Контрольная работа "Кратные интегралы, ряды, дифференциальные уравнения, функции комплексной переменной"

дисциплина «Высшая математика-2»

Межрегиональный учебный центр переподготовки специалистов
Разработчик: доцент, к.т.н. Храмова Татьяна Викторовна

Контрольная работа состоит из шести заданий.

Далее приведены 10 вариантов каждого задания.

Студент выполняет только задачи своего варианта.

Перед выполнением работы полезно заглянуть в "Указания для выполнения контрольной работы".

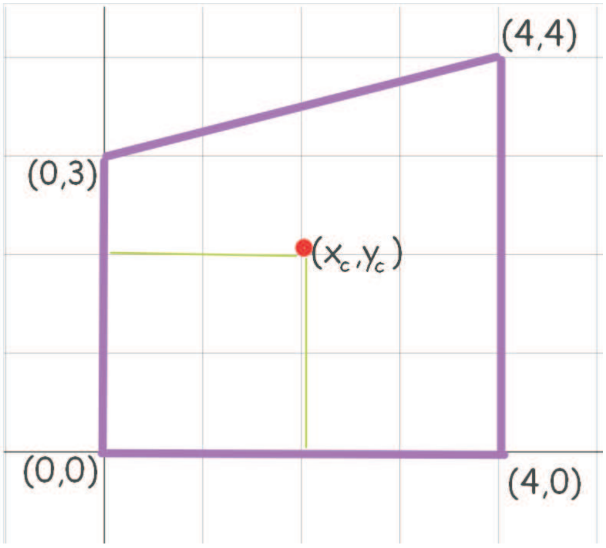
Примеры решения задач есть на канале **ВМ СибГУТИ**
https://www.youtube.com/channel/UC0k6GOLytUlutfqtpN7lk9Q

Задание 1. Кратные интегралы

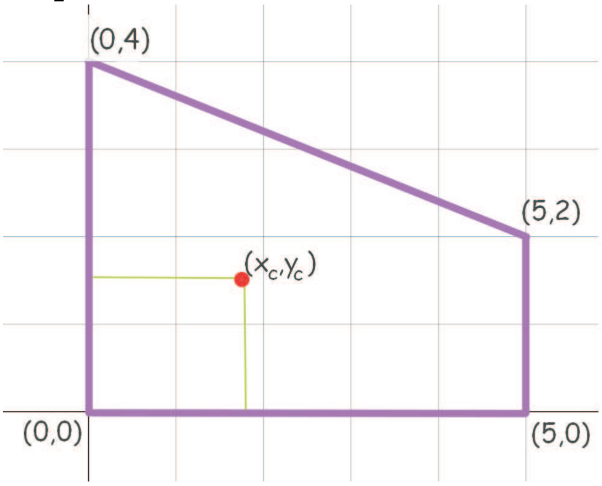
Задание к разделу 6, п. 6.5.

Однородная пластина имеет форму четырехугольника (см. рисунок). Указаны координаты вершин. С помощью двойного интеграла вычислить координаты центра масс пластины.

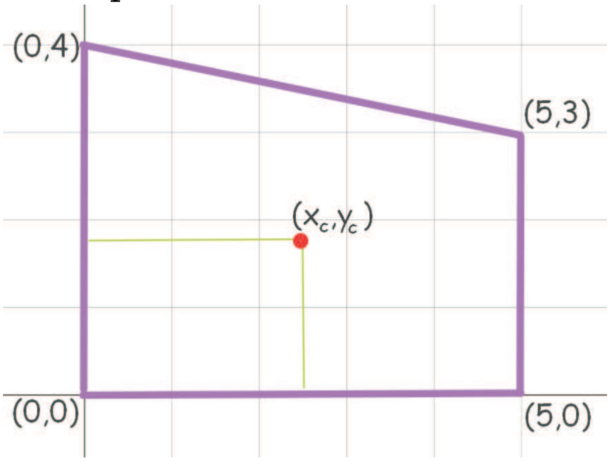
Вариант 1.



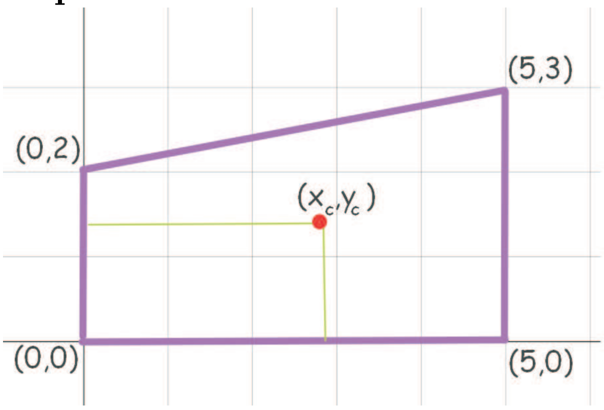
Вариант 2.



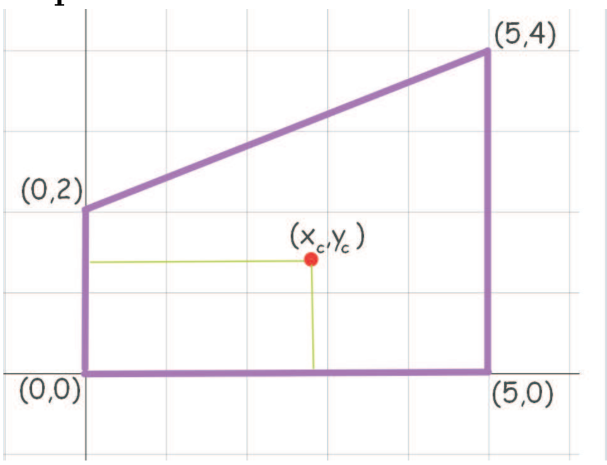
Вариант 3.



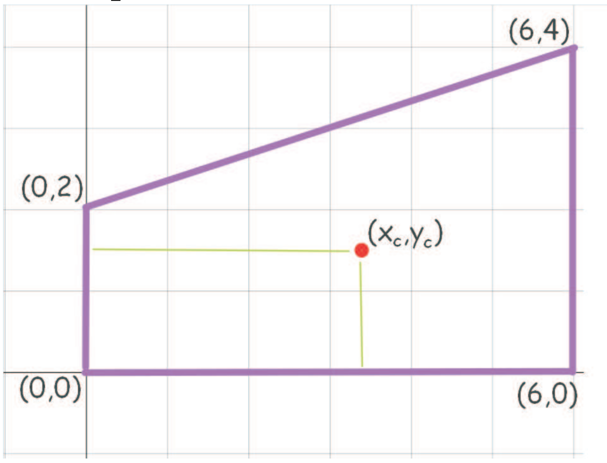
Вариант 4.



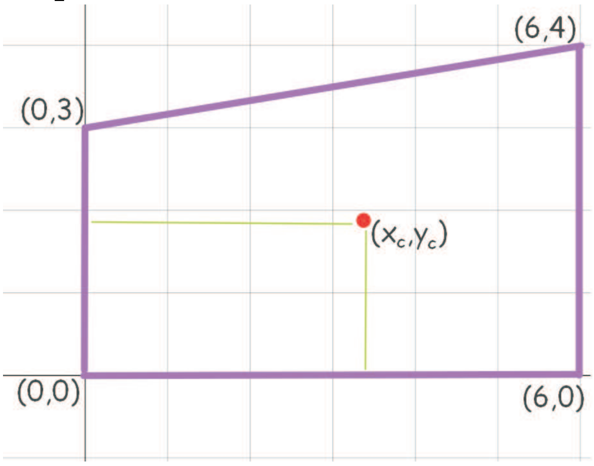
Вариант 5.



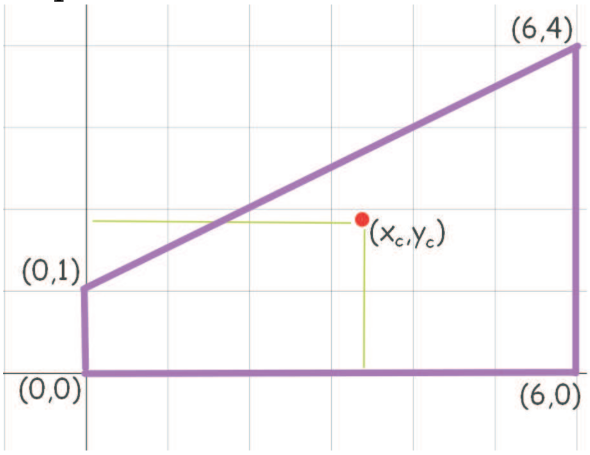
Вариант 6.



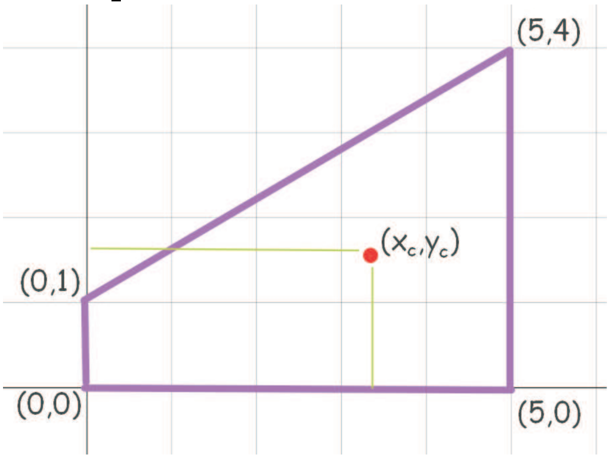
Вариант 7.



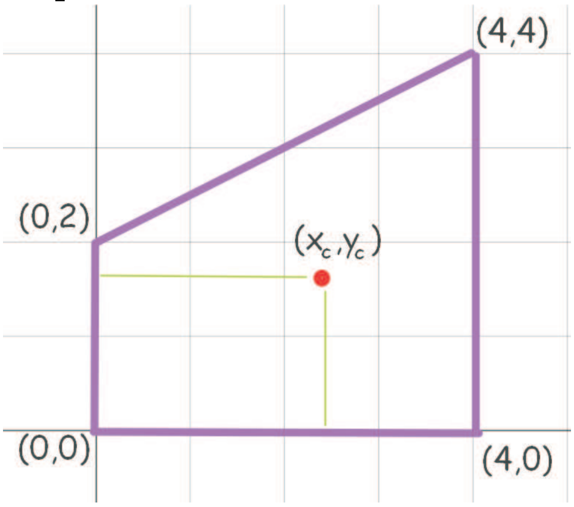
Вариант 8.



Вариант 9.



Вариант 10.



Задание 2. Дифференциальные уравнения

Задание к разделу 7, п. 7.2.

Найти общее решение дифференциального уравнения.

Вариант 1. $xy' + y - e^x = 0$

Вариант 2. $y' + y\mathrm{tg}x = \dfrac{1}{\cos x}$

Вариант 3. $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$

Вариант 4. $y' = \frac{y}{x} + \sin\dfrac{y}{x}$

Вариант 5. $y' + 2y = e^{3x}$

Вариант 6. $y' = 2y + e^x - x$

Вариант 7. $x\left(y' - y\right) = e^x$

Вариант 8. $xy' - 3y = x^4 e^x$

Вариант 9. $(2x + 1)\ y' = 4x + 2y$

Вариант 10. $x\,y' - 2y = 2x^4$

Задание 3. Степенные ряды

Задание к разделу 8, п. 8.3.

Найти область сходимости степенного ряда.

Вариант 1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)\,x^n}{3^n}$.

Вариант 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{(2n-1)!}$.

Вариант 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+4)\,x^n}{5^n}$.

Вариант 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{(n+1)!}$.

Вариант 5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+3)^n}{n(2n+1)}$.

Вариант 6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{(2n)!}$.

Вариант 7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+5)^n}{n^2-1}$.

Вариант 8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+5)^n}{n(2n+1)}$.

Вариант 9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n!}$.

Вариант 10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{2n+3}$.

Задание 4. Приближенные вычисления с помощью разложения функции в ряд

Задание к разделу 8, п. 8.4.

Вычислить с точностью до 0,001 значение определённого интеграла, разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд.

Вариант 1. $\int\limits_0^{0,5} x^3 e^{-x} dx.$

Вариант 2. $\int\limits_0^{0,5} x^3 \ln(1+x) dx.$

Вариант 3. $\int\limits_0^{0,5} x e^{-x^3} dx.$

Вариант 4. $\int\limits_0^{0,5} x \ln(1+x^3) dx.$

Вариант 5. $\int\limits_0^{0,25} x e^{-x} dx.$

Вариант 6. $\int\limits_0^{0,25} x^3 \ln(1+x^2) dx.$

Вариант 7. $\int\limits_0^{0,25} x^2 e^{-x} dx.$

Вариант 8. $\int\limits_0^{0,25} x^3 \ln(1+x^2) dx.$

Вариант 9. $\int\limits_0^{0,5} x^2 e^{-x} dx.$

Вариант 10. $\int\limits_0^{0,25} x \ln(1+x) dx.$

Задание 5. Линии и области в комплексной плоскости

Задание к разделу 9, п. 9.1.

По заданным условиям, построить область в комплексной плоскости.

Вариант 1. $\begin{cases} |\mathrm{Re} z| \le 1 \\ |z-1| \ge 1 \\ -1 \le \mathrm{Im} z \le 2 \end{cases}$

Вариант 2. $\begin{cases} |\mathrm{Re} z| \le 1 \\ |z-i| \ge \dfrac{1}{2} \\ -1 \le \mathrm{Im} z \le 2 \end{cases}$

Вариант 3. $\begin{cases} |\mathrm{Re} z| \le 1 \\ \dfrac{\pi}{4} \le \arg z \le \dfrac{3\pi}{2} \\ -1 \le \mathrm{Im} z \le 2 \end{cases}$

Вариант 4. $\begin{cases} |\mathrm{Re} z| \le 1 \\ -\dfrac{\pi}{4} \le \arg z \le \pi \\ -1 \le \mathrm{Im} z \le 2 \end{cases}$

Вариант 5. $\begin{cases} |\mathrm{Re} z| \le 1 \\ -\dfrac{3\pi}{4} \le \arg z \le \dfrac{3\pi}{4} \\ -1 \le \mathrm{Im} z \le 2 \end{cases}$

Вариант 6. $\begin{cases} |\mathrm{Re} z| \le 2 \\ |z-1| \ge 1 \\ -1 \le \mathrm{Im} z \le 2 \end{cases}$

Вариант 7. $\begin{cases} |\mathrm{Re} z| \le 2 \\ |z-i| \ge 1 \\ -1 \le \mathrm{Im} z \le 2 \end{cases}$

Вариант 8. $\begin{cases} |\mathrm{Re}z| \le 2 \\ \dfrac{\pi}{4} \le \arg z \le \dfrac{3\pi}{2} \\ -1 \le \mathrm{Im}z \le 2 \end{cases}$

Вариант 9. $\begin{cases} |\mathrm{Re}z| \le 2 \\ -\dfrac{\pi}{4} \le \arg z \le \pi \\ -1 \le \mathrm{Im}z \le 2 \end{cases}$

Вариант 10. $\begin{cases} |\mathrm{Re}z| \le 12 \\ -\dfrac{3\pi}{4} \le \arg z \le \dfrac{3\pi}{4} \\ -1 \le \mathrm{Im}z \le 2 \end{cases}$

Задание 6. Функции комплексного переменного

Задание к разделу 9, п. 9.2.

Вычислить значение функции комплексного переменного, результат представить в алгебраической форме.

Вариант 1. $\mathrm{Ln}(-2i)$.

Вариант 2. $\sqrt[8]{2-2i}$.

Вариант 3. $\mathrm{Ln}(-3i)$.

Вариант 4. $\sqrt[6]{1-i}$.

Вариант 5. $\mathrm{Ln}(-4i)$.

Вариант 6. $\sqrt[8]{2+2i}$.

Вариант 7. $\mathrm{Ln}(-5i)$.

Вариант 8. $\sqrt[6]{1+i}$.

Вариант 9. $\mathrm{Ln}(-6i)$.

Вариант 10. $\sqrt[8]{-2+2i}$.