхнему пределу.
- 2.6.10. Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона – Лейбница.
- 2.6.11. Способы вычисления определенных интегралов: а) замена переменной; б) интегрирование по частям.
- 2.6.12. Несобственные интегралы I и II рода.
- 2.6.13. Приложения определенного интеграла.

## 2.7. ДВОЙНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

- 2.7.1. Определение двойного интеграла, его свойства.
- 2.7.2. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
- 2.7.3. Приложения двойного интеграла.
- 2.7.4. Криволинейные интегралы первого рода (по длине дуги), их свойства, вычисление.
- 2.7.5. Криволинейные интегралы второго рода (по координатам), их свойства, вычисление.
- 2.7.6. Формула Грина.
- 2.7.7. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.



## 2.8. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

- 2.8.1. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы. Действия над комплексными числами.
- 2.8.2. Функция комплексного переменного. Общие понятия. Показательная и тригонометрическая функции комплексного переменного. Формулы Эйлера. Логарифмическая функция.
- 2.8.3. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.
- 2.8.4. Дифференцирование функций комплексного переменного. Аналитическая функция.

## 2.9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

- 2.9.1. Понятие о дифференциальном уравнении и его решении. Общее и частное решения. Теорема существования. Задача Коши.
- 2.9.2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
- 2.9.3. Однородные дифференциальные уравнения I порядка.
- 2.9.4. Линейные дифференциальные уравнения I порядка.
- 2.9.5. Некоторые виды дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижение порядка.
- 2.9.6. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.
- 2.9.7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.

## 2.10. ЭЛЕМЕНТЫ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

- 2.10.1. Оригинал и изображение. Преобразование Лапласа.
- 2.10.2. Свойства преобразования Лапласа. Основные теоремы об оригиналах и изображениях.
- 2.10.3. Таблица преобразования Лапласа.
- 2.10.4. Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом.
- 2.10.5. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом.

## 2.11. ЧИСЛОВЫЕ И СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ

- 2.11.1. Числовые ряды. Основные понятия.
- 2.11.2. Простейшие свойства числовых рядов.
- 2.11.3. Необходимый признак сходимости ряда, следствие.
- 2.11.4. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости: сравнения, Даламбера, интегральный признак Коши.

- 2.11.5. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
- 2.11.6. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
- 2.11.7. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда.
- 2.11.8. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 2.11.9. Разложение некоторых функций в ряд Тейлора (Маклорена).
- 2.11.10. Применение степенных рядов.

## 2.12. РЯДЫ ФУРЬЕ

- 2.12.1. Периодические процессы и периодические функции.
- 2.12.2. Тригонометрический ряд. Определение коэффициентов тригонометрического ряда по формулам Фурье.
- 2.12.3. Условия разложимости функции в ряд Фурье (теорема Дирихле).
- 2.12.4. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.

## 2.13. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

- 2.13.1. Случайные события. Основные понятия. Виды случайных событий.
- 2.13.2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
- 2.13.3. Относительная частота, статистическая вероятность.
- 2.13.4. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей несовместных событий, следствия.
- 2.13.5. Независимые и зависимые события. Произведение событий. Теорема умножения и ее следствия.
- 2.13.6. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
- 2.13.7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
- 2.13.8. Повторение опытов. Формула Бернулли.
- 2.13.9. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
- 2.13.10. Дискретные случайные величины (д. с. в.). Закон распределения вероятностей.
- 2.13.11. Числовые характеристики д. с. в. Математическое ожидание и его вероятностный смысл. Свойства математического ожидания.
- 2.13.12. Дисперсия д. с. в. Определение. Теорема. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение.
- 2.13.13. Биномиальное распределение. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины с биномиальным законом распределения.
- 2.13.14. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
- 2.13.15. Непрерывные случайные величины (н. с. в.). Функция распределения вероятностей, свойства.
- 2.13.16. Плотность распределения вероятностей н. с. в. Свойства. Вероятность попадания н. с. в. в заданный интервал.
- 2.13.17. Числовые характеристики н. с. в.

- 2.13.18. Нормальный закон распределения. Вероятностный смысл параметров  $\mu$  и  $\sigma$ .
- 2.13.19. Нормальная кривая (кривая Гаусса).
- 2.13.20. Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределенной случайной величины. Вероятность заданного отклонения. Правило трех сигм.
- 2.13.21. Закон равномерной плотности (равномерное распределение).
- 2.13.22. Показательное распределение.
- 2.13.23. Предельные теоремы теории вероятностей.

## 2.14. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 2.14.1. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности.
- 2.14.2. Повторная и бесповторная выборки, репрезентативность выборки. Способы организации выборки.
- 2.14.3. Статистическое распределение выборки. Графическое представление распределения. Эмпирическая функция распределения.
- 2.14.4. Статистические оценки параметров распределения. Несмещенность, эффективность, состоятельность оценки неизвестного параметра.
- 2.14.5. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней.
- 2.14.6. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной дисперсии.
- 2.14.7. Доверительная вероятность, доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном  $\sigma$ .
- 2.14.8. Понятие о корреляционном и регрессивном анализе.

## 3. ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### 3.1. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

**1–10.** Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу D:

№ задания	Матрица $D$	№ задания	Матрица $D$
1	$D=2B - 3E+AB - BE$	2	$D=4E - 3A+AB - 3EA$
3	$D=A - 3B - BA+4AE$	4	$D=2BA - AE+2B - 2A$
5	$D=AB+5A - BE - 3E$	6	$D=5A - 2B - AB - 2BE$
7	$D=AE - 2BA+B - 2A$	8	$D=2B - 3E+2BA - EA$
9	$D=BA+BE - 2A+3E$	10	$D= - BA+3A - BE+4E$

**11–20.** Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) по формулам Крамера;

б) методом Гаусса;

в) средствами матричного исчисления (с помощью обратной матрицы).

№ задания	Система уравнений	№ задания	Система уравнений
11	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1; \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -4 \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4; \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -3; \\ 4x_1 - 6x_2 - 10x_3 = 4 \end{cases}$
13	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3; \\ 3x_1 - 11x_2 + x_3 = 10; \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 26 \end{cases}$	14	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 4; \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$
15	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -9; \\ 2x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 6; \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 13 \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1; \\ 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2; \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -5 \end{cases}$
17	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7; \\ 2x_1 + 9x_2 - 5x_3 = 10; \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1; \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1; \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$
19	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9; \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 19; \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0; \\ 2x_1 + 9x_2 - 3x_3 = -14; \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$

**21–30.** Найти решения однородной системы уравнений при всех значениях параметра  $a$ .

№ задания	Система уравнений	№ задания	Система уравнений
21	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \end{cases}$	22	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + ax_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$
23	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ ax_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + ax_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
25	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + ax_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	26	$\begin{cases} ax_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
27	$\begin{cases} 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + ax_3 = 0 \end{cases}$	28	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \end{cases}$
29	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	30	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 4x_1 + ax_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$

### 3.2. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

**31–40.** Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ . Построить треугольник в декартовой системе координат.

Найти:

- уравнение стороны  $BC$ ;
- длину стороны  $BC$ ;
- уравнение высоты  $AH$ ;
- уравнение медианы  $BM$ ;
- уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$ ;
- уравнение окружности, диаметром которой является сторона  $AC$ .

№ задания	Координаты точек			№ задания	Координаты точек		
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
31	(-5; 0)	(7; 9)	(5; -5)	32	(-3; 3)	(9; -6)	(7; 8)
33	(0; 3)	(12; -6)	(10; 8)	34	(-3; 0)	(9; 9)	(7; -5)
35	(-6; 1)	(6; 10)	(4; -4)	36	(-2; -4)	(8; -9)	(10; 5)
37	(2; 5)	(-3; 1)	(0; 4)	38	(4; 1)	(7; -3)	(-3; -1)
39	(-2; -7)	(-4; 5)	(9; 0)	40	(4; -5)	(10; -2)	(-3; 1)

**41–50.** Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду.

- Определить:
- вид кривой;
  - полуоси;
  - координаты вершин и фокусов;
  - эксцентриситет.

Построить кривую.

№ задания	Уравнение кривой	№ задания	Уравнение кривой
41	$9x^2 + 25y^2 = 225$	42	$9x^2 - 16y^2 = 144$
43	$4x^2 - 16y^2 = 64$	44	$x^2 + 4y^2 = 16$
45	$16x^2 + 25y^2 = 400$	46	$4x^2 - 9y^2 = 36$
47	$16x^2 - 9y^2 = 144$	48	$4x^2 + 16y^2 = 64$
49	$9x^2 + 16y^2 = 144$	50	$64x^2 - 36y^2 = 2304$

**51–60.** Даны точки  $A_1, A_2, A_3$ . Средствами векторной алгебры найти:

- координаты векторов  $\vec{a} = \overline{A_1A_2}$  и  $\vec{b} = \overline{A_1A_3}$ ;
- координаты вектора  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ ;
- длину (модуль) вектора  $\vec{c}$ ;
- скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- косинус угла между векторами  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- направляющие косинусы вектора  $\vec{a}$ ;
- векторное произведение вектора  $\vec{a}$  на вектор  $\vec{b}$ ;
- площадь  $\Delta A_1 A_2 A_3$ ;
- уравнение плоскости, проходящей через точки  $A_1, A_2, A_3$ .

№ задания	Координаты точек			$m$	$n$
	$A_1$	$A_2$	$A_3$		
51	(4; 6; 9)	(-5; 2; 6)	(4; -4; -3)	3	-2
52	(-2; -2; 4)	(1; 3; -2)	(1; 4; 2)	-1	2
53	(-4; 2; -5)	(3; 7; 2)	(4; 6; -3)	-5	2
54	(5; 4; 4)	(-5; 2; 3)	(4; 2; -5)	2	-1
55	(4; 3; 2)	(-4; -3; 5)	(6; 4; -3)	-1	3
56	(3; 3; 9)	(6; 9; 1)	(1; 7; 3)	-2	3
57	(-1; 6; 1)	(3; 1; 4)	(0; 4; -1)	2	-3
58	(7; 5; 3)	(9; 4; 4)	(4; 5; -9)	-2	-3
59	(3; 2; 4)	(-2; 1; 3)	(2; -2; -1)	-2	-1
60	(-2; -3; -2)	(1; 4; 2)	(1; -3; 3)	2	-2

### 3.3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**61–70.** Найти пределы 1 (а, б, в, г) и предел 2, не пользуясь правилом Лопиталья.

№ задания	Предел 1	Значение $x_0$				Предел 2
		а)	б)	в)	г)	
61	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x - 4}$	$x_0 = 2$	$x_0 = -1$	$x_0 = +\infty$	$x_0 = 4$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 8x}$
62	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{2x^2 - x - 10}$	$x_0 = 2$	$x_0 = -2$	$x_0 = +\infty$	$x_0 = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x \cdot \cos 4x}$
63	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x - 3x^2}$	$x_0 = -1$	$x_0 = 1$	$x_0 = +\infty$	$x_0 = 2$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 9x}$
64	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + x - 14}{x^3 - 3x^2 + 2x}$	$x_0 = 1$	$x_0 = 2$	$x_0 = +\infty$	$x_0 = -\frac{7}{3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \cdot \operatorname{tg} 4x}{3x^2}$

65	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + x - 4}{4 - x^2 - 3x}$	$x_0 = -1$	$x_0 = 1$	$x_0 = \infty$	$x_0 = -4$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\operatorname{tg} 5x}$
66	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^3 - 7x^2 + 6x}{6 - x - x^2}$	$x_0 = 1$	$x_0 = 2$	$x_0 = \infty$	$x_0 = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cos 7x}{\sin 5x}$
67	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x - 7}{3x^3 + x^2 - 2x}$	$x_0 = -2$	$x_0 = -1$	$x_0 = \infty$	$x_0 = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x \cdot \operatorname{tg} 4x}{5x^2}$
68	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^3 - 5x^2 + x}{3x - x^2 - 2}$	$x_0 = -1$	$x_0 = 1$	$x_0 = \infty$	$x_0 = 2$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{5x \cos 7x}$
69	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 3x - 4}$	$x_0 = -2$	$x_0 = -1$	$x_0 = \infty$	$x_0 = 4$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \operatorname{tg} 3x}{\sin 5x}$
70	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 4}{2x^3 - 3x^2 - 5x}$	$x_0 = -2$	$x_0 = -1$	$x_0 = \infty$	$x_0 = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cos 7x}{\sin 5x}$

**71–80.** Дана функция и два значения аргумента  $x_1$  и  $x_2$ . Установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента.

№ задания	Функция	$x_1$	$x_2$	№ задания	Функция	$x_1$	$x_2$
71	$y = \frac{x - 17}{2x^2 - 9x - 5}$	3	5	72	$y = \frac{x - 10}{x^2 - 2x - 8}$	1	3
73	$y = \frac{x - 6}{x^2 - 5x + 4}$	2	4	74	$y = \frac{x - 3}{x^2 - 4x - 5}$	2	4
75	$y = \frac{x - 15}{x^2 - x - 12}$	3	4	76	$y = \frac{2x}{x^2 - 2x - 3}$	2	1
77	$y = \frac{x - 14}{x^2 - x - 12}$	2	5	78	$y = \frac{x + 7}{2x^2 - 5x + 3}$	0	2
79	$y = \frac{x - 3}{2x^2 - x - 6}$	1	-3	80	$y = \frac{x - 6}{x^2 - 4x + 3}$	2	1

### 3.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

**81–90.** Найти: 1) производные  $\frac{dy}{dx}$  для функций а), б), в), г);

2) дифференциал  $dy$  для функции д).



№ задания	Функция	№ задания	Функция		
81	a	$y = \left(\frac{1}{4}x^4 - 5x + \frac{3}{x^2}\right)^3$	82	a	$y = \left(\frac{2}{x} + 4\sqrt[5]{x^2} - x^3\right)^4$
	б	$y = \frac{3\cos 4x - 5\sin \frac{x}{2}}{1 - x}$		б	$y = \frac{1 - 3x}{3e^{2x^2} + x}$
	в	$y = e^{-3x^2} \cdot \ln(1 - 3x)$		в	$y = \arctg \sqrt{x} \cdot \ln(2 + x)$
	г	$y = \sqrt{\arctg x^2 - \operatorname{ctg} 2x}$		г	$y = \frac{1}{5} \cos^3 \frac{2x}{5} + \arccos 4x + \ln 2$
	д	$y = \operatorname{tg}^3 x + \frac{2}{7} \arcsin \frac{1}{x} + \sqrt{5}$		д	$y = \ln(\arcsin x^3 + x)$
83	a	$y = (x^2 + x - 3\sqrt[3]{x})^3$	84	a	$y = \sqrt[3]{7x - \frac{2}{x^2} + 2}$
	б	$y = \frac{\arccos 2x}{10^{-x} - \cos x}$		б	$y = \frac{\arcsin 4x}{1 - 7x}$
	в	$y = e^{\operatorname{tg} 3x} \cdot \ln(1 - x^2)$		в	$y = \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cdot e^{1 - \cos x}$
	г	$y = \sqrt{\sin^4 \frac{1}{x} + 3 + \sin 2}$		г	$y = \frac{1}{8} \arctg^3(\sqrt{x}) + \sqrt{10}$
	д	$y = \arctg \frac{2x}{1 - x^2}$		д	$y = \ln\left(\operatorname{ctg} \frac{2 - x}{\sqrt{x}}\right)$
85	a	$y = \sqrt[4]{9x + \frac{1}{\sqrt{x}}} - 2$	86	a	$y = (5x^2 + 4\sqrt{x} - 7)^3$
	б	$y = \frac{1 - \sin 3x}{(2 - x)^4}$		б	$y = \frac{2 + \operatorname{tg} \frac{x}{3}}{e^{-5x} - x}$
	в	$y = e^{\operatorname{ctg} x} \cdot \ln(1 - x - x^2)$		в	$y = \cos 2x \cdot \arcsin \frac{x + 1}{\sqrt{2}}$
	г	$y = \arcsin \frac{3 - 4x}{2} + \sin 10$		г	$y = \ln^3(\cos 5x - 2\sin x^2)$
	д	$y = 5\cos^4 3x + \operatorname{tg} \frac{x}{3} - 1$		д	$y = e^{\arctg \sqrt{x}} + \sqrt[3]{3}$

87	a	$y = (2x^4 + 3\sqrt[3]{x} - 4)^4$	88	a	$y = \sqrt[3]{2x - \frac{1}{x^2} + \sqrt[3]{x}}$
	б	$y = \frac{x - e^{-x}}{\operatorname{ctg} 4x}$		б	$y = \frac{\arcsin x^2}{4 - 5x}$
	в	$y = \sqrt{1 - 4x^2} \cdot \operatorname{arctg} x^3$		в	$y = e^{-\operatorname{tg} \frac{x}{3}} \cdot \ln(1 - 3x)$
	г	$y = \sin^4 \sqrt{x} + 3\ln(1 - 2x^3) + \sqrt{5}$		г	$y = \cos(\ln x) - \sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{5}$
	д	$y = e^{\arcsin 3x}$		д	$y = \operatorname{arctg} \frac{3 - x}{\sqrt{3}}$
89	a	$y = \left( \sqrt[3]{x^2} - 3x^3 - \frac{7}{x} \right)^5$	90	a	$y = \left( 2x - \frac{5}{x^3} + \sqrt[3]{x} \right)^4$
	б	$y = \frac{2 \cos \frac{x}{3} - e^{2x}}{(1 - x)^3}$		б	$y = \frac{e^{\operatorname{tg} x} - 1}{\cos 5x - x}$
	в	$y = \sqrt{2x - 3} \cdot \arcsin \frac{x^3}{2}$		в	$y = \ln(2 - 4x) \cdot \operatorname{ctg} x^2$
	г	$y = \ln(\operatorname{ctg} 2x) + \sin(\ln x) + \sqrt{7}$		г	$y = \arcsin \left( 1 - \frac{x}{2} \right) + 4 \sin^4 x + \ln 4$
	д	$y = e^{\operatorname{arctg} x} + 10^{-x}$		д	$y = \sqrt{\operatorname{arctg}(\ln x) - 1}$

**91–100.** Для заданных функций найти вторую производную  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  и вычислить ее значение в точке  $x_0$ .

№ задания	Функция	$x_0$	№ задания	Функция	$x_0$
91	$y = x \cdot e^{x^2}$	-1	92	$y = (1 + x^2) \cdot \operatorname{arctg} x$	$\frac{\pi}{4}$
93	$y = \sqrt{1 - x^2} \cdot \arcsin x$	0	94	$y = \sqrt{4 - x^2}$	1
95	$y = \operatorname{arctg} x^2$	-2	96	$y = e^{-x} \cdot \sin x$	$\frac{\pi}{4}$
97	$y = x^2 \cdot \ln x$	2	98	$y = \operatorname{tg} 3x$	$\frac{\pi}{3}$
99	$y = -x \cdot \cos x$	$\frac{\pi}{2}$	100	$y = \frac{1}{2x - 3}$	2

**101–110.** Найти пределы функций, используя правило Лопиталья.

№ задания	Предел	№ задания	Предел
101	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}$	102	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x + 1)}$
103	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$	104	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 5^{3x}}{\arctg x + x^2}$
105	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1 - 2x)}{4 \arctg 3x}$	106	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)}$
107	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x + x^3}{e^{4x} - e^x}$	108	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x}$
109	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$	110	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg} x^2}$

**111–120.** 1) Исследовать функции *a*), *б*) методом дифференциального исчисления и построить графики.

2) Для функции *a*) найти наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[\alpha; \beta]$ .  
*Исследование функции рекомендуется проводить по следующей схеме.*

1. Найти область определения функции  $D(y)$ . Указать точки разрыва, если они есть, и найти вертикальные асимптоты.
2. Исследовать функции на четность, нечетность.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат, если они существуют.
4. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции.
5. Найти интервалы выпуклости и вогнутости, точки перегиба графика функции.
6. Найти наклонные асимптоты.
7. Построить график.

№ задания	Функция		
	<i>a</i> )	$[\alpha; \beta]$	<i>б</i> )
111	$y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$	$[-1; 2]$	$y = \frac{x^2 + 9}{x + 4}$
112	$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 12$	$[2; 4]$	$y = \frac{x^2}{1 - x}$
113	$y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 32$	$[1; 4]$	$y = \frac{5 - x^2}{x - 3}$
114	$y = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 7$	$[-3; 1]$	$y = \frac{x^2 - 12}{x - 4}$

115	$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$	$[-1; 3]$	$y = \frac{15 - x^2}{x + 4}$
116	$y = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$	$[-1; 2]$	$y = \frac{x^2 + 32}{2 - x}$
117	$y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$	$[0; 4]$	$y = \frac{x^2 - 8}{3 - x}$
118	$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$	$[-2; 3]$	$y = \frac{x^2 + 3}{1 - x}$
119	$y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8$	$[-3; 0]$	$y = \frac{x^2 + 8}{x + 1}$
120	$y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 20$	$[-1; 4]$	$y = \frac{x^2 + 21}{2 - x}$

### 3.5. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ (ФНП)

**121–130.** 1) Найти частные производные первого порядка  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции  $z = f(x; y)$ .

2) Доказать, что  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .

№ задания	Функция	№ задания	Функция
121	$z = 2e^{3x+y^2} - 2x^2y^2 + 9y$	122	$z = 6\ln(xy^2) - 10xy^2 - 8x$
123	$z = 3\sin(x^3 + y^2) - 5x^3y + 9x$	124	$z = 2\cos(2x^3 - 4y^2) - 12x^3y + 2x$
125	$z = 8e^{x+y^3} - 3xy^3 + 7x - 5y$	126	$z = e^{2x^2+y^2} + 7x^3y^4 - 9y$
127	$z = 5e^{x^2+5y^3} + 4x^2y + 8x - 9y$	128	$z = \cos(3x^2 - y^2) - 9y + 8x^3y^5$
129	$z = 8\cos(xy) - 3x - 12x^4y$	130	$z = \sin(xy) + 8x^2y^3 - 7x$

**131–140.** Дана функция  $z = f(x; y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $\bar{l}$ .

Найти: 1) градиент функции в точке А; 2) производную функции в точке А в направлении вектора  $\bar{l}$ .

№ задания	Функция	Точка А	Вектор $\bar{l}$
131	$z = 2x^2y + xy^3 + 5x - 4y$	$A(-1; 2)$	$\bar{l} = 3\bar{i} - 4\bar{j}$
132	$z = 3xy - 6x^2y^2 + 6y^3 + 15x$	$A(1; -2)$	$\bar{l} = -3\bar{i} + 4\bar{j}$
133	$z = x^3 - 8x^2y^3 - 6xy + 5x$	$A(3; 1)$	$\bar{l} = -6\bar{i} + 8\bar{j}$
134	$z = 5x^2y - xy^2 + 6y - 3x$	$A(-2; 4)$	$\bar{l} = 6\bar{i} - 8\bar{j}$

135	$z = x^4 + 3x^3y - 8xy^2 + 5y^3$	$A(1;1)$	$\bar{l} = -6\bar{i} - 8\bar{j}$
136	$z = 2xy - x^2y^2 - x^3y^3 - 2y$	$A(1;-2)$	$\bar{l} = 5\bar{i} - 12\bar{j}$
137	$z = x^2y + y^2x - 3x + 5y$	$A(2;1)$	$\bar{l} = -5\bar{i} + 12\bar{j}$
138	$z = 3x^2y^3 + 5xy^2 - 2y + 3x$	$A(2;-1)$	$\bar{l} = -5\bar{i} - 12\bar{j}$
139	$z = 4x^3y^2 - 2x^2y^3 + 2xy^4 + 3x$	$A(-1;1)$	$\bar{l} = -3\bar{i} - 4\bar{j}$
140	$z = 3x^4 + 2x^3y - 3x^2y^2 - 4xy^3 + 5y$	$A(1;-1)$	$\bar{l} = 5\bar{i} + 12\bar{j}$

**141–150.** Экспериментально получены пять значений функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию вида  $Y = ax + b$ , выражающую приближенно (аппроксимирующую) функцию  $y = f(x)$ . Сделать чертеж, на котором в декартовой системе координат построить экспериментальные точки и график функции  $Y = ax + b$ .

№ задания	Значения аргументов (x) и значения функции (y)						№ задания	Значения аргументов (x) и значения функции (y)					
	x	y	x	y	x	y		x	y	x	y	x	y
141	x	1,0	1,5	2,0	3,0	3,2	142	x	1,1	2,1	3,4	4,3	4,9
	y	8,1	9,0	11,2	13,8	14,7		y	-0,8	1,	3,8	5,4	6,7
143	x	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	144	x	1,1	1,3	1,7	1,9	2,2
	y	3,2	4,1	5,3	6,7	7,3		y	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
145	x	0,7	0,9	1,2	1,3	1,7	146	x	1,0	3,7	5,8	6,1	7,2
	y	1,7	1,1	0,8	0,1	-0,5		y	2,8	6,8	10,0	10,4	12,1
147	x	1,3	2,4	3,5	4,1	5,5	148	x	2,1	3,0	3,2	3,9	4,1
	y	3,4	4,7	5,5	6,5	7,8		y	3,4	8,1	9,2	12,6	13,3
149	x	2,2	3,1	4,5	5,3	5,7	150	x	3,2	4,1	5,3	6,7	7,3
	y	0,1	-0,4	-1,2	-1,6	-1,8		y	1,6	1,4	1,1	0,9	0,7

### 3.6. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

**151–160.** Найти интегралы.

№ задания	Интегралы		
151	a) $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx$	b) $\int \left( \frac{1}{\cos^2 \frac{3x}{2}} + e^{-2x+5} \right) dx$	в) $\int \frac{dx}{3-2x}$
	з) $\int \sqrt[3]{1+3x} dx$	д) $\int \frac{5x-2}{x^2+9} dx$	

152	a) $\int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx$	b) $\int \left( 2^{4-3x} - \frac{2}{\sin^2 \frac{x}{2}} \right) dx$	e) $\int (1-4x)^7 dx$
	z) $\int \cos(7x+3) dx$	d) $\int \frac{3x-2}{3x^2+1} dx$	
153	a) $\int \frac{\sqrt{x^3} - 3x^4 + 2}{x} dx$	b) $\int \left( \sin\left(\frac{5x}{2} + 1\right) + \frac{1}{\cos^2 7x} \right) dx$	e) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2+x}}$
	z) $\int e^{4x+5} dx$	d) $\int \frac{5+x}{3x^2+1} dx$	
154	a) $\int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx$	b) $\int \left( \sin\left(2 - \frac{3x}{2}\right) + 4^{3x+1} \right) dx$	e) $\int \sqrt[3]{5-2x} dx$
	z) $\int \frac{dx}{2+7x}$	d) $\int \frac{x-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$	
155	a) $\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx$	b) $\int \left( e^{\frac{x}{2}+7} + \frac{1}{3x-5} \right) dx$	e) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-5x}}$
	z) $\int \sin(3-4x) dx$	d) $\int \frac{5x+2}{\sqrt{x^2+9}} dx$	
156	a) $\int \frac{5x^2 - \sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt{x}} dx$	b) $\int \left( 3^{5x+4} + \sin\left(2 - \frac{x}{3}\right) \right) dx$	e) $\int (1+4x)^5 dx$
	z) $\int e^{1-4x} dx$	d) $\int \frac{2x+3}{5x^2+2} dx$	
157	a) $\int \frac{\sqrt[7]{x^6} - 2x + 3}{x} dx$	b) $\int \left( e^{\frac{5-3x}{4}} + \cos\left(\frac{3x}{7} - 2\right) \right) dx$	e) $\int \sqrt[5]{(1-x)^2} dx$
	z) $\int \frac{dx}{6x+1}$	d) $\int \frac{2x+3}{1-3x^2} dx$	
158	a) $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$	b) $\int \left( \frac{1}{3x+7} + \frac{1}{\sqrt{x^2+5}} \right) dx$	e) $\int \sin(2x+7) dx$
	z) $\int e^{5-3x} dx$	d) $\int \frac{2x-3}{\sqrt{4-x^2}} dx$	

159	$a) \int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx$	$b) \int \left( \frac{1}{5x-2} + 7^{5-\frac{3x}{8}} \right) dx$	$в) \int \sqrt[3]{4-2x} dx$
	$z) \int \cos(2+3x) dx$	$д) \int \frac{2x+5}{\sqrt{5x^2+1}} dx$	
160	$a) \int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx$	$b) \int \left( \cos\left(\frac{2x}{5} - 1\right) + \frac{1}{4-3x} \right) dx$	$в) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{3+x}}$
	$z) \int 7^{2x-3} dx$	$д) \int \frac{3x+2}{2x^2-1} dx$	

**161–170.** Найти неопределенные интегралы.

№ задания	Интегралы			
	$a)$	$b)$	$в)$	$z)$
161	$\int \frac{6x dx}{x^2 + 4x + 9}$	$\int x^2 \ln x dx$	$\int \frac{3x-2}{x(x+1)(x-2)} dx$	$\int \cos^2 3x dx$
162	$\int \frac{4x-8}{\sqrt{x^2+6x-2}} dx$	$\int x e^{-3x} dx$	$\int \frac{x^2+2}{(x+1)^2(x-2)} dx$	$\int \sin^4 x \cos x dx$
163	$\int \frac{5x dx}{x^2-4x+7}$	$\int x \sin 2x dx$	$\int \frac{x-1}{x(x+2)(x-3)} dx$	$\int \sin^2 x \cos x dx$
164	$\int \frac{6x+5}{\sqrt{x^2+4x+9}} dx$	$\int x \cos 3x dx$	$\int \frac{x+2}{(x-3)^2 x} dx$	$\int \sin^2 5x dx$
165	$\int \frac{x dx}{x^2+5x-1}$	$\int x e^{2x} dx$	$\int \frac{x-4}{x(x-2)(x+1)} dx$	$\int \sin^3 7x dx$
166	$\int \frac{3x dx}{x^2+4x+25}$	$\int x \sin 5x dx$	$\int \frac{x^2 dx}{(x-1)(x+2)(x-3)} dx$	$\int \sin^5 x \cos x dx$
167	$\int \frac{x dx}{x^2-6x+8}$	$\int (x+7) \sin 2x dx$	$\int \frac{x+5}{(x-1)(x-2)(x+3)} dx$	$\int \cos^3 x dx$
168	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-5x+6}}$	$\int (x+6) \cos 7x dx$	$\int \frac{4x+1}{(x^2-4)} dx$	$\int \cos^2 4x dx$
169	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+3x-1}}$	$\int (x+1) e^x dx$	$\int \frac{x+1}{(x-1)^2(x+4)} dx$	$\int \sin^3 x \cos x dx$
170	$\int \frac{x dx}{x^2-4x-2}$	$\int (x-2) \sin 3x dx$	$\int \frac{x-3}{x^2(x+1)} dx$	$\int \sin^2 7x dx$

**171–180.** Пользуясь формулой Ньютона–Лейбница, вычислить определенные интегралы.

№ задания	Интегралы		№ задания	Интегралы	
	a)	б)		a)	б)
171	$\int_1^e \sqrt{x} \ln x dx$	$\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} + 3}$	172	$\int_0^{\frac{\pi}{10}} x \sin 5x dx$	$\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{3x+1} + 2}$
173	$\int_0^2 x e^{-\frac{x}{2}} dx$	$\int_2^7 \frac{\sqrt{x+2} + 3}{\sqrt{x+2} + 2} dx$	174	$\int_2^{\pi} x \cos \frac{x}{4} dx$	$\int_9^{16} \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 5} dx$
175	$\int_1^e \frac{\ln x}{x^3} dx$	$\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$	176	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 4x dx$	$\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1} + 2}{\sqrt{x+1} - 1} dx$
177	$\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \sin 3x dx$	$\int_1^4 \frac{dx}{2 + \sqrt{8x-7}}$	178	$\int_0^1 x e^{-2x} dx$	$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}}{6 + \sqrt{x}} dx$
179	$\int_1^e \sqrt[3]{x^2} \ln x dx$	$\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{4x+1} + 2}$	180	$\int_0^3 x e^{-\frac{x}{3}} dx$	$\int_{-2\sqrt{x+3}}^1 \frac{dx}{\sqrt{(x+3)^3}}$

**181–190.** Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

№ задания	Интеграл	№ задания	Интеграл
181	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x+1}$	182	$\int_{-1}^{+\infty} e^{-2x-1} dx$
183	$\int_0^{+\infty} e^{-5x} dx$	184	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 5}$
185	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{(2x+1)^3}} dx$	186	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{7x+1}}$
187	$\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{(3x-5)^4}$	188	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(4x-1)^3}$
189	$\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{\sqrt{9-6x}}$	190	$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-4x)^3}}$



**191–200.** Построить фигуру, ограниченную заданными линиями, и найти ее площадь.

№ задания	Уравнения линий	№ задания	Уравнения линий
191	$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2;$ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 3$	192	$y = x^2 - x - 2;$ $2x + y = 0$
193	$y = -x^2 - x + 6;$ $x - y - 2 = 0.$	194	$y = x^2 + 4x;$ $x - y + 4 = 0.$
195	$y = x^2 - 2x + 3;$ $3x - y - 1 = 0.$	196	$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 1;$ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2.$
197	$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 2;$ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 7.$	198	$y = 3x^2 + 12x + 12;$ $3x - y + 6 = 0.$
199	$y = x^2 - 6x + 10;$ $x + y - 4 = 0.$	200	$y = -x^2 + 5x - 4;$ $x - y - 4 = 0.$

### 3.7. ДВОЙНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

**201–210.** Требуется:

- построить на плоскости  $xOy$  область интегрирования заданного интеграла;
- изменить порядок интегрирования;
- вычислить площадь области.

№ задания	Интеграл	№ задания	Интеграл
201	$\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 dy$	202	$\int_0^2 dx \int_1^{5-x^2} dy$
203	$\int_0^2 dx \int_0^{x^2} dy$	204	$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy$

205	$\int_0^3 dx \int_{x^2-3}^{3x-3} dy$	206	$\int_0^2 dx \int_{x^2}^4 dy$
207	$\int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^{-x} dy$	208	$\int_{-3}^0 dx \int_1^{\sqrt{1-x}} dy$
209	$\int_1^2 dx \int_{2/x}^{3-x} dy$	210	$\int_1^5 dx \int_0^{\sqrt{x-1}} dy$

**211–220.** Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанными линиями.

№ задания	Интеграл	Область $D$	№ задания	Интеграл	Область $D$
211	$\iint_D (y-1) dx dy$	$D: \begin{cases} y = x; \\ y = 5x; \\ x = 3 \end{cases}$	212	$\iint_D (x-2) dx dy$	$D: \begin{cases} y = x; \\ y = x/2; \\ x = 2 \end{cases}$
213	$\iint_D x dx dy$	$D: \begin{cases} y = -x^2 + 4; \\ y = 2x; \\ x = 0; \\ x = 1 \end{cases}$	214	$\iint_D (1+x^2) dx dy$	$D: \begin{cases} y = x^2 - 1; \\ y = 3 \end{cases}$
215	$\iint_D x^2 dx dy$	$D: \begin{cases} y = x; \\ y = 1/x; \\ x = 2 \end{cases}$	216	$\iint_D xy dx dy$	$D: \begin{cases} y = \sqrt{x}; \\ y = x; \\ x = 1 \end{cases}$
217	$\iint_D xy dx dy$	$D: \begin{cases} y = 0; \\ y = 2; \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$	218	$\iint_D (y+1) dx dy$	$D: \begin{cases} y = \frac{4}{x}; \\ y = 0; \\ x = 1; \\ x = 2 \end{cases}$
219	$\iint_D x dx dy$	$D: \begin{cases} y = 2 - x^2; \\ y = x; \\ y = 0 \end{cases}$	220	$\iint_D (x+1) dx dy$	$D: \begin{cases} x + y = 2; \\ x + y = 4; \\ x = 0; \\ x = 2 \end{cases}$

**221–230.** Даны криволинейный интеграл  $\int_L P(x, y) dx + Q(x, y) dy$  и точки  $A(0; 1)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(3; 8)$ . Вычислить данный интеграл:  
 а) по прямой  $AC$ ; б) по ломаной  $ABC$ .

№ задания	Интеграл	№ задания	Интеграл
221	$\int_L (x^3 - 2y)dx - (2x - 5)dy$	222	$\int_L (1 + 2xy)dx + (x^2 + y)dy$
223	$\int_L (3 + xy)dx + (\frac{1}{2}x^2 + 2y)dy$	224	$\int_L (x^2 - y)dx - (x - 3y)dy$
225	$\int_L (5x - 2y)dx - (2x - y)dy$	226	$\int_L (3x^2 - y)dx - (x + 3y)dy$
227	$\int_L (4xy + 3)dx + (2x^2 - y)dy$	228	$\int_L (4 + xy^2)dx + (x^2y + 2y)dy$
229	$\int_L (5x^2 - 3y)dx + (y^2 - 3x)dy$	230	$\int_L (2xy + 8)dx + (x^2 + 2y)dy$

### 3.8. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

**231–240.** Даны комплексные числа  $z_1, z_2, z_3$ .

- Изобразить эти числа геометрически.
- Выполнить действия умножения и деления  $z_1$  на  $z_2$ .
- Записать число  $z_3$  в тригонометрической и показательной форме.
- Решить уравнение  $c_1z^2 + c_2z + c_3 = 0$ , где  $c_1 = \text{Re } z_1$ ;  $c_2 = \text{Im } z_1$ ;  $c_3 = \text{Re } z_2$ .

№ задания	Числа			№ задания	Числа		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$		$z_1$	$z_2$	$z_3$
231	$1 - 5i$	$7 + 4i$	$-2 + 2i$	232	$5 - 4i$	$1 + 3i$	$-1 + i\sqrt{3}$
233	$5 - 2i$	$1 + 3i$	$-\sqrt{3} + i$	234	$-1 + 4i$	$-5 + 3i$	$1 - i$
235	$2 + 4i$	$3 - 2i$	$1 - i\sqrt{3}$	236	$3 + 4i$	$4 - 6i$	$-3 + 3i$
237	$1 + 4i$	$5 - 2i$	$\sqrt{3} - i$	238	$7 + 5i$	$1 + 2i$	$-2 - 2i$
239	$2 - 4i$	$6 + 2i$	$3 - 3i$	240	$3 - 4i$	$4 + 5i$	$-\sqrt{3} + i$

**241–250.** Решить уравнения.

№ задания	Уравнения	
	а)	б)
241	$z^2 + 36 = 0$	$z^3 + 64 = 0$
242	$z^4 - 16 = 0$	$z^3 - 216 = 0$

243	$z^2 + 64 = 0$	$z^3 + 216 = 0$
244	$z^4 - 81 = 0$	$z^3 - 64 = 0$
245	$49z^2 + 9 = 0$	$z^3 + 125 = 0$
246	$z^4 - 625 = 0$	$z^3 - 125 = 0$
247	$9z^2 + 64 = 0$	$z^3 + 27 = 0$
248	$z^4 - 1 = 0$	$z^3 - 27 = 0$
249	$4z^2 + 9 = 0$	$z^3 + 8 = 0$
250	$z^4 - 256 = 0$	$z^3 - 8 = 0$

**251–260.** Представить заданную функцию  $w=f(z)$ , где  $z = x + iy$ , в виде  $w = u(x, y) + iv(x, y)$ . Доказать, что она является аналитической на всей комплексной плоскости. Найти значение ее производной в заданной точке  $z_0 = x_0 + iy_0$ .

№ задания	Функция	$z_0 = x_0 + iy_0$
251	$w = 3z^2 - 5z + 8i$	$2 - i$
252	$w = 3z - (1 + z^2)i$	$-1 + i$
253	$w = 6z - i(5 + z^2)$	$2 - 3i$
254	$w = z^2i - 2z - 9i$	$-3 + i$
255	$w = zi + (4 - 3z^2)i + 5$	$-1 + 2i$
256	$w = 2z^2 - 4z + zi$	$1 - 2i$
257	$w = 4z - 3z^2 + 8i$	$3 + 2i$
258	$w = 2z^2 - 2zi + 8z$	$-1 + 3i$
259	$w = 2z - 3i(2 - z^2)$	$2 + 2i$
260	$w = 3i(3 + 2z^2) - 3 + zi$	$-2 + i$

### 3.9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**261–270.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

№ задания	Уравнение	№ задания	Уравнение
261	$(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$	262	$(3xy + x)y' = y(2 + 3x - 4x^2)$
263	$e^{4x}dy + (2 + 3e^{4x})\sin^2 2ydx = 0$	264	$y\sqrt{2 - x^2}dy + x\sqrt{y^2 + 1}dx = 0$
265	$\sqrt{5 + y^2}dx - ydy = x^2ydy$	266	$(7e^{3x}y - e^{3x})dy = y^2dx$

267	$y' = \frac{x + xy^2}{y(1 + x^2)}$	268	$(2 + \sqrt{y})y' = \frac{y}{7 - 2x}$
269	$y' + 2y \cos 3x = 5 \cos 3x$	270	$(e^{7y} - 3)xy' = e^{7y}(x^2 + 2)$

**271–280.** Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию  $y(x_0) = y_0$ .

№ задания	Уравнение $y(x_0) = y_0$	№ задания	Уравнение $y(x_0) = y_0$
271	$y' + y \operatorname{tg} x = 2x \cos x;$ $y(0) = 1$	272	$y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3};$ $y(1) = 4$
273	$x^2 y' = -2xy + 3;$ $y(1) = 2$	274	$y' + 2xy = \sin 3x \cdot e^{-x^2};$ $y(0) = 1$
275	$(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^3;$ $y(0) = 3$	276	$y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x;$ $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$
277	$y' + 3y = e^{-5x} + 1;$ $y(0) = 0$	278	$y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x;$ $y(-1) = \frac{3}{2}$
279	$y' - \frac{y}{x+1} = e^{2x}(x+1);$ $y(0) = 1$	280	$y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3};$ $y(1) = 1$

**281–290.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

№ задания	Уравнение	№ задания	Уравнение
281	$y'' = x^3 + \sin 4x$	282	$y'' = \sin^2 3x$
283	$y'' = \sqrt{x} - \cos \frac{x}{2}$	304	$y'' = e^{4x} - x$
285	$y'' = e^{-5x} + 2x$	286	$y'' = \cos^2 2x + x$
287	$y'' = \cos^2 5x$	288	$y'' = \frac{1}{(5x-1)^3}$
289	$y'' = (3x+1)^4$	290	$y'' = \frac{1}{\cos^2 4x}$

**291–300.** Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

№ задания	Уравнение	Начальные условия
291	$y'' - 4y' + 5y = 5x - 4$	$y(0) = 0; y'(0) = 3$
292	$y'' - 4y' = 6x^2 + 1$	$y(0) = 2; y'(0) = 3$
293	$y'' - 3y' - 4y = 17 \sin x$	$y(0) = 4; y'(0) = 0$
294	$y'' + 4y = e^{-2x}$	$y(0) = 0; y'(0) = 0$
295	$y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x}$	$y(0) = 3; y'(0) = 7$
296	$y'' - 5y' + 6y = e^{-3x}$	$y(0) = 0; y'(0) = 0$
297	$y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x$	$y(0) = 1; y'(0) = 2$
298	$y'' - 2y' = 6x^2 - 6x - 2$	$y(0) = 1; y'(0) = 1$
299	$y'' + 3y' + 2y = 2 \sin 3x + 6 \cos 3x$	$y(0) = 0; y'(0) = 0$
300	$y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x$	$y(0) = 0; y'(0) = 0$

### 3.10. ЭЛЕМЕНТЫ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

**301–310.** Методом операционного исчисления найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

№ задания	Уравнение	Начальные условия	№ задания	Уравнение	Начальные условия
301	$x'' - 9x = e^{-2t}$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = 0$	302	$x'' - 3x' + 2x = 3$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = 1$
303	$x'' - x' - 6x = e^{-t}$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = -1$	304	$x'' + x' - 2x = e^t$	$x(0) = 1;$ $x'(0) = 0$
305	$x'' - 2x' = te^t$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = 0$	306	$x'' - 2x' = 4t$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = 4$
307	$x'' - 3x' = e^{3t}$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = -1$	308	$x'' - 4x = 18e^{3t}$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = 0$
309	$x'' - x' = e^t$	$x(0) = 4;$ $x'(0) = 4$	310	$x'' + 4x' = 2 \cos t$	$x(0) = 0;$ $x'(0) = 4$

**311–320.** Методом операционного исчисления найти решение системы линейных дифференциальных уравнений, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

№ задания	Уравнение	Начальные условия	№ задания	Уравнение	Начальные условия
311	$\begin{cases} x' = -y', \\ x' - 2y' + x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1; \\ y(0) = -1 \end{cases}$	312	$\begin{cases} x' + 7x - y = 0, \\ y' + 2x + 5y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1; \\ y(0) = 1 \end{cases}$
313	$\begin{cases} y' - 2x - 2y = 0', \\ y = -x' \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1; \\ y(0) = 1 \end{cases}$	314	$\begin{cases} x' + 4x + 4y = 0, \\ y' + 2x + 6y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 3; \\ y(0) = 15 \end{cases}$
315	$\begin{cases} x' + 4x - y = 0, \\ y' + 2x + y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 2; \\ y(0) = 3 \end{cases}$	316	$\begin{cases} x' = -y, \\ y' = -x \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 2; \\ y(0) = 0 \end{cases}$
317	$\begin{cases} x + y - y' = 0, \\ x' - x + y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1; \\ y(0) = 0 \end{cases}$	318	$\begin{cases} x' + y' = 0, \\ x = 2y' - \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 2; \\ y(0) = -2 \end{cases}$
319	$\begin{cases} x' + y = 0, \\ x + y' = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1; \\ y(0) = -1 \end{cases}$	320	$\begin{cases} x' - 3x - 4y = 0, \\ y' - 4x + 3x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1; \\ y(0) = 1 \end{cases}$

### 3.11. ЧИСЛОВЫЕ И СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ

**321–330.** Исследовать сходимость рядов с положительными членами.

№ задания	a)	б)	№ задания	a)	б)
321	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{4n-1}$	322	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{6^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{4n-3}}$
323	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{2n+1}}$	324	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2})^n}{3n-2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt[5]{(n+1)^3}}$
325	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{2n+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(3n+4)^2}$	326	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$
327	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \cdot 4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{2n-1}}$	328	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \cdot 3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{3n+1}$
329	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)^3}$	330	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt[3]{4n+1}}$

**331–340.** Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость.

№ задания	Ряд	№ задания	Ряд
331	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{3n+4}}$	332	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 5^n}$

333	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1) \cdot 3^n}$	334	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt{n}}$
335	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$	336	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)!}$
337	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}$	338	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[4]{(n+1)^3}}$
339	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n-1}$	340	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{4^n}$

**341–350.** Найти область сходимости степенных рядов.

№ задания	Ряд	№ задания	Ряд
341	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(n+1)^2}$	342	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+2)}$
343	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(2n-1)}$	344	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(2n+1)}$
345	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n x^n}{3n+1}$	346	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{8^n x^n}{2n+1}$
347	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n x^n}{n^2}$	348	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n x^n}{\sqrt{n+1}}$
349	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n x^n}{2n+3}$	350	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{4^n(3n+4)}$

### 3.12. РЯДЫ ФУРЬЕ

**351–360.** Разложить в ряд Фурье следующие функции, заданные на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .

№ задания	Функция	№ задания	Функция
351	$f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x \leq 0; \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$	352	$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x < 0; \\ -x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$
353	$f(x) = \begin{cases} -2x, & -\pi \leq x < 0; \\ 3, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$	354	$f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x \leq 0; \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$



355	$f(x) = \begin{cases} 6x, & -\pi \leq x \leq 0; \\ 2, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$	356	$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x < 0; \\ 2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$
357	$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x < 0; \\ x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$	358	$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x \leq 0; \\ 3x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$
359	$f(x) = \begin{cases} 2x, & -\pi \leq x \leq 0; \\ -1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$	360	$f(x) = \begin{cases} -3x, & -\pi \leq x < 0; \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$

### 3.13. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**361–370.**

№ задания	Текст задания
361	а) Вероятность того, что при расчете допущена ошибка первым студентом, равна 0,01, вторым – 0,02. Найти вероятность того, что при расчете допустят ошибку: 1) оба студента; 2) только один студент; 3) хотя бы один студент
	б) Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,2. Некто купил 5 билетов. Какова вероятность того, что: 1) выиграет хотя бы один билет; 2) проиграют все билеты?
362	а) Вероятность попадания в цель по удаляющейся мишени при первом выстреле равна 0,3, при втором – 0,8, при третьем – 0,6. Найти вероятность того, что при трех выстрелах будет: 1) только одно попадание; 2) по крайней мере два попадания; 3) три попадания
	б) Вероятность поражения цели стрелком при одном выстреле равна 0,9. Найти вероятность того, что при четырех выстрелах произойдет: 1) два или три попадания; 2) хотя бы одно попадание
363	а) Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Вероятность безотказной работы в течение времени $T$ первого узла равна 0,9, второго – 0,8. За время испытания прибора в течение времени $T$ зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятность того, что отказал: 1) только первый узел; 2) оба узла; 3) хотя бы один узел
	б) В станке установлены четыре одинаковых датчика с вероятностью безотказной работы 0,95. Найти вероятность того, что будут безотказно работать: 1) все четыре датчика; 2) не менее двух датчиков
364	а) Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель при выстреле из первого орудия равна 0,8; для второго и третьего орудий эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. Какова вероятность того, что в цель попадут: 1) только из одного орудия; 2) только из двух орудий; 3) по крайней мере из двух орудий
	б) Вероятность малому предприятию быть банкротом за время $t$ равна 0,2. Найти вероятность того, что из семи малых предприятий за время $t$ обанкротятся: 1) пять предприятий; 2) не более двух предприятий

365	a)	Два стрелка произвели по одному выстрелу по мишени. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,8. Найти вероятность того, что: 1) оба стрелка промахнутся; 2) хотя бы один из стрелков поразит мишень; 3) только один из стрелков поразит мишень
	б)	Вероятность того, что изделие качественное, равна 0,8. Найти вероятность того, что из шести изделий качественными будут: 1) пять; 2) не менее четырех
366	a)	Вероятности безотказной работы в установленное время для каждого из трех приборов соответственно равны 0,90; 0,94; 0,98. Найти вероятность того, что в установленное время будут работать: 1) все приборы; 2) только два прибора; 3) хотя бы один прибор
	б)	Вероятность перевыполнения месячного плана для каждого из восьми рабочих равна 0,6. Найти вероятность того, что перевыполняют месячный план: 1) трое рабочих; 2) не более двух рабочих
367	a)	Вероятности войти в сборную команду университета для каждого из трех студентов соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что в результате отборочных соревнований в сборную войдет: 1) только один студент; 2) хотя бы один студент; 3) только два студента
	б)	Вероятность того, что изделие пройдет контроль, равна 0,7. Найти вероятность того, что из шести изделий контроль пройдут: 1) четыре изделия; 2) не менее четырех изделий
368	a)	Вероятности бесперебойной работы за смену для каждого из двух станков соответственно равны 0,9 и 0,85. Найти вероятность того, что за смену произойдет: 1) остановка только одного станка; 2) остановятся оба станка; 3) будут работать все станки
	б)	При автоматическом изготовлении болтов допускается в среднем 3% брака. Найти вероятность того, что среди взятых пяти болтов окажется: 1) два бракованных; 2) не более одного бракованного
369	a)	Вероятности своевременного выполнения студентом курсовой работы по каждой из трех дисциплин равны соответственно 0,7; 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения курсовой работы студентом: 1) по двум дисциплинам; 2) только по первой дисциплине; 3) хотя бы по одной дисциплине
	б)	При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,1. Найти вероятность того, что сообщение из семи знаков содержит: 1) три искажения; 2) не более двух искажений
370	a)	На спортивных соревнованиях вероятность показать рекордный результат для первого спортсмена равна 0,5, для второго – 0,3, для третьего – 0,1. Какова вероятность того, что рекорд: 1) будет установлен одним спортсменом; 2) будет установлен хотя бы одним спортсменом; 3) не будет установлен?
	б)	В телеателье имеется 6 телевизоров. Для каждого телевизора вероятность того, что в данный момент он включен, равна 0,7. Какова вероятность того, что в данный момент включены: 1) два телевизора; 2) более трех телевизоров?

**371–380.** Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения (в первой строке указаны возможные значения случайной величины  $X$ , во второй – вероятности этих возможных значений).

Найти:

- а) значение вероятности  $p_i$ ;
- б) математическое ожидание  $M(X)$  и  $M(\alpha X + \beta)$ ;
- в) дисперсию  $D(X)$  и  $D(\alpha X + \beta)$ ;
- г) среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ ;

№ задания	Закон распределения случайной величины						№ задания	Закон распределения случайной величины					
371	$X$	-3	-1	1	2	4	372	$X$	2	4	5	7	9
	$p$	0,1	0,15	$p_i$	0,25	0,2		$p$	0,1	0,25	0,3	$p_i$	0,15
	$\alpha = -1$			$\beta = 2$				$\alpha = -4$			$\beta = 2$		
373	$X$	3	5	7	9	12	374	$X$	-3	-1	2	4	6
	$p$	0,05	0,15	0,2	$p_i$	0,2		$p$	0,15	0,2	$p_i$	0,2	0,05
	$\alpha = 2$			$\beta = -3$				$\alpha = 1$			$\beta = -4$		
375	$X$	-4	-2	-1	2	3	376	$X$	1	3	5	7	10
	$p$	0,1	$p_i$	0,25	0,3	0,15		$p$	0,1	0,3	0,4	$p_i$	0,1
	$\alpha = 3$			$\beta = -4$				$\alpha = 4$			$\beta = -1$		
377	$X$	2	4	6	7	10	378	$X$	-4	-2	1	2	4
	$p$	0,1	0,2	0,4	0,2	$p_i$		$p$	0,1	$p_i$	0,3	0,25	0,2
	$\alpha = -4$			$\beta = 2$				$\alpha = 4$			$\beta = -1$		
379	$X$	-2	-1	3	5	6	380	$X$	3	5	7	9	12
	$p$	$p_i$	0,3	0,4	0,15	0,1		$p$	0,05	0,1	0,4	$p_i$	0,15
	$\alpha = 5$			$\beta = -2$				$\alpha = -4$			$\beta = 5$		

**381–390.** Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти:

- а) вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $(\alpha; \beta)$ ;
- б) функцию плотности вероятностей  $f(x)$ ;
- в) математическое ожидание  $M(X)$ ;
- г) дисперсию  $D(X)$ .

№ задания	Функция распределения случайной величины	№ задания	Функция распределения случайной величины
381	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1; \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases}$ $\alpha = 1,5 \quad \beta = 3$	382	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1; \\ \frac{1}{4}(x+1)^2, & \text{при } -1 < x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$ $\alpha = -0,5 \quad \beta = 0,5$
383	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1; \\ \frac{1}{4}(x-1)^2, & \text{при } 1 < x \leq 3; \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}$ $\alpha = 2 \quad \beta = 4$	384	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{6}(x^2 + x), & \text{при } 0 < x \leq 2; \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases}$ $\alpha = 1 \quad \beta = 3$
385	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{5}(x^2 + 4x), & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$ $\alpha = 0,5 \quad \beta = 1,5$	386	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{2}(x^2 + x), & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$ $\alpha = 0,5 \quad \beta = 1,5$
387	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{7}(x^2 + 6x), & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$ $\alpha = 0,5 \quad \beta = 2$	388	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{4}(x^2 + 3x), & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$ $\alpha = 0,5 \quad \beta = 2$
389	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{3}(x^2 + 2x), & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$ $\alpha = 0,5 \quad \beta = 2$	390	$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2; \\ (x-2)^2, & \text{при } 2 < x \leq 3; \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}$ $\alpha = 2,5 \quad \beta = 3,5$

**391–400.** Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $a$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma$ . Найти:

а) вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение, принадлежащее интервалу  $(\alpha; \beta)$ ;

б) вероятность того, что отклонение значений случайной величины  $X$  от математического ожидания по абсолютной величине будет меньше  $\delta$ .

№ задания	$a$	$\sigma$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	№ задания	$a$	$\sigma$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$
391	30	18	24	42	16	392	20	10	15	40	5
393	14	4	10	20	4	394	15	7	10	22	14
395	13	4	11	21	8	396	8	6	4	16	9

397	10	8	8	18	2	398	18	10	10	36	9
399	7	2	6	10	4	400	40	18	31	67	20

### 3.14. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

**401–410.** Из генеральной совокупности с дискретным изменением признака произведена выборка.

Составить:

- вариационный ряд;
- таблицу распределения частот;
- таблицу распределения относительных частот (частостей) и по
- строить полигон относительных частот.

Найти:

- выборочную среднюю  $\bar{x}_в$ ;
- исправленную выборочную дисперсию  $S^2$ ;
- коэффициент вариации  $v$ ;
- моду  $Mo$ ;
- медиану  $Me$ .

**401.** Распределение 30 абитуриентов по числу баллов, полученных по математике на ЕГЭ.

40	45	50	60	40	45	50	60	45	50	60	70	45	60	40
50	60	40	70	50	60	45	60	50	70	40	50	70	45	50

**402.** Число станков в цехе, находящихся на профилактическом ремонте ежедневно в течение 30 дней.

3	4	5	8	4	6	5	4	8	6	5	8	4	5	6
6	5	3	5	3	4	5	9	5	5	4	5	6	4	3

**403.** Распределение 30 студентов по числу баллов, полученных в результате тестирования.

2	1	2	4	3	0	1	1	3	2	1	0	1	2	0
2	4	0	1	3	4	2	0	3	1	5	2	3	5	1

**404.** На предприятии числится 30 рабочих, которые имеют следующие разряды.

1	3	2	4	5	4	3	5	2	5	3	4	2	4	2
3	4	5	6	3	2	6	6	3	4	2	3	5	3	1

**405.** Процент выполнения плана за сутки на фабрике в течение 30 дней.

96	98	97	98	99	98	97	99	97	98	99	97	98	98	96
98	99	100	98	97	97	97	98	99	97	97	98	100	96	99

**406.** Штучный товар продукции, произведенной в течение 30 дней.

53	69	59	77	69	64	77	59	70	53	70	69	64	69	59
54	70	69	64	77	69	70	69	64	69	77	59	70	64	53

**407.** Число дождливых дней в году в некоторой области.

39	42	44	39	49	42	44	39	47	42	44	39	42	44	44
44	39	47	42	44	39	47	42	44	47	42	44	39	42	49

**408.** Средняя годовая заработная плата 30 сотрудников некоторого предприятия за год (тыс. руб.)

133	143	135	138	140	143	138	140	135	138	143	135	138	140	138
140	143	140	138	143	140	138	143	138	140	138	140	135	143	133

**409.** Процент выполнения плана цехом завода в течение 30 дней.

87	90	94	93	89	94	90	92	94	90	89	92	90	94	92
90	92	89	92	90	92	94	89	90	92	90	89	92	94	87

**410.** Число обращений граждан в службу занятости за 30 дней.

80	85	96	85	87	80	87	85	87	96	87	85	80	99	85
85	99	87	80	85	96	87	96	80	85	87	87	85	96	80

**411–420.** Обследованы жилищные условия 100 жителей некоторого населенного пункта. Результаты в виде интервального (сгруппированного) ряда представлены в таблице.

Требуется:

- а) построить гистограмму относительных частот;
- б) найти выборочные характеристики числа квадратных метров, приходящихся на одного человека (среднее значение, моду, медиану, размах, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации).

№ задания	Показатель	Частичные интервалы						
		5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
411	Число м <sup>2</sup> на одного человека	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
	Число человек	8	12	16	21	19	15	9
412	Число м <sup>2</sup> на одного человека	7–12	12–17	17–22	22–27	27–32	32–37	37–42
	Число человек	6	10	19	25	22	10	8
413	Число м <sup>2</sup> на одного человека	6–11	11–16	16–21	21–26	26–31	31–36	36–41
	Число человек	7	10	16	23	29	10	5

414	Число м <sup>2</sup> на одного человека	8–11	11–14	14–17	17–20	20–23	23–26	26–29
	Число человек	10	11	15	21	19	14	10
415	Число м <sup>2</sup> на одного человека	9–12	12–15	15–18	18–21	21–24	24–27	27–30
	Число человек	8	16	22	26	14	9	5
416	Число м <sup>2</sup> на одного человека	10–12	12–14	14–16	16–18	18–20	20–22	22–24
	Число человек	7	13	17	22	19	14	8
417	Число м <sup>2</sup> на одного человека	8–12	12–16	16–20	20–24	24–28	28–32	32–36
	Число человек	13	20	27	18	12	8	2
418	Число м <sup>2</sup> на одного человека	5–9	9–13	13–17	17–21	21–25	25–29	29–33
	Число человек	9	12	20	25	17	11	6
419	Число м <sup>2</sup> на одного человека	6–9	9–12	12–15	15–18	18–21	21–24	24–27
	Число человек	8	14	21	23	15	12	7
420	Число м <sup>2</sup> на одного человека	7–10	10–13	13–16	16–19	19–22	22–25	25–28
	Число человек	9	15	20	30	15	6	5

**421–430.** Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания  $a$  нормально распределенной случайной величины с надежностью 0,95, зная выборочную  $\bar{x}$ , объем выборки  $n$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ .

№ задания	$\bar{x}$	$n$	$\sigma$	№ задания	$\bar{x}$	$n$	$\sigma$
441	17,11	16	11	442	17,21	49	10
443	17,31	36	9	444	17,41	100	8
445	17,51	81	7	446	17,61	25	6
447	17,77	16	5	448	17,81	49	4
449	17,91	36	3	450	18,01	64	2

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Натансон И. П. Краткий курс высшей математики / И. П. Натансон. – М. : Наука, 2003.
2. Шипачев В. С. Высшая математика / В. С. Шипачев. – М. : Высшая школа, 2003.
3. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике / В. П. Минорский. – М. : Физматлит, 2003.
4. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. 1, 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – М. : Высшая школа, 1986.
5. Высшая математика для экономистов: практикум / под ред. Н. Ш. Кремера.— М.: Юнити, 2007.
6. Андревкина Т. А. Практикум по разделам высшей математики : учеб.-метод. пособие / Т. А. Андревкина, О. В. Назарова, О. Р. Воронцова. – Кострома : Изд-во Костром. гос. технол. ун-та, 2009.



**Формулы сокращенного умножения и тригонометрии**

**1. Формулы сокращенного умножения**

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

**2. Таблица основных значений тригонометрических функций**

$\alpha, \text{град}$	0	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\alpha, \text{рад}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\text{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$	0	$-\infty$	0
$\text{ctg} \alpha$	$+\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\infty$	0	$+\infty$

**3. Некоторые полезные тригонометрические формулы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \text{tg} \alpha \cdot \text{ctg} \alpha = 1;$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \text{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \alpha \neq \pi + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha};$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha); \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha).$$

Таблица производных

Для функции простого аргумента $x$		Для функции сложного аргумента $u = f(x)$	
1	$c' = 0, c = \text{const}$	1	$c' = 0, c = \text{const}$
2	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	2	$(u^n)'_x = n \cdot u^{n-1} \cdot u'_x$
2.1	$x' = 1$	2.1	$(u)'_x = u'_x$
2.2	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	2.2	$\left(\frac{1}{u}\right)'_x = -\frac{1}{u^2} \cdot u'_x$
2.3	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	2.3	$(\sqrt{u})'_x = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'_x$
3	$(a^x)' = a^x \ln a$	3	$(a^u)'_x = a^u \ln a \cdot u'_x$
3.1	$(e^x)' = e^x$	3.1	$(e^u)'_x = e^u u'_x$
4	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, a > 0, a \neq 1$	4	$(\log_a u)'_x = \frac{1}{u \ln a} u'_x, a > 0, a \neq 1$
4.1	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	4.1	$(\ln u)'_x = \frac{1}{u} u'_x$
5	$(\sin x)' = \cos x$	5	$(\sin u)'_x = \cos u \cdot u'_x$
6	$(\cos x)' = -\sin x$	6	$(\cos u)'_x = -\sin u \cdot u'_x$
7	$(\text{tg } x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	7	$(\text{tg } u)'_x = \frac{1}{\cos^2 u} u'_x$
8	$(\text{ctg } x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	8	$(\text{ctg } u)'_x = -\frac{1}{\sin^2 u} u'_x$
9	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	9	$(\arcsin u)'_x = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u'_x$
10	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	10	$(\arccos u)'_x = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u'_x$
11	$(\text{arctg } x)' = \frac{1}{1+x^2}$	11	$(\text{arctg } u)'_x = \frac{1}{1+u^2} u'_x$
12	$(\text{arcctg } x)' = -\frac{1}{1+x^2}$	12	$(\text{arcctg } u)'_x = -\frac{1}{1+u^2} u'_x$

Правила дифференцирования

$(u \pm v)' = u' \pm v'$	$(uv)' = u'v + uv'$	$(cu)' = cu',$ где $c = \text{const}$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
Если $y = f(u)$ , где $u = \varphi(x)$ , т. е. $y = f(\varphi(x))$ – сложная функция, то $y'_x = y'_u \cdot u'_x$			

Таблица интегралов

1	$\int dx = x + C$	10	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
2	$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C, \quad m \neq -1$	11	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
3	$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	12	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$
4	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$	13	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$
5	$\int e^x dx = e^x + C$	14	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right) + C$
6	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	15	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2}  + C$
7	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	16	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left \frac{x-a}{x+a}\right  + C$
8	$\int \cos x dx = \sin x + C$	17	$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x  + C$
9	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	18	$\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x  + C$

### Методы интегрирования

#### 1. Замена переменной

Линейная замена:  $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} \int f(kx+b)d(kx+b) = \frac{1}{k} F(kx+b) + C.$

Общая замена:  $\int f(x)dx = \left| \begin{array}{l} x = \varphi(t) \\ dx = \varphi'(t)dt \end{array} \right| = \int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t)dt.$

Замена внесением под знак дифференциала:  $\int f(u(x)) \cdot u'(x)dx = \int f(u)du = F(u) + C.$

#### 2. Интегрирование по частям

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

Алгоритм решения ЛНДУ  $y'' + py' + qy = f(x)$

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ:

$$y'' + py' + qy = f(x)$$

$y'' + py' + qy = f(x)$ – линейное неоднородное дифференциальное уравнение (1)		
$y'' + py' + qy = 0$ – линейное однородное дифференциальное уравнение (2)		
$y = \bar{y} + y^*$ , где $y$ – общее решение уравнения (1); $\bar{y}$ – общее решение уравнения (2); $y^*$ – частное решение уравнения (1)		
Нахождение решения $\bar{y}$ :		
1. Составить характеристическое уравнение $k^2 + pk + q = 0$ .		
2. В зависимости от дискриминанта этого уравнения записать общее решение уравнения (2)		
$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$k_1 \neq k_2$	$k_1 = k_2 = k$	$k_{1,2} = a \pm bi$
$\bar{y} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$	$\bar{y} = e^{kx} (C_1 + C_2 x)$	$\bar{y} = e^{ax} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$
Нахождение решения $y^*$ :		
3. В зависимости от типа функции $f(x)$ в правой части уравнения (1) записать вид решения $y^*$ с неопределенными коэффициентами		
Тип правой части:		
$f(x)$ – многочлен $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	$f(x)$ – экспонента $f(x) = a e^{\alpha x}$	$f(x)$ – гармоника $f(x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$
Вид частного решения уравнения $y'' + py' + qy = f(x)$		
При $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$ $y^* = A_n x^n + \dots + A_1 x + A_0$ .  При $k_1 = 0, k_2 \neq 0$ $y^* = (A_n x^n + \dots + A_1 x + A_0) \cdot x$	При $k_1 \neq \alpha, k_2 \neq \alpha$ $y^* = A e^{\alpha x}$ .  При $k_1 = \alpha, k_2 \neq \alpha$ $y^* = A e^{\alpha x} x$ .  При $k_1 = \alpha, k_2 = \alpha$ $y^* = A e^{\alpha x} x^2$	При $k_{1,2} \neq \pm \beta i$ $y^* = A \cos \beta x + B \sin \beta x$ .  При $k_{1,2} = \pm \beta i$ $y^* = (A \cos \beta x + B \sin \beta x) \cdot x$
4. Найти первую и вторую производные частного решения ( $y^*, y^{*'}, y^{*''}$ ) и подставить выражения для $y^*, y^{*'}, y^{*''}$ в исходное уравнение (1).		
5. Приравнявая коэффициенты при подобных членах в левой и правой частях равенства, записать систему уравнений, из которой найти неизвестные коэффициенты.		
6. Записать решение $y^*$ с найденными коэффициентами		
Записать общее решение уравнения (1) как $y = \bar{y} + y^*$		

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Таблица значений функции Лапласа  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,44	0,1700	0,88	0,3106	1,32	0,4066	1,76	0,4608	2,40	0,4918
0,01	0040	0,45	1736	0,89	3133	1,33	4082	1,77	4616	2,42	4922
0,02	0080	0,46	1772	0,90	3159	1,34	4099	1,78	4625	2,44	4927
0,03	0120	0,47	1808	0,91	3186	1,35	4115	1,79	4633	2,46	4931
0,04	0160	0,48	1844	0,92	3212	1,36	4131	1,80	4641	2,48	4934
0,05	0199	0,49	1879	0,93	3238	1,37	4147	1,81	4649	2,50	4938
0,06	0239	0,50	1915	0,94	3264	1,38	4162	1,82	4656	2,52	4941
0,07	0279	0,51	1950	0,95	3289	1,39	4177	1,83	4664	2,54	4945
0,08	0319	0,52	1985	0,96	3315	1,40	4192	1,84	4671	2,56	4948
0,09	0359	0,53	2019	0,97	3340	1,41	4207	1,85	4678	2,58	4951
0,10	0398	0,54	2054	0,98	3365	1,42	4222	1,86	4686	2,60	4953
0,11	0438	0,55	2088	0,99	3389	1,43	4236	1,87	4693	2,62	4956
0,12	0478	0,56	2123	1,00	3413	1,44	4251	1,88	4699	2,64	4959
0,13	0517	0,57	2157	1,01	3438	1,45	4265	1,89	4706	2,66	4961
0,14	0557	0,58	2190	1,02	3461	1,46	4279	1,90	4713	2,68	4963
0,15	0596	0,59	2224	1,03	3485	1,47	4292	1,91	4719	2,70	4965
0,16	0636	0,60	2257	1,04	3508	1,48	4306	1,92	4726	2,72	4967
0,17	0675	0,61	2291	1,05	3531	1,49	4319	1,93	4732	2,74	4969
0,18	0714	0,62	2324	1,06	3554	1,50	4332	1,94	4738	2,76	4971
0,19	0753	0,63	2357	1,07	3577	1,51	4345	1,95	4744	2,78	4973
0,20	0793	0,64	2389	1,08	3599	1,52	4357	1,96	4750	2,80	4974
0,21	0832	0,65	2422	1,09	3621	1,53	4370	1,97	4756	2,82	4976
0,22	0871	0,66	2454	1,10	3643	1,54	4382	1,98	4761	2,84	4977
0,23	0910	0,67	2486	1,11	3665	1,55	4394	1,99	4767	2,86	4979
0,24	0948	0,68	2517	1,12	3686	1,56	4406	2,00	4772	2,88	4980
0,25	0987	0,69	2549	1,13	3708	1,57	4418	2,01	4783	2,90	4981
0,26	1026	0,70	2580	1,14	3729	1,58	4429	2,04	4793	2,92	4982
0,27	1064	0,71	2611	1,15	3749	1,59	4441	2,06	4803	2,94	4984
0,28	1103	0,72	2642	1,16	3770	1,60	4452	2,08	4812	2,96	4985
0,29	1141	0,73	2673	1,17	3790	1,61	4463	2,10	4821	2,98	4986
0,30	1179	0,74	2703	1,18	3810	1,62	4474	2,12	4830	3,00	49865
0,31	1217	0,75	2734	1,19	3830	1,63	4484	2,14	4838	3,20	4993
0,32	1255	0,76	2764	1,20	3849	1,64	4495	2,16	4846	3,40	4997
0,33	1293	0,77	2794	1,21	3869	1,65	4505	2,18	4854	3,60	49984
0,34	1331	0,78	2823	1,22	3883	1,66	4515	2,20	4861	3,80	49993
0,35	1368	0,79	2852	1,23	3907	1,67	4525	2,22	4868	4,00	49997
0,36	1406	0,80	2881	1,24	3925	1,68	4535	2,24	4875	4,50	49999
0,37	1443	0,81	2910	1,25	3944	1,69	4545	2,2	4881	5,00	49999
0,38	1480	0,82	2939	1,26	3962	1,70	4554	2,28	4887		
0,39	1517	0,83	2967	1,27	3980	1,71	4564	2,30	4893		
0,40	1554	0,84	2995	1,28	3997	1,72	4573	2,32	4898		
0,41	1591	0,85	3023	1,29	4015	1,73	4582	2,34	4904		
0,42	1628	0,86	3051	1,30	4032	1,74	4591	2,36	4909		
0,43	1664	0,87	3078	1,31	4049	1,75	4599	2,38	4913		