

2.2.б) Второй уровень сложности

Задача 1.2.1. Задана электрическая цепь, в которой происходит коммутация (рис. 1):

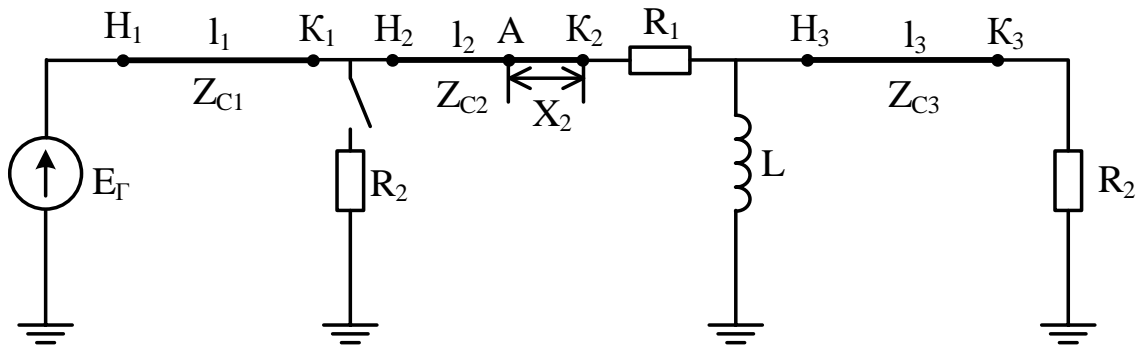


Рис. 1

Исходные данные для расчета (табл. 1):

Таблица 1

E_{Γ} , кВ	300
Z_{C1} , Ом	80
Z_{C2} , Ом	450
Z_{C3} , Ом	350
l_1 , км	90
l_2 , км	192
l_3 , км	81
$V_{\Phi 1}$, км/с	$1,5 \cdot 10^5$
$V_{\Phi 2}$, км/с	$3 \cdot 10^5$
$V_{\Phi 3}$, км/с	$3 \cdot 10^5$
R_1 , Ом	50
R_2 , Ом	150
t_0 , мс	1,1
L , Гн	0,2
C , мкФ	10
x_2 , км	50

1. Определение положения фронтов волн в заданный момент времени.

Для определения положения фронтов волн к заданному моменту времени t_0 вычислим, за какое время волны пробегают каждую линию полностью.

Расчёт времени пробега

$$t_1 = \frac{l_1}{V_1} = \frac{90}{1,5 \cdot 10^5} \cdot 10^6 = 600 \text{ мкс}$$

$$t_2 = \frac{l_2}{V_2} = \frac{192}{3 \cdot 10^5} \cdot 10^6 = 640 \text{ мкс}$$

$$t_3 = \frac{l_3}{V_3} = \frac{81}{3 \cdot 10^5} \cdot 10^6 = 270 \text{ мкс}$$

Волны возникают в точке коммутации. Через $t_1 = 600$ мкс и $t_2 = 640$ мкс волны достигнут точек K_1 и K_2 соответственно. От начала первой линии отразится волна (прямая в первой линии) и пройдёт к указанному моменту времени t_0 расстояние:

$$l_{\text{фр.1}} = (t_0 - t_1) \cdot V_1 = (1100 - 600) \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} = 75 \text{ км}$$

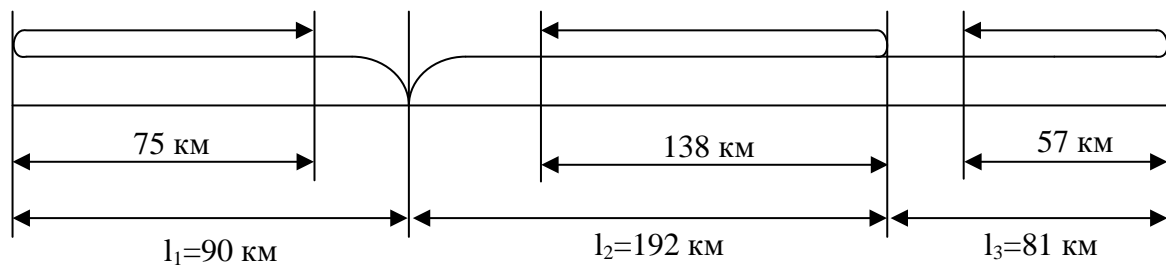
От точки K_2 отразится волна во вторую линию (обратная), положение её фронта к моменту t_0 будет определяться расстоянием:

$$l_{\text{фр.2}} = (t_0 - t_2) \cdot V_2 = (1100 - 640) \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} = 138 \text{ км}$$

За точку K_2 пройдёт волна в третью линию, через $t_2 = 640$ мкс она дойдёт до начала линии 3 и, отразившись от точки K_3 , образует обратную волну в линии 3. Положение фронта этой волны к моменту t_0 определится расстоянием:

$$l_{\text{фр.2}} = (t_0 - t_2 - t_3) \cdot V_3 = (1100 - 640 - 270) \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} = 57 \text{ км}$$

Расположение фронтов волн в момент времени $t_0 = 1100$ мкс:



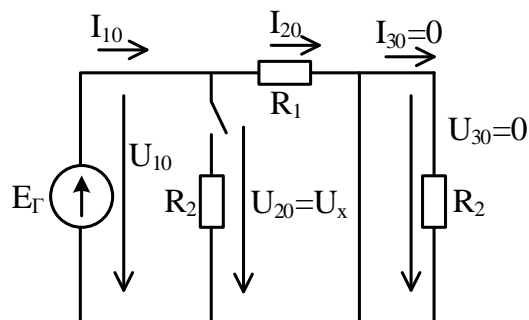
2. Распределение токов и напряжений в длинных линиях без потерь.

Докоммутационный режим.

Волны, возникающие при коммутации, а также в результате последующих отражений и преломлений, накладываются на распределения напряжений и токов предшествующего коммутации режима.

Расчёт установившихся токов и напряжений до коммутации ведётся по схеме, составленной с учётом того, что в цепи включен идеальный источник постоянного напряжения E_Γ , а сами линии без потерь не оказывают сопротивления постоянным токам, созданным источником E_Γ .

Расчётная схема для определения установившихся токов и напряжений до коммутации:



Напряжения и токи в докоммутационный режим.

$$I_{10} = I_{20} = \frac{E_{\Gamma}}{R_1} = \frac{300}{50} = 6 \text{ кА}$$

$$I_{30} = 0 \text{ кА}$$

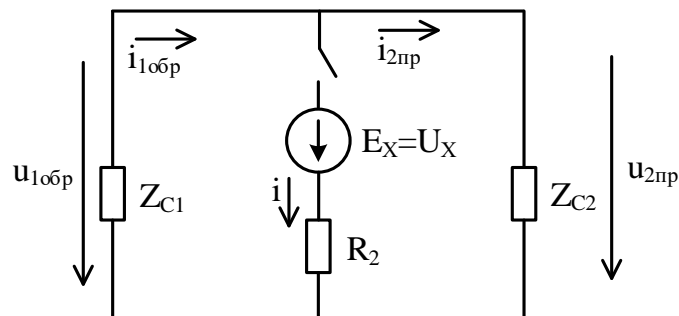
$$U_{10} = U_{20} = U_x = E_{\Gamma} = 300 \text{ кВ}$$

$$U_{30} = 0 \text{ кВ}$$

Расчёт волн, возникающих в результате коммутации в момент $t = 0$ на стыке К₁-Н₂.

В момент включения ключа на стыке первой и второй линий возникают одновременно прямая волна в линию 2 и обратная в линию 1.

Рассмотрим схему замещения для определения волн, возникающих в результате коммутации.



ЭДС эквивалентного источника определяется напряжением на контактах ключа до коммутации.

$$E_X = U_X = 300 \text{ кВ}$$

Поскольку в схеме присутствуют только резисторы, волны будут иметь прямоугольный фронт, при этом:

$$i = \frac{U_X}{R_2 + \frac{Z_{C2} \cdot Z_{C1}}{Z_{C2} + Z_{C1}}} = \frac{300}{150 + \frac{450 \cdot 80}{450 + 80}} = 1,377 \text{ кА}$$

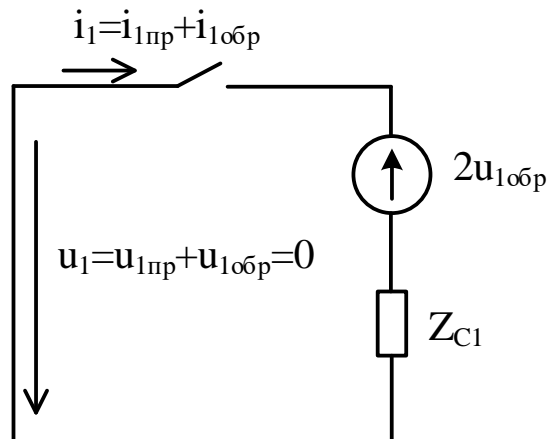
$$i_{1обр} = i \cdot \frac{Z_{C2}}{Z_{C2} + Z_{C1}} = 1,377 \cdot \frac{450}{450 + 80} = 1,169 \text{ кА}$$

$$i_{2пр} = i_{1обр} - i = 1,169 - 1,377 = -0,208 \text{ кА}$$

$$u_{2пр} = Z_{C2} i_{2пр} = 450 \cdot (-0,208) = -93,506 \text{ кВ}$$

$$u_{1обр} = -Z_{C1} i_{1обр} = -80 \cdot 1,169 = -93,506 \text{ кВ}$$

Для определения прямых (отраженных) волн тока и напряжения в первой линии составим эквивалентную схему с учетом правила удвоения волны.



Коэффициенты отражения волн тока и напряжения при коротком замыкании в начале первой линии соответственно равны:

$$k_{i1} = 1$$

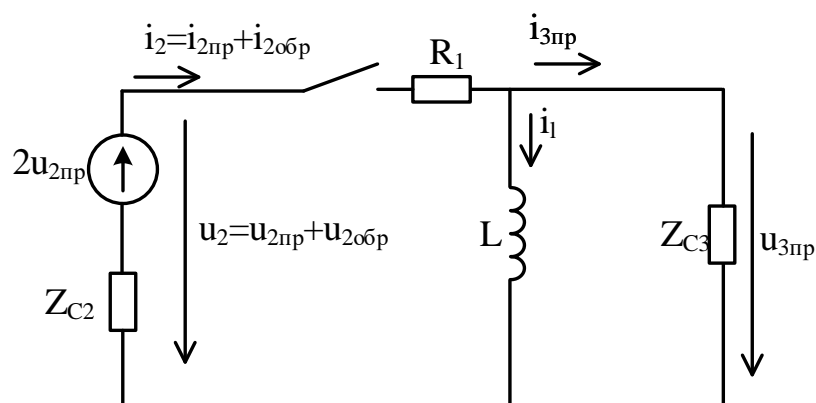
$$k_{u1} = -1$$

Тогда

$$i_{1отр} = i_{1пр} = k_{i1} \cdot i_{1обр} = i_{1обр} = 1,169 \text{ кА}$$

$$u_{1отр} = u_{1пр} = k_{u1} \cdot u_{1обр} = -u_{1обр} = 93,506 \text{ кВ}$$

Для определения обратных (отраженных) волн тока и напряжения во второй линии и прямых (преломленных) волн в третьей линии эквивалентная схема будет иметь вид:



Из расчета переходного процесса этой схемы при нулевых начальных условиях находим:

$$\tau = L \cdot \frac{Z_{C2} + R_1 + Z_{C3}}{(Z_{C2} + R_1) \cdot Z_{C3}} = 0,2 \cdot \frac{450 + 50 + 350}{(450 + 50) \cdot 350} = 0,00097 \text{ с}$$

$$i_l(t) = \frac{2 \cdot u_{2пр}}{Z_{C2} + R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = -0,374(1 - e^{-1029,412t}) \text{ кА}$$

$$u_{3пр}(t) = L \frac{di_l(t)}{dt} = -77,005e^{-1029,412t} \text{ кВ}$$

В полученном выражении за $t = 0$ принимается момент падения прямой волны на конец второй линии. Учтем время движения прямой волны по второй линии:

$$u_{3\text{пр}}(t) = -77,005e^{-1029,412(t-6,4 \cdot 10^{-4})} \text{ кВ}$$

Прямая (преломленная) волна тока в третьей линии:

$$i_{3\text{пр}}(t) = \frac{u_{3\text{пр}}(t)}{Z_{C3}} = -0,22e^{-1029,412(t-6,4 \cdot 10^{-4})} \text{ кА}$$

Рассчитаем ток $i_2(t)$

$$i_2(t) = i_{3\text{пр}}(x) + i_l(t) = -0,374 + 0,154e^{-1029,412(t-6,4 \cdot 10^{-4})} \text{ кА}$$

Рассчитаем напряжение $u_2(t)$

$$u_2(t) = i_2(t) \cdot R_1 + u_{3\text{пр}}(t) = -18,701 - 69,305e^{-1029,412(t-6,4 \cdot 10^{-4})} \text{ кВ}$$

Тогда обратная (отраженная) волна напряжения:

$$u_{2\text{обр}}(t) = u_2(t) - u_{3\text{пр}}(t) = 74,805 - 69,305e^{-1029,412(t-6,4 \cdot 10^{-4})} \text{ кВ}$$

Получим зависимость $u_{2\text{обр}}(x, t)$

$$u_{2\text{обр}}(x, t) = 74,805 - 69,305e^{-1029,412\left(t-6,4 \cdot 10^{-4} - \frac{x}{V_2}\right)} \text{ кВ}$$

Координата x отсчитывается от конца второй линии к ее началу. Выражение справедливо только для $t \geq 6,4 \cdot 10^{-4} + \frac{x}{V_2}$ с.

$$i_{2\text{обр}}(x, t) = -\frac{u_{2\text{обр}}(x, t)}{Z_{C2}} = -0,166 + 0,154e^{-1029,412\left(t-6,4 \cdot 10^{-4} - \frac{x}{V_2}\right)} \text{ кА}$$

Подставим $t_0 = 1,1 \cdot 10^{-3}$ с в выражения для тока и напряжения во второй линии:

$$i_{2\text{обр}}(x, t_0) = -0,166 + 0,154e^{-1029,412\left(1,1 \cdot 10^{-3} - 6,4 \cdot 10^{-4} - \frac{x}{V_2}\right)} = -0,166 + 0,096e^{0,00343x} \text{ кА}$$

$$u_{2\text{обр}}(x, t_0) = 74,805 - 69,305e^{-1029,412\left(1,1 \cdot 10^{-3} - 6,4 \cdot 10^{-4} - \frac{x}{V_2}\right)} = 74,805 - 43,163e^{0,00343x} \text{ кВ}$$

Расчет мгновенных значений тока и напряжения обратных волн на участке второй линии $0 \leq x \leq x_{\text{фр2}}$ к моменту времени t_0 приведен в таблице:

x , км	$i_{2\text{обр}}(x, t_0)$, кА	$u_{2\text{обр}}(x, t_0)$, кВ
0	-0,07	31,642
5	-0,069	30,895
10	-0,067	30,135
15	-0,065	29,362
20	-0,064	28,576
25	-0,062	27,776
30	-0,06	26,962
35	-0,058	26,134
40	-0,056	25,292
45	-0,054	24,435
50	-0,052	23,563

55	-0,05	22,677
60	-0,048	21,775
65	-0,046	20,857
70	-0,044	19,923
75	-0,042	18,974
80	-0,04	18,008
85	-0,038	17,025
90	-0,036	16,025
95	-0,033	15,008
100	-0,031	13,973
105	-0,029	12,92
110	-0,026	11,849
115	-0,024	10,76
120	-0,021	9,651
125	-0,019	8,524
130	-0,016	7,377
135	-0,014	6,21
138	-0,012	5,5

Выражение напряжения прямой (преломленной) волны в третьей линии:

$$u_{3\text{пр}}(x, t) = -77,005e^{-1029,412\left(t-6,4\cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3}\right)} \text{ кВ}$$

Координата x отсчитывается от начала третьей линии к ее концу. Выражение справедливо только для $t \geq 6,4 \cdot 10^{-4} + \frac{x}{V_3}$ с.

Прямая (преломленная) волна тока в третьей линии:

$$i_{3\text{пр}}(x, t) = \frac{u_{3\text{пр}}(x, t)}{Z_{с3}} = -0,22e^{-1029,412\left(t-6,4\cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3}\right)} \text{ кА}$$

Подставим $t_0 = 1,1 \cdot 10^{-3}$ с в выражения для тока и напряжения в третьей линии:

$$i_{3\text{пр}}(x, t_0) = -0,22e^{-1029,412\left(1,1\cdot 10^{-3}-6,4\cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3}\right)} = -0,137e^{0,00343x} \text{ кА}$$

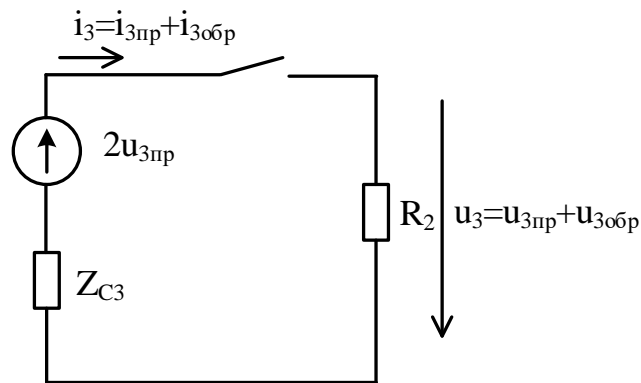
$$u_{3\text{пр}}(x, t_0) = -77,005e^{-1029,412\left(1,1\cdot 10^{-3}-6,4\cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3}\right)} = -47,959e^{0,00343x} \text{ кВ}$$

Расчет мгновенных значений тока и напряжения обратных волн на третьей линии $0 \leq x \leq l_3$ к моменту времени t_0 приведен в таблице:

x , км	$i_{3\text{пр}}(x, t_0)$, кА	$u_{3\text{пр}}(x, t_0)$, кВ
0	-0,137	-47,959
5	-0,139	-48,789
10	-0,142	-49,633
15	-0,144	-50,492
20	-0,147	-51,366
25	-0,149	-52,255
30	-0,152	-53,159
35	-0,155	-54,079
40	-0,157	-55,015

45	-0,16	-55,967
50	-0,163	-56,935
55	-0,165	-57,92
60	-0,168	-58,923
65	-0,171	-59,942
70	-0,174	-60,98
75	-0,177	-62,035
80	-0,18	-63,108
81	-0,181	-63,325

Для определения обратных (отраженных) волн тока и напряжения в третьей линии составим схему:



Рассчитаем коэффициенты отражения по току и напряжению:

$$k_{i3} = -k_{u3} = \frac{Z_{C3} - R_2}{Z_{C3} + R_2} = 0,4$$

$$i_{3обр}(t) = i_3(t) - i_{3np}(t) = k_{i3} \cdot i_{3np}(t) = 0,4 \cdot (-0,22e^{-1029,412(t-t_2-t_3)}) = \\ = -0,088e^{-1029,412(t-9,1 \cdot 10^{-4})} \text{ кА}$$

$$u_{3обр}(t) = u_3(t) - u_{3np}(t) = k_{u3} \cdot u_{3np}(t) = -0,4 \cdot (-77,005e^{-1029,412(t-t_2-t_3)}) = \\ = 30,802e^{-1029,412(t-9,1 \cdot 10^{-4})} \text{ кВ}$$

Получим зависимости $i_{3обр}(x, t)$ и $u_{3обр}(x, t)$

$$i_{3обр}(x, t) = -0,088e^{-1029,412(t-9,1 \cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3})} \text{ кА}$$

$$u_{3обр}(x, t) = 30,802e^{-1029,412(t-9,1 \cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3})} \text{ кВ}$$

Координата x отсчитывается от конца третьей линии к ее концу. Выражение справедливо только для $t \geq 9,1 \cdot 10^{-4} + \frac{x}{V_3}$ с.

Подставим $t_0 = 1,1 \cdot 10^{-3}$ с в выражения для тока и напряжения в третьей линии:

$$i_{3обр}(x, t_0) = -0,088e^{-1029,412(1,1 \cdot 10^{-3}-9,1 \cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3})} = -0,072e^{0,00343x} \text{ кА}$$

$$u_{3обр}(x, t_0) = 30,802e^{-1029,412(1,1 \cdot 10^{-3}-9,1 \cdot 10^{-4}-\frac{x}{V_3})} = 25,33e^{0,00343x} \text{ кВ}$$

Расчет мгновенных значений тока и напряжения обратных волн на участке третьей линии $0 \leq x \leq x_{\text{фр3}}$ к моменту времени t_0 приведен в таблице:

$x, \text{ км}$	$i_{3\text{обр}}(x, t_0), \text{ кА}$	$u_{3\text{обр}}(x, t_0), \text{ кВ}$
0	-0,072	25,33
5	-0,074	25,768
10	-0,075	26,214
15	-0,076	26,668
20	-0,078	27,13
25	-0,079	27,599
30	-0,08	28,077
35	-0,082	28,562
40	-0,083	29,057
45	-0,084	29,56
50	-0,086	30,071
55	-0,087	30,591
57	-0,088	30,802

Первая линия:

для $0 \leq x \leq x_{\text{фр1}}$

$$i_1(x, t_0) = I_{10} + i_{1\text{обр}}(x, t_0) + i_{1\text{пр}}(x, t_0) = 8,338 \text{ кА}$$

$$u_1(x, t_0) = U_{10} + u_{1\text{обр}}(x, t_0) + u_{1\text{пр}}(x, t_0) = 300 \text{ кВ}$$

для $x_{\text{фр1}} \leq x \leq l_1$

$$i_1(x, t_0) = I_{10} + i_{1\text{обр}}(x, t_0) = 7,169 \text{ кА}$$

$$u_1(x, t_0) = U_{10} + u_{1\text{обр}}(x, t_0) = 206,494 \text{ кВ}$$

Вторая линия:

для $0 \leq x \leq l_2 - x_{\text{фр2}}$

$$i_2(x, t_0) = I_{20} + i_{2\text{пр}}(x, t_0) = 5,792 \text{ кА}$$

$$u_2(x, t_0) = U_{20} + u_{2\text{пр}}(x, t_0) = 206,494 \text{ кВ}$$

для $l_2 - x_{\text{фр2}} \leq x \leq l_2$

$$\begin{aligned} i_2(x, t_0) &= I_{20} + i_{2\text{пр}}(x, t_0) + i_{2\text{обр}}(x, t_0) \\ &= 6 - 0,208 - 0,166 + 0,154e^{-1029,412\left(1,1 \cdot 10^{-3} - 6,4 \cdot 10^{-4} - \frac{l_2 - x}{V_2}\right)} = \\ &= 5,626 + 0,185e^{-0,00343x} \text{ кА} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2(x, t_0) &= U_{20} + u_{2\text{пр}}(x, t_0) + u_{2\text{обр}}(x, t_0) \\ &= 300 - 93,506 + 74,805 - 69,305e^{-1029,412\left(1,1 \cdot 10^{-3} - 6,4 \cdot 10^{-4} - \frac{l_2 - x}{V_2}\right)} = \\ &= 281,299 - 83,413e^{-0,00343x} \text{ кВ} \end{aligned}$$

Результаты расчета мгновенных значений тока и напряжения для $l_2 - x_{\text{фр2}} \leq x \leq l_2$ во второй линии

х, км	$i_2(x, t_0)$, кА	$u_2(x, t_0)$, кВ
54	5,78	211,994
55	5,779	212,231
60	5,777	213,406
65	5,774	214,561
70	5,772	215,696
75	5,769	216,812
80	5,767	217,909
85	5,764	218,987
90	5,762	220,047
95	5,76	221,089
100	5,757	222,114
105	5,755	223,12
110	5,753	224,11
115	5,751	225,083
120	5,749	226,039
125	5,747	226,979
130	5,745	227,903
135	5,743	228,811
140	5,741	229,704
145	5,739	230,582
150	5,737	231,445
155	5,735	232,293
160	5,733	233,126
165	5,731	233,946
170	5,729	234,751
175	5,728	235,543
180	5,726	236,321
185	5,724	237,086
190	5,723	237,838
192	5,722	238,136

Третья линия:

для $0 \leq x \leq l_3 - x_{\text{фрз}}$

$$i_3(x, t_0) = I_{30} + i_{3\text{пр}}(x, t_0) = -0,137e^{0,00343x} \text{ кА}$$

$$u_3(x, t_0) = U_{30} + u_{3\text{пр}}(x, t_0) = -47,959e^{0,00343x} \text{ кВ}$$

для $l_3 - x_{\text{фрз}} \leq x \leq l_3$

$$\begin{aligned} i_3(x, t_0) &= I_{30} + i_{3\text{пр}}(x, t_0) + i_{3\text{обп}}(x, t_0) = 0 - 0,137e^{0,00343x} - 0,072e^{0,00343(l_3-x)} = \\ &= -0,137e^{0,00343x} - 0,096e^{-0,00343x} \text{ кА} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3(x, t_0) &= U_{30} + u_{3\text{пр}}(x, t_0) + u_{3\text{обп}}(x, t_0) = 0 - 47,959e^{0,00343x} + 25,33e^{0,00343(l_3-x)} = \\ &= -47,959e^{0,00343x} + 33,446e^{-0,00343x} \text{ кВ} \end{aligned}$$

Результаты расчета мгновенных значений тока и напряжения в третьей линии

х, км	$i_3(x, t_0)$, кА	$u_3(x, t_0)$, кВ
0	-0,137	-47,959
5	-0,139	-48,789
10	-0,142	-49,633
15	-0,144	-50,492
20	-0,147	-51,366
24	-0,237	-21,274
25	-0,237	-21,558
30	-0,238	-22,984
35	-0,239	-24,418
40	-0,24	-25,858
45	-0,242	-27,306
50	-0,243	-28,762
55	-0,245	-30,227
60	-0,246	-31,7
65	-0,248	-33,183
70	-0,249	-34,675
75	-0,251	-36,178
80	-0,253	-37,691
81	-0,253	-37,995

3. Определение зависимостей тока и напряжения от времени в фиксированной точке.

$$t_{A1} = \frac{l_2 - x_2}{V_2} = 4,733 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

для $0 \leq t < t_{A1}$

$$i_2(x_2, t) = I_{20}$$

$$u_2(x_2, t) = U_{20}$$

$$t_{A2} = t_{A1} + \frac{2x_2}{V_2} = 8,067 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

для $t_{A1} \leq t < t_{A2}$

$$i_2(x_2, t) = I_{20} + i_{2np}(x_2, t)$$

$$u_2(x_2, t) = U_{20} + u_{2np}(x_2, t)$$

для $t_{A2} \leq t \leq t_0$

$$i_2(x_2, t) = I_{20} + i_{2np}(x_2, t) + i_{2обп}(x_2, t)$$

$$u_2(x_2, t) = U_{20} + u_{2np}(x_2, t) + u_{2обп}(x_2, t)$$

Подставив числовые значения получим:

для $0 \leq t < 4,733 \cdot 10^{-4} \text{ с}$

$$i_2(x_2, t) = 6 \text{ кА}$$

$$u_2(x_2, t) = 300 \text{ кВ}$$

$$\text{для } 4,733 \cdot 10^{-4} \leq t < 8,067 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

$$i_2(x_2, t) = 5,792 \text{ кА}$$

$$u_2(x_2, t) = 206,494 \text{ кВ}$$

$$\text{для } 8,067 \cdot 10^{-4} \leq t < 11 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

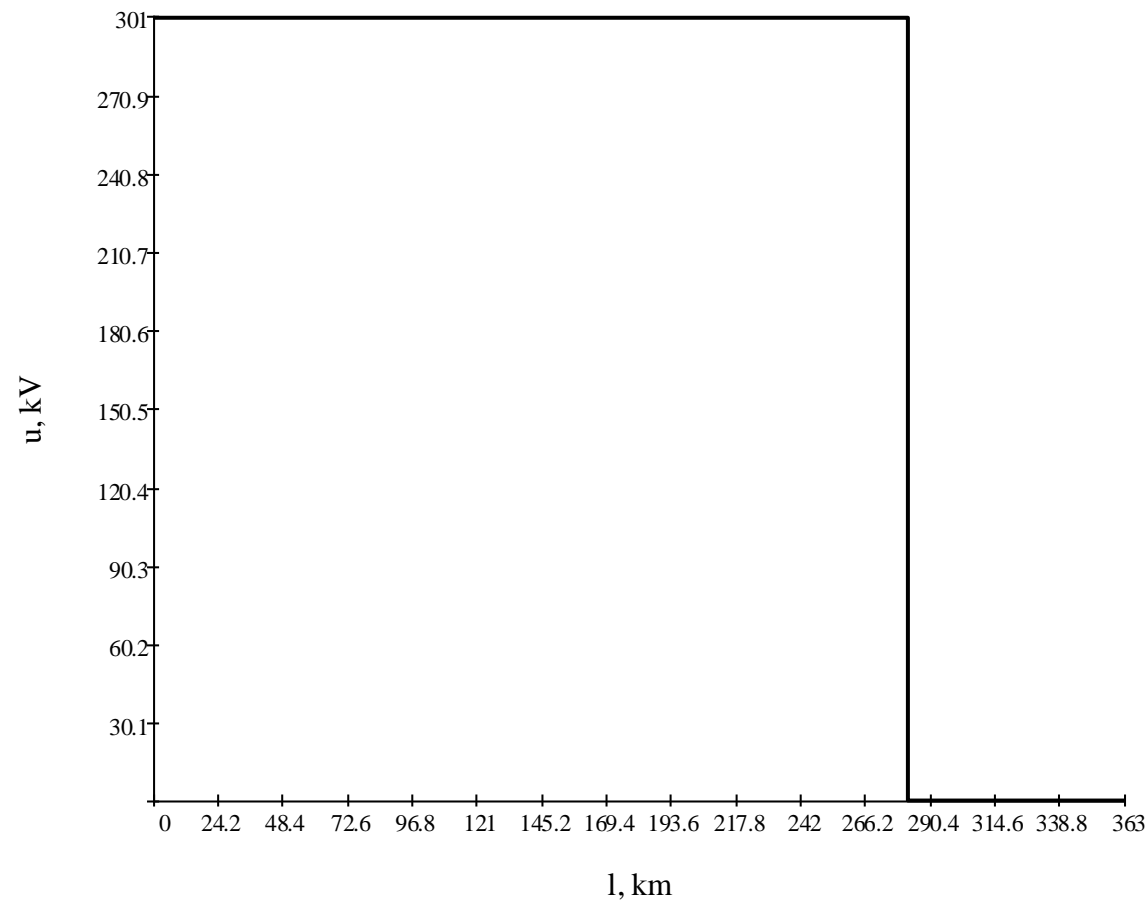
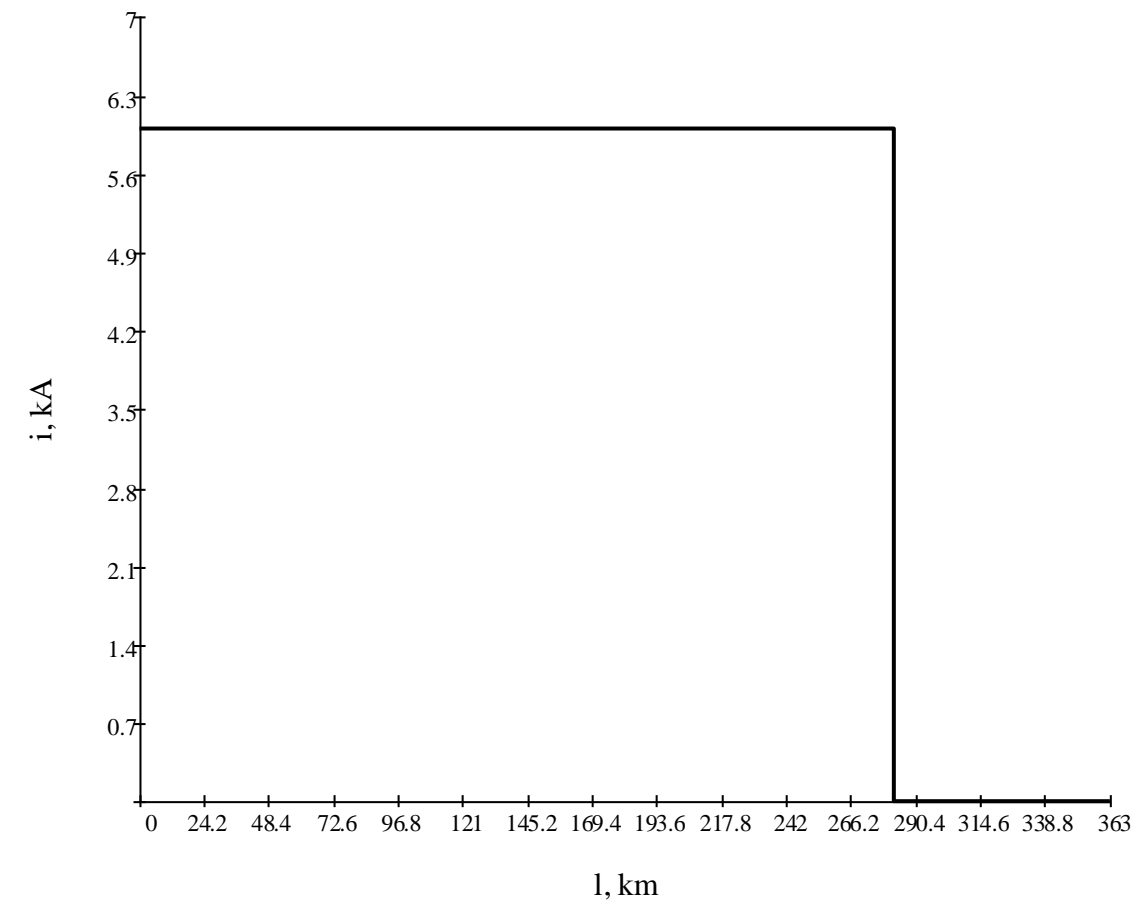
$$i_2(x_2, t) = 5,626 + 0,353e^{-1029,412t} \text{ кА}$$

$$u_2(x_2, t) = 281,299 - 159e^{-1029,412t} \text{ кВ}$$

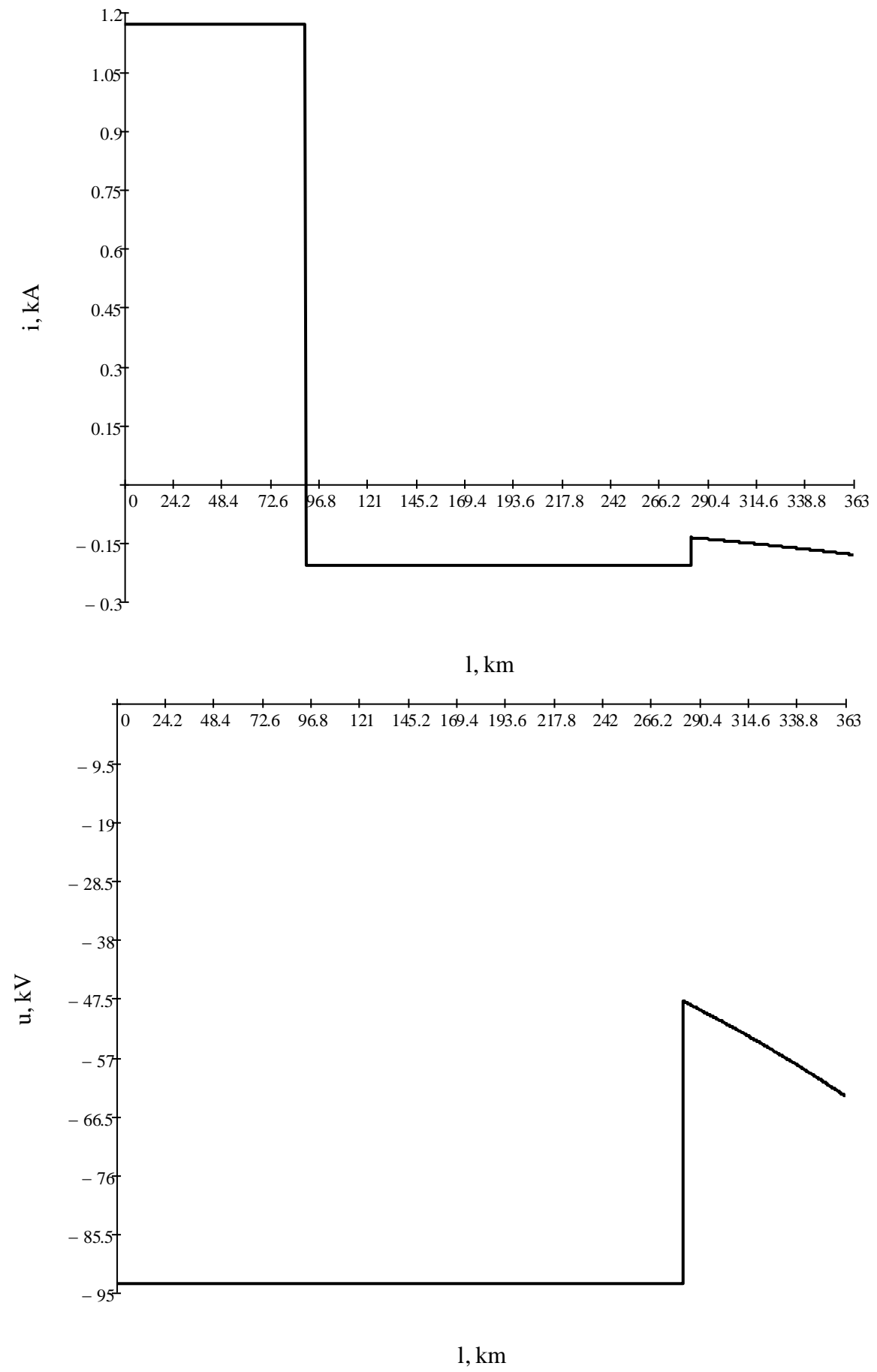
Результаты расчета мгновенных значений тока и напряжения в точке А для $8,067 \cdot 10^{-4} \leq t < 11 \cdot 10^{-4} \text{ с}$

t, мс	$i_2(x_2, t)$, кА	$u_2(x_2, t)$, кВ
0,807	5,78	211,996
0,825	5,777	213,29
0,85	5,773	215,017
0,875	5,77	216,701
0,9	5,766	218,343
0,925	5,762	219,942
0,95	5,759	221,501
0,975	5,755	223,02
1	5,752	224,501
1,025	5,749	225,944
1,05	5,746	227,351
1,075	5,743	228,721
1,1	5,74	230,057

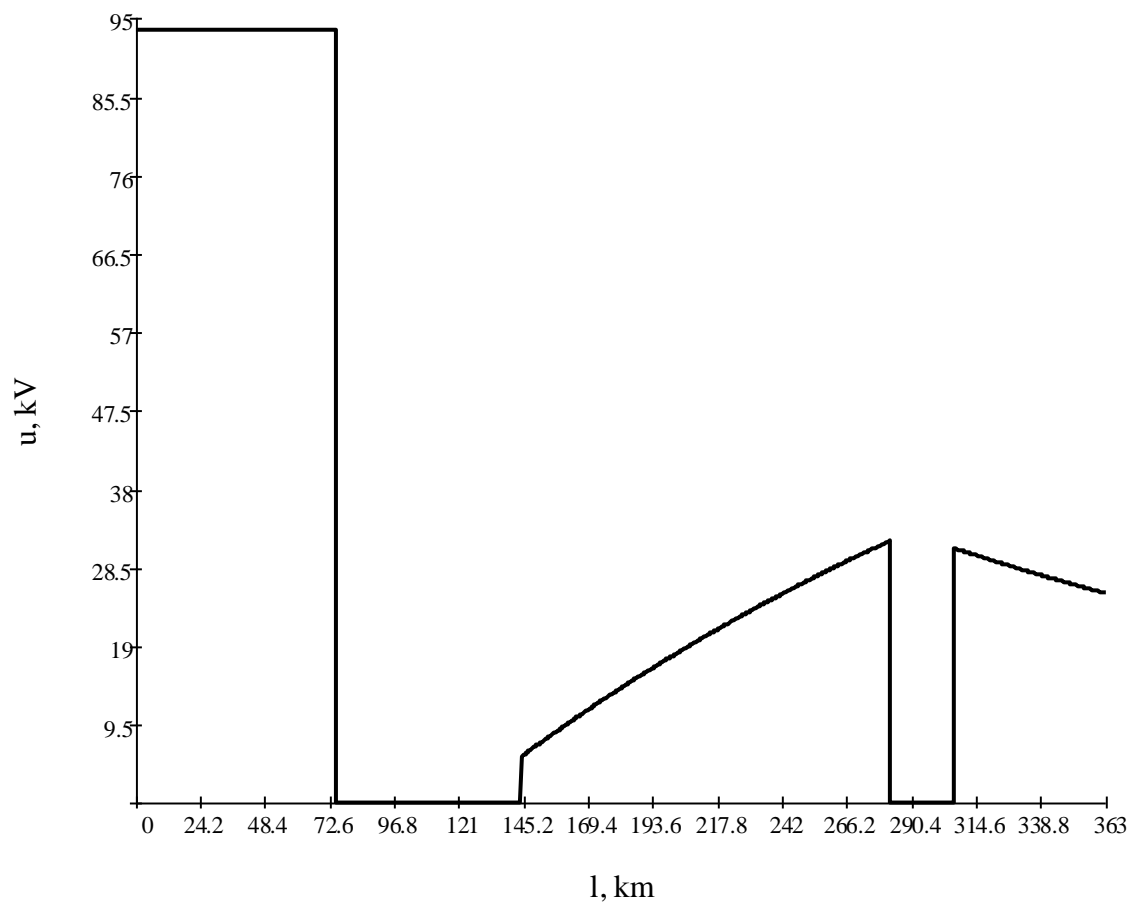
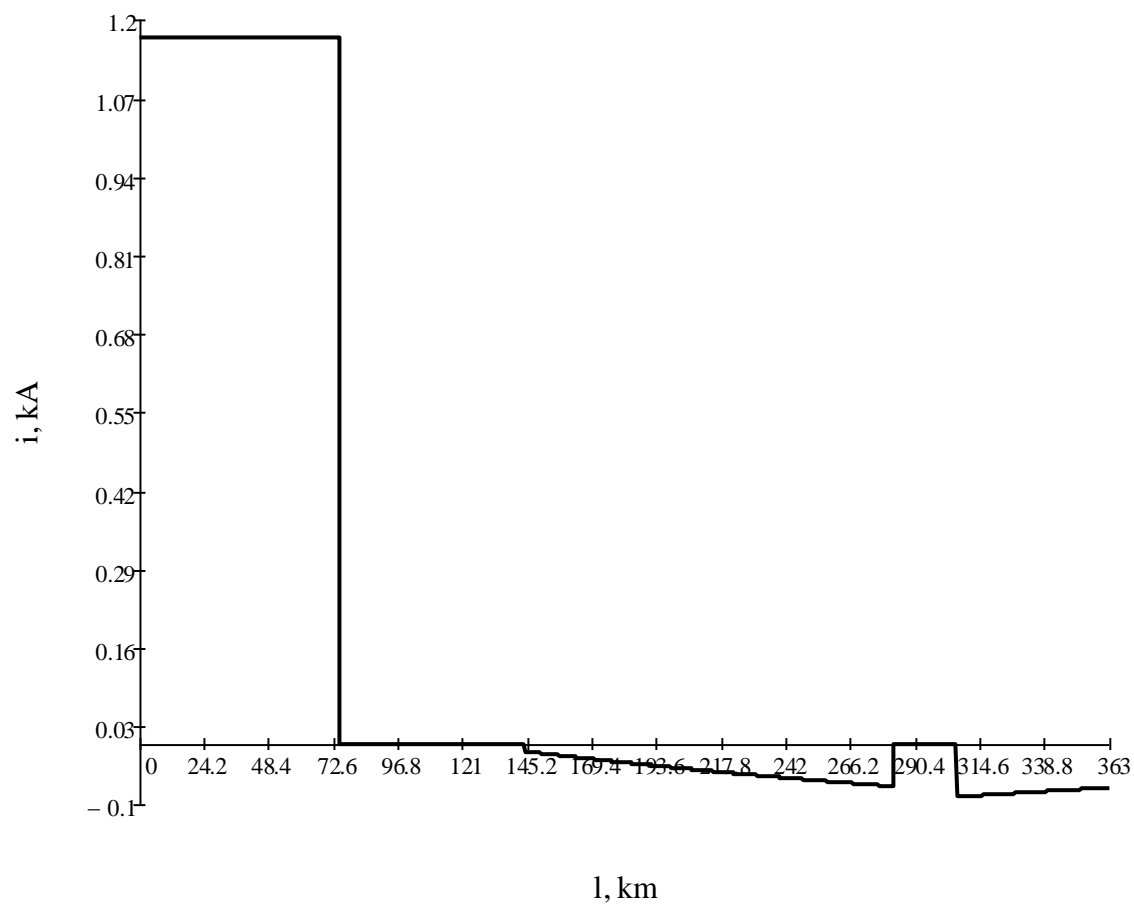
Графики начального распределения мгновенных значений напряжения и тока на линиях:



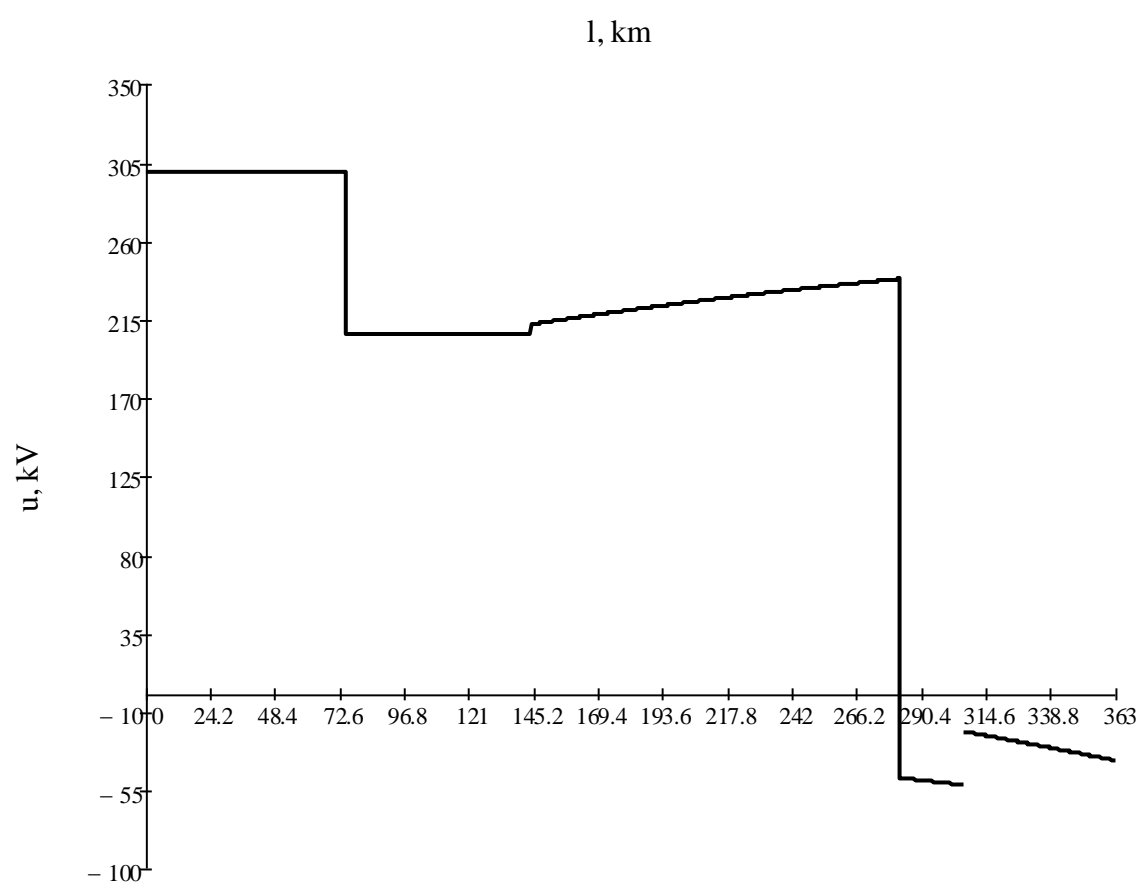
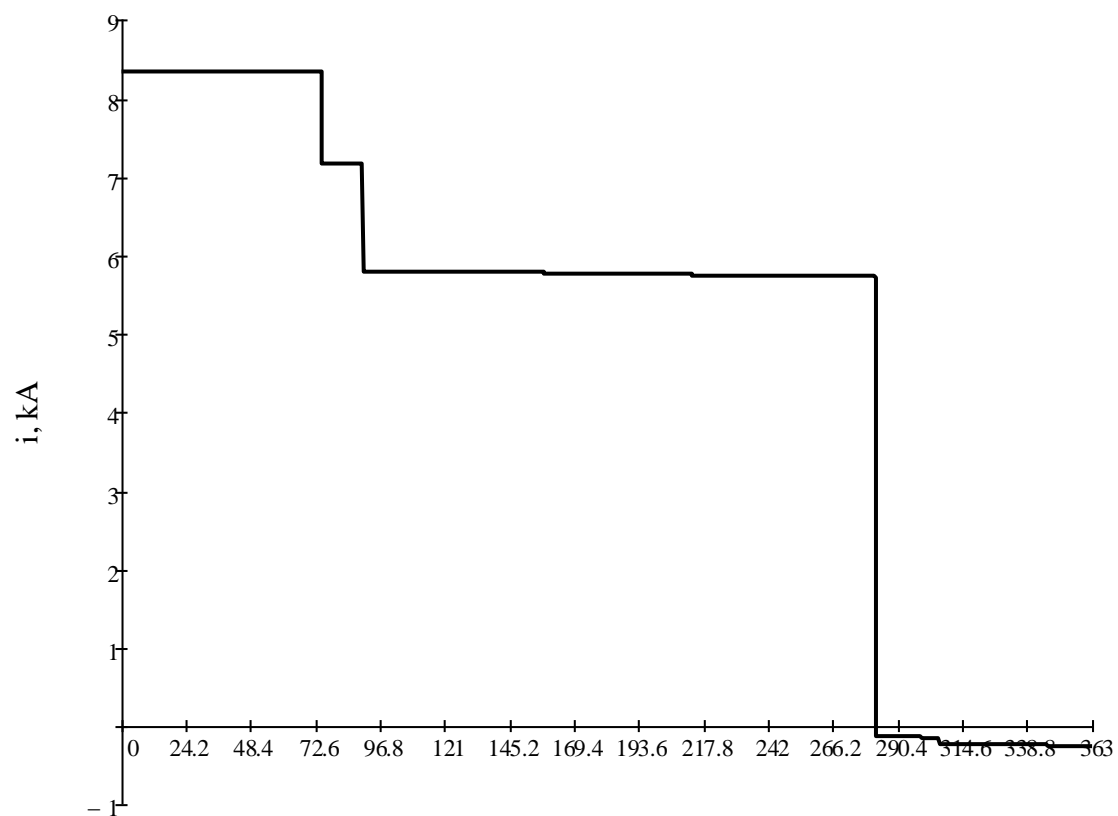
Графики распределения мгновенных значений падающих волн напряжения и тока на линиях:



Графики распределения значений отраженных волн напряжения и тока на линиях:



Результирующие графики распределения значений напряжения и тока на линиях:



l , km

Графики зависимости тока и напряжения от времени в фиксированной точке А

