Федеральное агентство связи Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждения высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ)

И.В. Грищенко, А.И. Гулидов, А.Г. Иванова

Расчётно-графическая работа №1 по курсу физики для бакалавров. Заочная форма обучения. Методическое пособие.

Новосибирск

2019

И.В. Грищенко, А.И. Гулидов, А.Г. Иванова
Расчётно-графическая работа №1 по курсу физики для бакалавров. Заочная форма обучения. Методическое пособие. /СибГУТИ. – Новосибирск. – 2019. – 95 с.

Методические пособие для студентов заочной формы обучения по физике предназначено для оказания помощи студентам заочного факультета Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики при подготовке к выполнению расчётно-графической работы №1 в первом семестре, обучающихся по направлениям:

11.03.02 - Инфокоммуникационные технологии и системы связи

09.03.01 - Информатика и вычислительная техника

Кафедра физики.
Рис.– 39, таблиц – 6, список лит. – 10 наименований
Рецензенты: к.ф-м.н. О.Е. Белоусова
к.ф-м.н. В.П. Волошин

Утверждена редакционно-издательским советом СибГУТИ в качестве методических указаний.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Цель данного методического пособия оказать помощь студенту-заочнику в изучении теоретического материала и в выполнении расчётно-графической работы №1. Объём и теоретический уровень изложения материала, включённого в пособие, определяется действующей рабочей программой, учитывает специфику нашего вуза, а также результаты анализа наиболее типичных ошибок, допускаемых студентами заочного факультета при самостоятельном изучении курса физики.

Весь материал делится на несколько разделов: механика, электромагнитные явления, термодинамика и молекулярная физика, колебания, волны. Каждому разделу предшествует краткое теоретическое введение, даётся сводка основных формул, используемых в данном разделе физики, приводятся примеры решения типовых задач по данной теме. Набор основных физических постоянных находится в приложении. Завершает пособие расчётно-графическая работа №1, которая имеет три задачи. За первый семестр студент должен выполнить расчётно-графическую работу №1, за второй семестр расчётно-графическую работу №2. Студент выбирает свой номер варианта по следующему правилу: последняя цифра номера студенческого билета соответствует номеру варианта. Чтобы получить зачёт по расчётно-графической работе студент должен правильно решить три задачи.

Правила оформления расчётно-графической работы

Все работы принимаются только в электронной форме.

<u>Правила оформления электронных вариантов работ</u>

1. Работа выполняется в Word; сканированные, фотографированные работы и сделанные в pdf **<u>не принимаются</u>**, поскольку добавление пометок и замечаний в такой файл затруднено.
2. Должен быть титульный лист с указанием Вашей фамилии, варианта, номера студенческого билета, номера расчетно-графической работы.
3. Запись полного условия задачи.
4. Краткое условие задачи, с записью основных исходных данных; если данные даны в произвольной системе единиц, то необходимо их перевести в систему СИ.
5. Приведено полное решение задачи, с пояснениями хода решения (если приведены только формулы, без пояснений, то задача не считается решённой).
6. Произведён расчёт требуемых величин и записан ответ с учётом размерности.
7. Набирайте формулы в редакторе формул. В Word это можно сделать так: ВСТАВКА – ОБЪЕКТ – Microsoft Equations 3.0 и набираете формулу. Решение задач, вставленное целиком в виде рисунка, не принимается, поскольку невозможно указать ошибки, если они присутствуют.

8. Пояснительные чертежи и схемы чертите либо непосредственно средствами Word, либо используете любой графический редактор и вставляете рисунок в виде рисунка, либо делаете чертеж на бумаге, фотографируете (сканируете) его и вставляете в виде рисунка.
9. Если работа не зачтена и отправлена на доработку, то работу над ошибками делаете В ЭТОМ ЖЕ файле, не удаляя замечания, просто добавляя верное решение в конце каждой задачи.
10. Работы отправляются в ЭИОС. Если работа не зачтена, то после доработки работа приносится на повторную защиту (исходный вариант с замечаниями преподавателя и работа над ошибками). Работу над ошибками также нужно отправить в ЭИОС.
11. Расчётно-графическая работа № 1 состоит из трёх задач. По одной задаче для каждой из тем: «Механика», «Электрические явления», «Колебания».

Пример оформления титульного листа

Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет

Телекоммуникаций и Информатики

Кафедра физики

РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №1
Вариант 6

Выполнил: **Иванов И.И.**
Группа: **ИИ-61**
Номер студенческого билета: 123456
Адрес электронной почты: aaa@yandex.ru

Проверил: ____________________

Новосибирск, 2018 г

1. МЕХАНИКА

Вся живая и неживая природа, существующая объективно (независимо от нашего сознания), называется материей. Вещество и поле - две формы существования материи.

Поле - особая форма материи, связывающая частицы вещества в единые системы и передающая с конечной скоростью действие одних частиц на другие.

Механическое движение – изменение в пространстве взаимного расположения тел или/и их частей. **Механика** изучает законы механического движения и взаимодействия тел. Классическая механика изучает движение тел со скоростями, намного меньшими скорости света($\upsilon << c$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Релятивистская механика изучает движение тел со скоростями, соизмеримыми со скоростью света. Квантовая механика изучает движение тел в микромире (субатомные размеры, менее 0,1 нм).

В механике для описания движения реальных тел пользуются различными упрощенными моделями в зависимости от условий конкретной задачи. Основные модели тел: материальная точка и абсолютно твердое тело.

Материальная точка – тело, размеры и форма которого в условиях данной задачи несущественны. **Абсолютно твердое тело** – тело, в котором расстояния между любыми двумя точками не изменяются (можно пренебречь деформацией).

Для описания механического движения тела необходимо знать его положение в пространстве в любой момент времени. Для этого вводится система отсчета, относительно которой и будет рассматриваться движение.

Система отсчета – система координат, снабженная часами и жестко связанная с телом отсчета. Тело отсчета – абсолютно твердое тело, по отношению к которому определяется положение других тел в различные моменты времени. Часы – устройство, используемое для измерения промежутков времени между событиями.

Траектория – линия, которую описывает тело при движении относительно выбранной системы отсчета. В зависимости от формы траектории движение точки может быть прямолинейным или криволинейным.

Поступательным движением твёрдого тела называется такое его движение, при котором любая прямая, жёстко скреплённая с телом, остаётся параллельной своему первоначальному положению в каждый момент времени. Поступательное движение твёрдого тела полностью характеризуется движением одной любой его точки.

Вращательным движением твердого тела называется такой вид движения, при котором каждая точка тела описывает окружности вокруг некоторой прямой, называемой осью вращения. Остальные виды движений тела можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движения тела.

Движение тела задано, если известен однозначный закон изменения его положения относительно выбранной системы отсчета в зависимости от времени.

Кинематика – раздел механики, который математически описывает движение тела, не интересуясь причинами, вызвавшими это движение.

Пространство в классической механике рассматривается, как трехмерное, а время считается универсальным, т.е. протекающим одинаково во всех системах отсчета. Время является скалярной, непрерывно меняющейся величиной. В задачах кинематики оно принимается за независимую переменную (аргумент), а все остальные величины (координаты, скорости и т.д.) рассматриваются как функции этого аргумента.

Кинематику делят на кинематику точки и кинематику системы материальных точек (тела). В кинематике решаются две основные задачи:

- *первая задача* состоит в установлении математических способов задания движения точек или тел;

- *вторая задача* заключается в том, чтобы, зная закон движения данного тела или точки, определить все кинематические величины, характеризующие как движение тела в целом, так и движение каждой из его точек в отдельности.

Для решения задач кинематики необходимо, чтобы непосредственно был задан или закон движения данного тела, или же закон движения какого-нибудь другого тела, кинематически связанного с данным. **Уравнение движения** – это уравнение (или система уравнений), которые определяют закон изменения механической или динамической системы во времени и пространстве. Уравнение движения, дополненные начальными условиями, полностью задают состояние системы в определенной точке пространства и в определенный момент времени.

Способы задания движения точки

1) Естественный. При таком способе задания движения положение точки определяется дуговой координатой (расстоянием вдоль известной заранее траектории от начала отсчета).

2) Координатный. В этом случае положение движущейся точки в пространстве определяют тремя ее координатами (чаще всего, декартовыми x(t), y(t), z(t)) относительно выбранной неподвижной прямоугольной системы. При движении точки эти координаты являются однозначными и непрерывными функциями времени. Траектория точки при таком способе задания движения может быть получена из уравнений движения.

3) Векторный. Положение точки в пространстве задается при помощи радиус-вектора $\vec{r}$ (вектора, проведенного из начала отсчета в данную точку траектории)

Основные кинематические характеристики поступательного движения

1) Путь – длина траектории, скаляр, обозначение S.

2) **Радиус-вектор** (рис. 1.1) – вектор, проведенный из начала отсчета в данную точку траектории

$$\vec{r}(t) = x(t)\cdot\vec{i} + y(t)\cdot\vec{j} + z(t)\cdot\vec{k}$$
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \quad |\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1.1}$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}, \vec{k}$ – орты, единичные векторы направления вдоль осей координат.

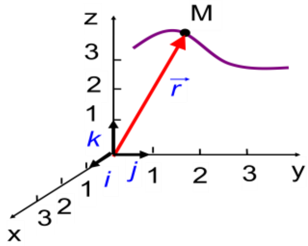


Рис.1.1 Радиус-вектор

3) **Перемещение** – вектор $\Delta\vec{r}$, проведенный из начальной точки траектории в конечную, изменение радиус-вектора (рис.1.2).

$$\vec{r}(t+\Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta\vec{r} \qquad S \geq |\Delta\vec{r}|$$
$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \tag{1.2}$$

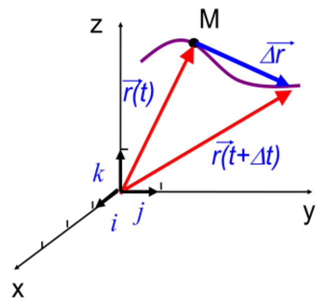


Рис. 1.2 Вектор перемещения

4) **Скорость тела** характеризует быстроту изменения положения тела в пространстве. Математически мгновенная скорость вычисляется как первая производная по времени от вектора перемещения. Величина скорости численно равна пределу отношения перемещения к промежутку времени, в течение которого это движение произошло (1.3). Скорость – вектор, направленный по касательной к траектории в направлении движения тела

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}_t^{\,/}$$

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x \cdot \vec{i} + \upsilon_y \cdot \vec{j} + \upsilon_z \cdot \vec{k} \tag{1.3}$$

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}$$

$$\upsilon_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}$$

5) **Ускорение тела** – вектор, показывающий быстроту изменения скорости по модулю и направлению. Вектор ускорения всегда направлен в сторону действующей силы. Математически ускорение вычисляется как первая производная по времени от вектора скорости тела или вторая производная по времени от вектора перемещения тела. Величина ускорения численно равна пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это движение произошло (1.4).

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{r}'' \tag{1.4}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

5.1) При криволинейном движении тела его скорость в разные моменты различна. Даже в том случае, когда модуль скорости не меняется, все же имеет место изменение направления скорости. В общем случае меняются и модуль, и направление скорости, так что это движение происходит с ускорением. Для определения этого ускорения (по модулю и направлению) требуется найти изменение скорости как вектора, т. е. найти приращение модуля скорости и изменение ее направления.

В случае произвольного криволинейного движения (рис.1.3) ускорение можно разложить на две составляющие: тангенциальную $\vec{a}_\tau$, направленную по

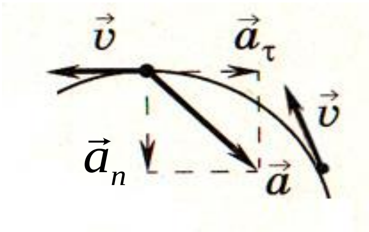


Рис. 1.3 Ускорение при криволинейном движении

касательной к траектории и нормальную $\vec{a}_n$, направленную по нормали к центру кривизны траектории:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau \qquad (1.5)$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} ,$$

где $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n} ,$$

где R – радиус кривизны траектории, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к касательной.

Тангенциальная компонента ускорения отвечает за изменение модуля скорости точки, нормальная компонента – за изменение направления вектора скорости.

Характеристики вращательного движения

1) Положение точки характеризуется радиусом окружности R и угловой координатой $\vec{\varphi}$ (полярные координаты).

2) $d\vec{\varphi}$ – элементарное **угловое перемещение** за время dt. Вводится как вектор, направление которого вдоль оси вращения определяется по правилу правого винта. Из начала вектора углового перемещения в направлении вектора поворот виден по часовой стрелке. Модуль вектора равен углу поворота.

3) $\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$ – **угловая скорость** характеризует быстроту вращения тела вокруг неподвижной оси. Также является вектором, направленным вдоль оси вращения по правилу правого винта (рис.1.4).

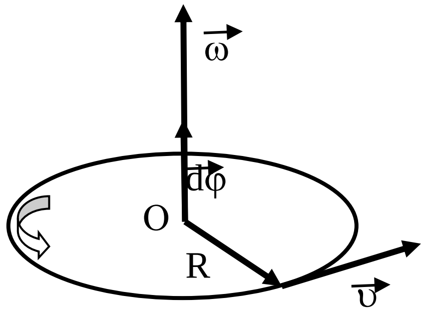


Рис. 1.4 Угловое перемещение и угловая скорость

4) $\vec{\beta} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ - **угловое ускорение** – быстрота изменения угловой скорости. Вектор $\vec{\beta}$ направлен вдоль оси вращения, сонаправлен с вектором угловой скорости при ускоренном вращении, противоположно направлен с вектором угловой скорости при замедленном вращении.

Взаимосвязь кинематических характеристик поступательного и вращательного движения

$$\upsilon = R \cdot \omega$$
$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R \tag{1.6}$$
$$a_\tau = \beta R$$

<u>Динамика</u> – раздел механики, изучающий движение тел с учетом причин, вызывающих это движение.

Динамические характеристики поступательного движения

1) **Масса** – мера инертности тела, характеризует способность тела сопротивляться изменению состояния движения (покой, равномерное прямолинейное движение, вращение и т.д.). Обозначается *m*, единица измерения: кг

2) **Сила** – векторная величина, характеризующая действие на данное тело другого тела или поля. Обозначение $\vec{F}$, единица измерения – Ньютон (Н).

3) **Импульс (количество движения**) – векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость. Обозначается $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$, единица измерения кг·м/с.

Динамические характеристики вращательного движения

1) **Момент инерции** – мера инертности тела, характеризует способность тела сопротивляться изменению состояния вращения. Определяется не только массой тела, но и расстоянием каждой его точки до оси вращения. Обозначается *I*, единица измерения: кг·м^2

2) **Момент силы** – векторная величина, характеризующая вращающее действие силы на данное тело. Момент силы относительно данной оси враще-

ния является векторным произведением радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного от оси вращения до точки приложения силы, на вектор силы $\vec{F}$. Модуль рассчитывается как произведение величины силы на плечо действия силы (длина перпендикуляра, опущенного от оси вращения на линию действия силы). Обозначение $\vec{M}$, единица измерения: Н·м. Вектор момента силы направлен по оси вращения, направление определяется по правого винта (правилу буравчика).

3) **Момент импульса материальной точки относительно точки О** – векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$ и вектора импульса $\vec{p}$. Обозначается $\vec{L}$, единица измерения кг·м^2/с. Проекция вектора момента импульса относительно точки О на ось вращения z, проходящую через эту точку, называется **моментом импульса относительно оси** L_z и является скалярной величиной.

Таблица 1.1. Динамическое описание движения

Поступательное движение	**Вращательное движение**
Динамические характеристики движения	
Сила $\vec{F}\,[H]$	Момент силы $\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right]\,[H \cdot м]$ $M = r \cdot F \cdot \sin(\hat{r;F})$
Масса $m\ [кг]$	Момент инерции $I = \int\limits_m R^2 dm \quad \left[кг \cdot м^2\right]$
Импульс $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}\ [кг \cdot м/с]$	Момент импульса $\vec{L} = \left[\vec{r} \times \vec{p}\right]\ \left[м^2 кг/с\right]$ $L_z = I \cdot \omega$
Основной закон динамики (второй закон Ньютона)	
$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$ $\quad$ $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = \vec{F}$	$\vec{\beta} = \dfrac{\vec{M}}{I}$ $\quad$ $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$
Работа и кинетическая энергия	
Работа $A = \int\limits_{r_1}^{r_2} (\vec{F} d\vec{r})$	$A = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} (\vec{M} d\vec{\varphi})$
$W_{кин} = \dfrac{p^2}{2m} = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$	$W_{кин} = \dfrac{I \cdot \omega^2}{2}$

Замкнутая система тел – совокупность тел, не взаимодействующих с внешними телами. **Закон сохранения импульса**: в замкнутой системе импульс системы (полный вектор) остается постоянным, несмотря на то, что импульсы отдельных частиц могут меняться при их взаимодействии

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const \tag{1.7}$$

Закон сохранения момента импульса: суммарный вектор момента импульса замкнутой системы не изменяется с течением времени

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = const \tag{1.8}$$

Теорема о кинетической энергии: изменение кинетической энергии системы происходит за счет работы внешних и внутренних сил, действующих на тела системы:

$$A = W_{кин2} - W_{кин1} \tag{1.9}$$

Центр масс механической системы (центр инерции) – геометрическая точка, для которой сумма произведений масс всех материальных точек, образующих механическую систему, на их радиус векторы, проведенные из этой точки, равна нулю. Центр масс характеризует движение системы как целого.

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \tag{1.10}$$

Теорема Кенига: Кинетическая энергия системы равна сумме кинетической энергии поступательного движения системы суммарной массой *m* со скоростью движения центра масс и вращательного движения системы относительно оси, проходящей через центр масс

$$W_{кин} = \frac{m\upsilon_{ц.м.}^2}{2} + \frac{I_{ц.м.}\omega^2}{2} \tag{1.11}$$

Закон сохранения механической энергии: механическая энергия замкнутой системы не изменяется, если все внутренние силы консервативны (их работа не зависит от формы траектории и определяется только начальной и конечной точками).

$$W_{мех} = W_п + W_{кин} = const \tag{1.12}$$

Мощность – производная по времени от работы, по смыслу – скорость, с которой совершается работа. Мощность может быть найдена как скалярное произведение силы на скорость движения тела:

$$P = \frac{dA}{dt} = (\vec{F} \cdot \vec{\upsilon}), Вт \tag{1.13}$$

Поскольку работа равна изменению энергии системы, то мощность равна производной энергии по времени.

$$P = \frac{dW}{dt}, Вт \tag{1.14}$$

Пример 1

Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону: $\vec{r} = 3t\vec{i} + 2t^3\vec{j} - 2t^2\vec{k},\ м$, где векторы $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ являются ортами декартовой системы координат. Какую работу совершила равнодействующая сила за вторую секунду движения, если масса материальной точки составляет 0,2 кг? Какую мощность развивает равнодействующая сила в конце второй секунды движения?

Дано:

$\vec{r} = 3t\vec{i} + 2t^3\vec{j} - 2t^2\vec{k},\ м$

m=0,2 кг

Найти:

A(1;2) - ?

P(2) - ?

Решение:

Чтобы найти работу равнодействующей силы, воспользуемся теоремой о кинетической энергии

$A = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$, где в правой части стоит разность кинетических энергий тела в конце второй и в конце первой секунд.

Скорость точки является производной от радиус-вектора по времени. Найдем производные от каждой координаты, входящей в радиус-вектор.

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}$$

$$\upsilon_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x \cdot \vec{i} + \upsilon_y \cdot \vec{j} + \upsilon_z \cdot \vec{k}$$

$$\vec{\upsilon} = 3\vec{i} + 6t^2\vec{j} - 4t\vec{k}$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}$$

Отсюда квадрат скорости в конце первой и второй секунд:

$\upsilon_1^2 = 9 + 36 + 16 = 61,\ м^2/с^2$

$\upsilon_2^2 = 9 + 24^2 + 8^2 = 9 + 576 + 64 = 649,\ м^2/с^2$

Работа равнодействующей силы равна:

$$A = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) = \frac{0{,}2}{2}\left(649 - 61\right) = 58{,}8,\ Дж$$

Мощность найдем, как скалярное произведение силы на скорость

$$P = (\vec{F} \cdot \vec{\upsilon})$$

Силу определим из второго закона Ньютона

$\vec{F} = m\vec{a}$

Ускорение – это производная от скорости по времени. Найдем производные от каждой компоненты скорости.

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} \quad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} \quad a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

Отсюда ускорение

$\vec{a} = 12t\vec{j} - 4\vec{k}$, м/с^2

Сила, действующая на тело

$\vec{F} = m\vec{a} = 2{,}4t\vec{j} - 0{,}8\vec{k}$, H

Мощность в конце второй секунды:

$$P = (\vec{F} \cdot \vec{\upsilon}) = (F_x\upsilon_x + F_y\upsilon_y + F_z\upsilon_z) = 0 + 2{,}4t \cdot 6t^2 + 4t \cdot 0{,}8 =$$

$$= 2{,}4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 4 + 4 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = 121{,}6\ Bm$$

Ответ: $A(1;2)$ = 58,8 Дж, $P(2)$=121,6 Вт

Пример 2

Сплошной однородный диск массой 0,1 кг и радиусом 0,1 м начинает скатываться с пологой горки высотой 0,3 м, плавно переходящей в горизонтальный участок. На горизонтальном участке диск сталкивается с другим вертикально стоящим сплошным однородным диском радиусом 0,1 м и массой 0,2 кг. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Какую скорость будет иметь второй диск после соударения? Потерями на трение пренебречь.

Дано:

m_1 = 0,1 кг

m_2 = 0,2 кг

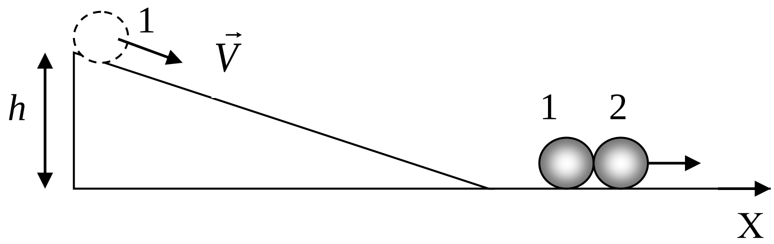
$R_1 = R_2$ = 0,1 м

h = 0,3 м

Найти:

υ_2 = ?

Решение:



Чтобы найти скорость второго диска, нужно сначала найти скорость υ_0 налетающего на него первого диска. Ее найдем из закона сохранения энергии.

Покоящийся на вершине горки первый диск имеет потенциальную энергию $W_n = m_1gh$. Когда диск скатится с горки, его потенциальная энергия полностью перейдет в кинетическую энергию, поскольку система замкнута, и потерями на трение пренебрегаем по условию.

Кинетическая энергия диска складывается из кинетической энергии поступательного движения диска с горки и вращательного движения диска вокруг центра масс. Используя теорему Кенига, запишем:

$$m_1gh = \frac{m_1\upsilon_0^2}{2} + \frac{I_1\omega_0^2}{2} \qquad (1)$$

Момент инерции сплошного диска относительно оси, проходящей через центр масс, $I = \dfrac{mR^2}{2}$, а угловая скорость связана с линейной скоростью соотношением: $\upsilon = R\omega$

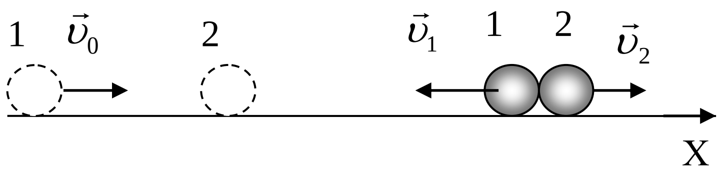
Подставляем все в закон сохранения энергии (1):

$$m_1gh = \frac{m_1\upsilon_0^2}{2} + \frac{m_1R^2\upsilon_0^2}{2\cdot 2\cdot R^2} = \frac{3}{4}\cdot m_1\upsilon_0^2$$

$$gh = \frac{3}{4}\cdot \upsilon_0^2 \qquad (2)$$

Скорость налетающего диска $\upsilon_0 = \sqrt{\dfrac{4}{3}gh} = \sqrt{\dfrac{4\cdot 9{,}8\cdot 0{,}3}{3}} \approx 2\ м/с$

Для нахождения скорости второго диска воспользуемся законами сохранения энергии и импульса для абсолютно упругого удара. Поскольку масса налетающего диска меньше массы покоящегося диска, то после удара первый диск будет двигаться в обратном направлении.



Закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось:

$m_1\upsilon_0 = -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2$

Закон сохранения энергии учитывает, что при абсолютно упругом ударе сохраняется кинетическая энергия, причем движутся одинаковые по размеру диски (удар прямой, центральный). Кинетическая энергия диска складывается из кинетической энергии поступательного движения диска вдоль оси X и вращательного движения диска вокруг центра масс. Используя теорему Кенига, запишем:

$W_{кин0} = \dfrac{m_1\upsilon_0^2}{2} + \dfrac{I_1\omega_0^2}{2}$ – кинетическая энергия первого диска до соударения. Используя рассуждения, аналогичные (2), получим:

$$W_{кин0} = \frac{m_1\upsilon_0^2}{2} + \frac{m_1R^2\upsilon_0^2}{2\cdot 2\cdot R^2} = \frac{3}{4}\cdot m_1\upsilon_0^2$$

$W_{кин1} = \frac{m_1 \upsilon_1^2}{2} + \frac{m_1 R^2 \upsilon_1^2}{2 \cdot 2 \cdot R^2} = \frac{3}{4} \cdot m_1 \upsilon_1^2$ – кинетическая энергия первого диска после соударения

$W_{кин2} = \frac{m_1 \upsilon_2^2}{2} + \frac{m_1 R^2 \upsilon_2^2}{2 \cdot 2 \cdot R^2} = \frac{3}{4} \cdot m_1 \upsilon_2^2$ – кинетическая энергия второго диска после соударения.

Запишем закон сохранения энергии при абсолютно упругом соударении двух дисков:

$$W_{кин0} = W_{кин1} + W_{кин2}$$

$$\frac{3}{4} m_1 \upsilon_0^2 = \frac{3}{4} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{3}{4} m_2 \upsilon_2^2$$

Сократим общие множители и перенесем в левую часть слагаемые при m_1

$$m_1 \upsilon_0 + m_1 \upsilon_1 = m_2 \upsilon_2$$

$$m_1 \upsilon_0^2 - m_1 \upsilon_1^2 = m_2 \upsilon_2^2$$

Во втором уравнении распишем разность квадратов и воспользуемся равенством из первого уравнения

$$\begin{cases} m_1(\upsilon_0 + \upsilon_1) = m_2 \upsilon_2 \\ m_1(\upsilon_0 - \upsilon_1)(\upsilon_0 + \upsilon_1) = m_2 \upsilon_2^2 \end{cases}$$

Из данной системы получим

$$\upsilon_0 - \upsilon_1 = \upsilon_2$$

Выразив скорость υ_1 из полученного уравнения, подставим ее в закон сохранения импульса:

$$m_1 \upsilon_0 - m_1 \upsilon_2 + m_1 \upsilon_0 = m_2 \upsilon_2$$

$$\upsilon_2 = \frac{2 m_1 \upsilon_0}{m_1 + m_2}$$

$$\upsilon_2 = \frac{2 \cdot 0{,}1 \cdot 2}{0{,}1 + 0{,}2} = 1{,}33 \; м/с$$

Ответ: $\upsilon_2 = 1{,}33$ *м/с*, в направлении оси *X*.

2. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Любое заряженное тело создает в пространстве вокруг себя электрическое поле и может взаимодействовать с внешним электромагнитным полем. Основное свойство электрического поля, отличающее его от других полей: оно действует на помещенные в него электрические заряды с силой, пропорциональной величине заряда и не зависящей от скорости движения заряда. Поле, создаваемое неподвижными зарядами, называется **электростатическим**. Знание характеристик электрического поля требуется при работе с линиями связи, антеннами, резонаторами, полупроводниковыми приборами и другими устройствами

Электростатика – раздел, в котором изучаются свойства электрического поля, созданного неподвижными зарядами.

Известны два типа электрических зарядов: положительные и отрицательные. Величина заряда измеряется в Кулонах (Кл). Заряд какого-либо тела или системы может изменяться только порциями (квантами). Минимальная порция соответствует элементарному заряду и равна модулю заряда электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,Кл$. В электрически изолированных системах, в которых отсутствует обмен заряженными телами с окружающей средой, всегда выполняется закон сохранения электрического заряда: суммарный заряд электрически изолированной системы остается постоянным, какие бы процессы ни происходили в системе.

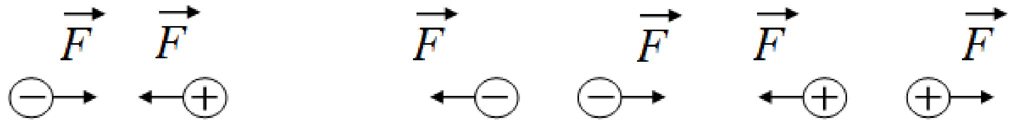
Точечные электрические заряды (размерами которых в условиях данной задачи можно пренебречь) взаимодействуют между собой по закону Кулона, где модуль силы Кулона:

$$F = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_{12}^2} \tag{2.1}$$

В векторной форме закон Кулона:

$$\vec{F} = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r}_{12} \tag{2.2}$$

Сила Кулона направлена вдоль линии, соединяющей заряды, а коэффициент k зависит от системы единиц измерения. В СИ $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,Ф/м$ - электрическая постоянная, а ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды, r_{12} – расстояние между зарядами.



а) б) в)

Рис. 2.1 Взаимодействие разноименных (а) и одноименных зарядов (б, в)

Разноименные заряды притягиваются друг к другу (Рис. 2.1 а), одноименные – отталкиваются (Рис.2.1 б, в).

Основные характеристики электростатического поля

Взаимодействие зарядов осуществляется посредством электрического поля. Электрическое поле обнаруживается по его действию на электрический заряд, причем сила действия электрического поля не зависит от скорости движения заряда.

1) Силовая характеристика электрического поля: **напряженность электрического поля** $\vec{E}$, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}\left[\frac{Н}{Кл} = \frac{В}{м}\right] \tag{2.3}$$

Вектор напряженности начинается в рассматриваемой точке и сонаправлен с вектором силы, действующий на пробный положительный заряд, помещенный в эту точку поля.

Для вектора напряженности выполняется принцип суперпозиции, следующий из принципа независимости сил: напряженность поля в данной точке, созданная несколькими источниками, равна геометрической (векторной) сумме векторов напряженности, созданных каждым источником в отдельности.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i \tag{2.4}$$

Если известен вектор напряженности в данной точке, то сила, действующая на заряд, помещенный в эту точку, равна

$$\vec{F} = q\vec{E} \tag{2.5}$$

Направление силы и направление напряженности совпадают, если заряд q положительный. Если заряд отрицательный, то сила действует против вектора напряженности.

2) Энергетическая характеристика электростатического поля: потенциал.

Потенциал – скалярная величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля.

$$\varphi = \frac{W_n}{q}\,[В] \tag{2.6}$$

Потенциал может иметь положительное и отрицательное значение. Поскольку значение потенциальной энергии определяется с точностью до некоторой постоянной, то и потенциал определяется с точностью до некоторой постоянной. Принято считать, что потенциал поля в точке, находящейся бесконечно далеко от источника, равен нулю. Потенциал поля, созданного несколькими зарядами в данной точке, равен алгебраической сумме потенциалов, созданных в данной точке каждым зарядом в отдельности

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N}\varphi_i \tag{2.7}$$

3) Разность потенциалов определяется работой поля, необходимой для перемещения заряда в электростатическом поле из одной точки в другую:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1-2}}{q} \tag{2.8}$$

4) Вектор электростатической индукции (электростатического смещения) - также силовая характеристика электростатического поля, не зависящий от свойств среды

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \left[\frac{Кл}{м^2}\right] \tag{2.9}$$

5) Взаимосвязь напряженности и потенциала. Вектор напряженности направлен в сторону наиболее быстрого убывания потенциала. Вектор, направленный в сторону наиболее быстрого возрастания функции, называется **градиентом функции**. Вектор напряженности направлен в сторону, противоположную градиенту потенциала:

$$\begin{gathered} \vec{E} = -grad\varphi \\ E_r = -\frac{d\varphi}{dr} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} d\vec{r} \end{gathered} \tag{2.10}$$

6) Поток вектора напряженности пропорционален числу линий напряженности, пересекающих данную поверхность и равен скалярному произведению вектора напряженности и вектора площади, перпендикулярного поверхности.

$$\Phi_E = \int_S (\vec{E} d\vec{S}) = \int_S E_n dS \tag{2.11}$$

Теорема Гаусса для электрического поля: поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, *находящихся внутри этой поверхности*, деленной на $\varepsilon\varepsilon_0$

$$\oint_S (\vec{E} d\vec{S}) = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon\varepsilon_0} \tag{2.12}$$

Таблица 2.1. Формулы для расчета модуля напряженности и потенциала поля, создаваемых некоторыми источниками.

Источник поля	Модуль напряженности	Разность потенциалов
Точечный заряд q	$E = k\frac{\lvert q\rvert}{r^2}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$
Заряженная сфера, имеющая заряд q	$\begin{cases} 0, если\ r < R \\ E = k\frac{\lvert q\rvert}{r^2}, если\ r > R \end{cases}$	$\begin{cases} \varphi = const, если\ r \le R \\ \varphi_1 - \varphi_2 = kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), если\ r > R \end{cases}$

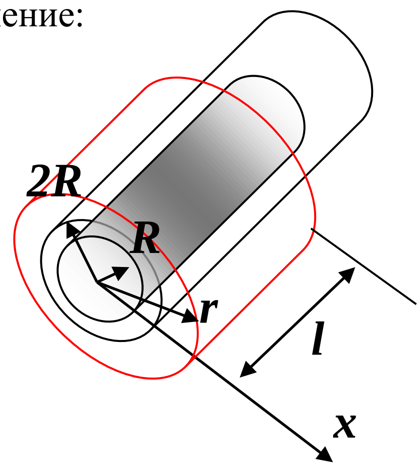
Равномерно заряженный шар с объемной плотностью заряда $\rho_q = \frac{q_{шара}}{V}$, где объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$\begin{cases} E = k\frac{\lvert q_{шара}\rvert \cdot r}{R^3}, если\ r < R \\ E = k\frac{\lvert q_{шара}\rvert}{r^2}, если\ r > R \end{cases}$	$\begin{cases} \varphi = \frac{q_{шара}}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q_{шара}}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(R^2 - r^2), если\ r \le R \\ \varphi_1 - \varphi_2 = kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), если\ r > R \end{cases}$
Равномерно заряженная длинная нить или длинный полый цилиндр радиуса R с линейной плотностью заряда $\tau = \frac{q}{l}$	$\begin{cases} 0, если\ r < R \\ E = 2k\frac{\lvert\tau\rvert}{r}, если\ r > R \end{cases}$	$\begin{cases} \varphi = const, если\ r \le R \\ \varphi_1 - \varphi_2 = 2k\tau \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right), если\ r > R \end{cases}$
Равномерно заряженная большая плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = \frac{q}{S}$, где S – площадь поверхности плоскости	$E = \frac{\lvert\sigma\rvert}{2\varepsilon\varepsilon_0}$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}(r_2 - r_1)$

Пример 3

Два очень длинных непроводящих соосных (с общей осью) концентрических цилиндра радиусами R и 2R заряжены с поверхностной плотностью зарядов σ_1 и σ_2 соответственно. Найти силу (модуль и направление), действующую на электрон, находящийся в точке r_1 = 3R от оси цилиндров. Какую скорость приобретет первоначально покоившийся электрон, переместившись в точку r_2 = 6R от оси цилиндров? Принять R = 0,1 м, σ_1 = 1нКл/м^2, σ_2= – 1нКл/м^2.

Дано:
$R_1 = R = 0{,}1$ м
$R_2 = 2R = 0{,}2$ м
$\sigma_1 = 1$ нКл/м^2
$\sigma_2 = -1$нКл/м^2
$r_1 = 3R$
$r_2 = 6R$

Решение:



Найти:

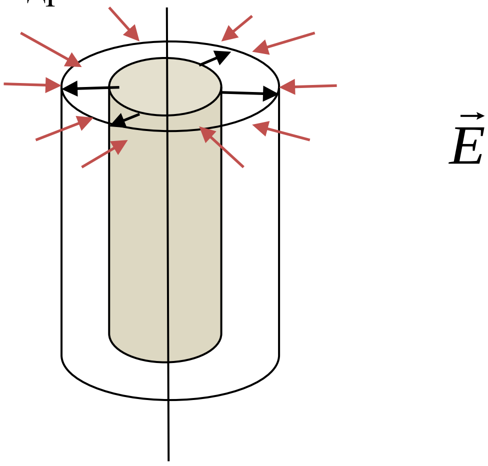
$F = ?$

$\upsilon = ?$

Силу, действующая на электрон, помещенный в данную точку поля, равна

$\vec{F} = q\vec{E}$,

где q - заряд, на который действует поле, в нашем случае – заряд электрона, E- напряженность поля, созданного системой зарядов, находящихся на цилиндрах.



Чтобы найти напряженность поля, созданного системой цилиндров, воспользуемся теоремой Гаусса:

$$\oint_S (\vec{E}d\vec{S}) = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

В качестве гауссовой поверхности выберем цилиндр радиуса r и образующей l, концентрический с заряженными цилиндрами. Поскольку исследуемые точки находятся на расстояниях r_1 и r_2 снаружи заряженных цилиндров, то радиус гауссовой поверхности $r>2R$. В силу того, что линии напряженности имеют радиальное расположение, поток вектора напряженности через торцы построенного цилиндра равен нулю. Поток вектора напряженности через боковую поверхность

$$\Phi_E = \int_S (\vec{E}d\vec{S}) = \int_S EdS = E\int_S dS = E \cdot 2\pi rl$$

Заряд, попавший внутрь гауссовой поверхности равен

$$\sum_i q_i = q_1 + q_2 = \sigma_1 \cdot 2\pi Rl + \sigma_2 \cdot 2\pi(2R)l = \sigma_1 \cdot 2\pi Rl + \sigma_2 \cdot 4\pi Rl$$

Величина вектора напряженности на расстоянии r

$$E \cdot 2\pi rl = \frac{\sigma_1 \cdot 2\pi Rl + \sigma_2 \cdot 4\pi Rl}{\varepsilon_0} = \frac{(\sigma_1 + 2\sigma_2) \cdot 2\pi Rl}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{(\sigma_1 + 2\sigma_2) \cdot R}{\varepsilon_0 r}$$

Подставим данные задачи для точки r_1

$$E=\frac{(1\cdot 10^{-9}-2\cdot 10^{-9})\cdot R}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 3R}=-37{,}66\left(\frac{В}{м}\right)$$

Знак «минус» означает, что вектор напряженности направлен против оси X.

Сила, действующая на электрон, помещенный в эту точку

$$F=eE=-1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-37{,}66)=6\cdot 10^{-18}\,(Н)$$

Сила направлена по оси X от поверхности цилиндров.

Чтобы найти скорость электрона, воспользуемся теоремой о кинетической энергии $A=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}$, где первоначальная скорость $\upsilon_1=0$, а υ_2 является искомой скоростью υ.

Отсюда

$$\upsilon=\sqrt{\frac{2A}{m}}\ .$$

Найдем работу A электрического поля по перемещению электрона.

Движение электрона совершается под действием электрической силы по направлению оси X. Работа электрического поля положительна и равна $A=e(\varphi_1-\varphi_2)$

Разность потенциалов по формуле (2.9):

$$\varphi_1-\varphi_2=\int_{r_1}^{r_2}Edr=\int_{r_1}^{r_2}\frac{(\sigma_1+2\sigma_2)\cdot R}{\varepsilon_0 r}dr=\frac{(\sigma_1+2\sigma_2)\cdot R}{\varepsilon_0}\left(\ln r_2-\ln r_1\right)=\frac{(\sigma_1+2\sigma_2)\cdot R}{\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Подставляем данные задачи

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{(1\cdot 10^{-9}-2\cdot 10^{-9})\cdot 0{,}1}{8{,}85\cdot 10^{-12}}\ln\left(\frac{6R}{3R}\right)=-7{,}8\,(В)$$

Работа электрического поля равна

$$A=-1{,}6\cdot 10^{19}\cdot(-7{,}8)=1{,}248\cdot 10^{-18}\ (Дж)$$

Скорость, приобретенная электроном

$$\upsilon=\sqrt{\frac{2A}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}248\cdot 10^{-18}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}}=1{,}66\cdot 10^{6}\ (м/с)$$

Ответ: $F=6\cdot 10^{-18}\,(Н)$, направлена по оси X от поверхности цилиндров. $\upsilon=1{,}66\cdot 10^{6}\ (м/с)$.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЁМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ

Электроемкостью (емкостью) уединённого проводника называется величина, равная отношению заряда q, переданного проводнику, к потенциалу этого проводника φ.

$$C = \frac{q}{\varphi} \qquad (3.1)$$

Электроемкость проводника не зависит от рода вещества и заряда, но зависит от его формы и размеров, а также от наличия вблизи других проводников или диэлектриков. Единица измерения емкости – фарад (Ф). 1 фарад – это емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 Вольт при сообщении ему заряда в 1 Кулон. $1Ф = \frac{1Кл}{1В}$. Производная от фарада: 1 микрофарад = 1 мкФ = 10^{-6} Ф; 1 нанофарад = 1нФ = 10^{-9} Ф; 1 пикофарад = 1 пФ = 10^{-12} Ф.

Электроемкость уединённого шара (сферы) определяется по формуле

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R, \qquad (3.2)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среда, окружающая шар, ε_0 – электрическая постоянная, равная $8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м, R – радиус шара (сферы).

Конденсатор – набор проводников, служащий для накопления электрического заряда. Конденсаторы состоят из двух проводников и разделяющего их диэлектрика, причем толщина диэлектрического слоя много меньше размеров проводников **Электроемкостью конденсатора** называется физическая величина, определяемая как отношение заряда q одного из проводников к разности потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ между ними:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}, \qquad (3.3)$$

где $U = \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – напряжение заряженного конденсатора. Простейший конденсатор – система из двух плоских проводящих пластин (обкладок), расположенных параллельно друг другу на малом по сравнению с размерами пластин расстоянии и разделенных слоем диэлектрика. Такой конденсатор называется плоским**.**

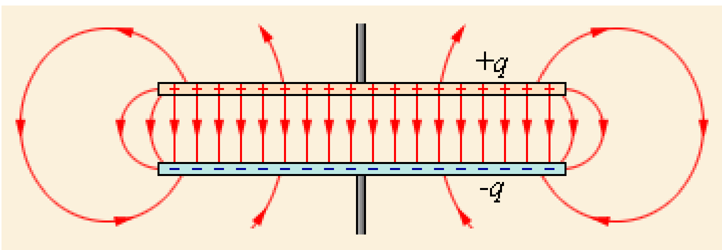


Рис.3.1 Электрическое поле плоского конденсатора

Электрическое поле плоского конденсатора в основном локализовано между пластинами и является однородном; однако, вблизи краев пластин и в окружающем пространстве также возникает сравнительно слабое электрическое поле, которое называют **полем рассеяния**. В целом ряде задач приближенно можно пренебрегать полем рассеяния и полагать, что электрическое поле плоского конденсатора целиком сосредоточено между его обкладками. Каждая из заряженных пластин плоского конденсатора создает вблизи поверхности электрическое поле, модуль напряженности которого выражается соотношением:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \tag{3.4}$$

где $\sigma = \frac{q}{S}, \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$ - поверхностная плотность зарядов обкладки; S – площадь каждой пластины; ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющая конденсатор, ε_0 – электрическая постоянная. Согласно принципу суперпозиции, напряженность поля, создаваемого обеими пластинами равна сумме напряженностей каждой из пластин: $\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^-$. Внутри конденсатора вектора $\overrightarrow{E^+}$ и $\overrightarrow{E^-}$ параллельны и однонаправлены, поэтому модуль напряженности суммарного поля равен: $E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$, где E_1 – поле от одной пластины. Вне пластин вектора $\overrightarrow{E^+}$ и $\overrightarrow{E^-}$ направлены в разные стороны, и поэтому напряженность суммарного поля равна $E = 0$. Электроемкость плоского конденсатора определяется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \tag{3.5}$$

где S – площадь каждой обкладки, d – расстояние между обкладками, ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющая конденсатор, ε_0 – электрическая постоянная.

Соединение конденсаторов. Конденсаторы могут соединяться между собой, образуя батареи конденсаторов. При **параллельном соединении** конденсаторов напряжения на конденсаторах одинаковы: $U_1 = U_2 = \cdots = U_n = U$, а заряды равны $q_1 = C_1U; q_2 = C_2U; \ldots q_n = C_nU$.

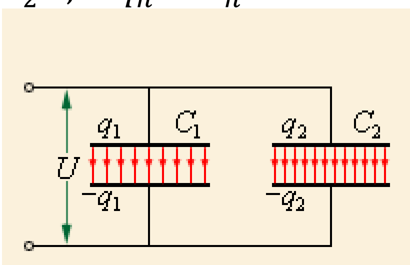


Рис.3.2 Параллельное соединение конденсаторов.

Такую систему можно рассматривать как единый конденсатор электроемкости C, заряженный зарядом $q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$ при напряжении между обкладками равном U. Отсюда следует

$$\text{C} = \frac{q_{\text{общ}}}{U} = \frac{q_1+q_2+\cdots+q_n}{U} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n. \tag{3.6}$$

Таким образом, при параллельном соединении электроемкости складываются.

При **последовательном соединении** одинаковыми оказываются заряды конденсаторов: $q_1 = q_2 = \cdots = q_n = q$, а напряжения на них равны $U_1 =$

$\frac{q}{C_1}$; $U_2 = \frac{q}{C_2}$; ... $U_n = \frac{q}{C_n}$. Такую систему можно рассматривать как единый конденсатор, заряженный зарядом q при напряжении между обкладками $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

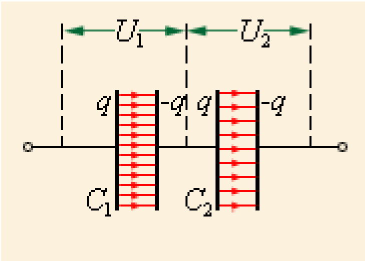


Рис.3.3 Последовательное соединение конденсаторов.

Поэтому электроемкость батареи конденсаторов определяется по формуле

$$C = \frac{q}{U_1 + U_2 + \dots + U_n} \text{ или } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (3.7)$$

Следовательно, при последовательном соединении конденсаторов складываются обратные величины емкостей.

Пример 1. Два плоских конденсатора с одинаковыми геометрическими размерами (S= 600 см^2, d = 2 мм) соединили последовательно. Конденсатор C_1 содержит внутри диэлектрик парафин, а конденсатор C_2 фарфор. Батарею конденсаторов подключили к источнику постоянного напряжения 1000 В. Найти: 1) электроёмкость каждого конденсатора; 2) электроёмкость батареи конденсаторов $C_б$; 3) заряд и напряжение на каждом конденсаторе.

Дано:
S= 600 см^2 = $6 \cdot 10^{-2}$ м^2
d = 2 мм = $2 \cdot 10^{-3}$ м
U = 1000 В
$\varepsilon_п = 2$, $\varepsilon_ф = 6$,
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Найти:
1) C_1 - ?, C_2 - ?
2) $C_б$- ?
3) q_1 - ?,U_1-?, q_2 - ?, U_2-?

Решение: 1) Находим в справочнике диэлектрическую проницаемость парафина и фарфора: $\varepsilon_п = 2$, $\varepsilon_ф = 6$. Запишем формулу для расчета электроёмкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (3.8)$$

где S – площадь обкладки конденсатора, d – расстояние между обкладками, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м– электрическая постоянная, ε - диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Переводим S (площадь обкладки конденсатора) и d (расстояние между обкладками) в систему СИ, затем по формуле (3.8) находим электроёмкость каждого конденсатора

$$C_1 = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 600\cdot 10^{-4}}{2\cdot 10^{-3}} = 5{,}31\cdot 10^{-10}\text{Ф} = 531\text{ пФ},$$

$$\text{С}_2 = 15{,}93\cdot 10^{-10}\text{Ф} = 1593\text{ пФ}$$

2) Запишем формулу для электроёмкости при последовательном соединении двух конденсаторов и сделаем расчёт:

$$\text{С}_\text{б} = \frac{C_1\cdot \text{С}_2}{C_1 + \text{С}_2} = \frac{531\cdot 1593}{531 + 1593} = 398{,}25\text{ пФ}$$

3) Заряд при последовательном соединении (см. рис 3.3) в каждом конденсаторе одинаков и равен

$$q_1 = q_2 = \text{С}_\text{б}\cdot U = 398{,}25\ \cdot 10^{-12}\cdot 1000 = 398{,}25\ \cdot 10^{-9}\text{Кл} = 398{,}25\text{ нКл}$$

Напряжение на каждом конденсаторе находим по формуле

$$U = \frac{q}{c},\ U_1 = \frac{398{,}25\ \cdot 10^{-9}}{5{,}31\cdot 10^{-10}} = 750\text{В},\ U_2 = \frac{398{,}25\ \cdot 10^{-9}}{15{,}93\cdot 10^{-10}} = 250\text{В}\ .$$

Ответ: $C_1 = 531$ пФ, $\text{С}_2 = 1593$ пФ, $\text{С}_\text{б} = 398{,}25$ пФ, $q_1 = q_2 = 398{,}25$ нКл, $U_1 = 750$В, $U_2 = 250$В.

4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Если изолированный проводник поместить в электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$, то на свободные заряды q в проводнике будет действовать сила $\vec{F} = q\vec{E}$. В результате в проводнике возникает кратковременное перемещение свободных зарядов. Этот процесс закончится тогда, когда собственное электрическое поле зарядов, возникших на поверхности проводника, скомпенсирует полностью внешнее поле. Результирующее электростатическое поле внутри проводника будет равно нулю. Однако, в проводниках при определенных условиях может возникнуть непрерывное упорядоченное движение свободных носителей электрического заряда. Такое движение называется **электрическим током**. За направление электрического тока принято направление движения **положительных** свободных зарядов. Для существования электрического тока в проводнике необходимо создать в нем электрическое поле сторонних сил.

Количественной мерой электрического тока служит **сила тока** I – скалярная физическая величина, равная отношению заряда Δq, переносимого через поперечное сечение проводника за интервал времени Δt**,** к этому интервалу времени:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{4.1}$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется **постоянным**.

Если сила тока (или его направление) изменяется со временем, то такой ток называется переменным. Для переменного тока зависимость силы тока от заряда определяется через производную:

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{4.2}$$

В Международной системе единиц СИ сила тока измеряется в амперах (А). Единица измерения тока 1 А устанавливается по магнитному взаимодействию двух параллельных проводников с током. Производными от ампера являются 1 мА = 10^{-3} А, 1 мкА = 10^{-6} А.

Если мы хотим определить количество заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника за время $\Delta t = t_2 - t_1$, то мы должны взять интеграл:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt \tag{4.3}$$

Плотность тока j – физическая величина, определяемая силой тока I, проходящего через единицу площади поперечного сечения S проводника, определяется по формуле:

$$j = \frac{I}{S} \tag{4.4}$$

Дрейфовой скоростью зарядов $\upsilon_{\text{др}}$ называется средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике. Плотность тока j можно выразить через дрейфовую скорость зарядов $\upsilon_{\text{др}}$ и концентрацию зарядов в единице объёма n и величину элементарного заряда e:

$$j = en\upsilon_{\text{др}} \tag{4.5}$$

Постоянный электрический ток может быть создан только в замкнутой цепи, в которой свободные носители заряда циркулируют по замкнутым траекториям. Электрическое поле в разных точках такой цепи неизменно во времени.

Перемещение зарядов происходит за счёт работы электрического поля. Однако при перемещении заряда по замкнутой траектории работа поля равна нулю. Следовательно, в электрической цепи должно присутствовать устройство, способное создавать и поддерживать разность потенциалов на участках цепи за счет работы сил **неэлектростатического происхождения**. Такие устройства называются **источниками постоянного тока**. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на свободные носители заряда со стороны источников тока, называются **сторонними силами**.

Природа сторонних сил может быть различной. В гальванических элементах или аккумуляторах они возникают в результате электрохимических процессов, в генераторах постоянного тока сторонние силы возникают при движении проводников в магнитном поле. Под действием сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему в замкнутой цепи может поддерживаться постоянный электрический ток. При перемещении электрических зарядов по цепи постоянного тока сторонние силы, действующие внутри источников тока, совершают работу.

Физическая величина, равная отношению работы $A_{\text{ст}}$ сторонних сил при перемещении заряда q от отрицательного полюса источника тока к положительному к величине этого заряда, называется **электродвижущей силой источника** Ɛ (ЭДС):

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q} \tag{4.6}$$

Таким образом, ЭДС численно равна работе, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда. Электродвижущая сила, как и разность потенциалов, измеряется в вольтах (В).

Цепь постоянного тока можно разбить на отдельные участки. Те участки, на которых не действуют сторонние силы (т. е. участки, не содержащие источников тока), называются **однородными**. Участки, включающие источники тока, называются **неоднородными**.

При перемещении положительного заряда q по некоторому участку цепи работу совершают как электростатические (кулоновские), так и сторонние силы. Работа электростатических сил равна $A_{\text{кул}} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta\varphi_{12}$, где $\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ - разность потенциалов между начальной (1) и конечной (2) точками электрической цепи.

Работа сторонних сил равна $A_{\text{ст}} = \mathcal{E}_{12}q$, где $\mathcal{E}_{12}$ - электродвижущая сила, действующая на данном участке. Поэтому полная работа на участке цепи 1-2 равна

$$A_{12} = A_{ст} + A_{кул} = q(\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}). \qquad (4.7)$$

Напряжением U_{12} на участке цепи 1–2 называется отношение полной работы A_{12} к величине перемещённого заряда q:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \qquad (4.8)$$

В случае однородного участка напряжение равно разности потенциалов: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$. Немецкий физик Г. Ом в 1826 году экспериментально установил, что сила тока I, текущего по однородному металлическому проводнику (т. е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника:

$$I = \frac{U}{R}, \qquad (4.9)$$

где R - электрическое сопротивление проводника. Данный закон носит название **закон Ома для однородного участка цепи**. Помимо проводников данный закон справедлив для полупроводников и электролитов. В СИ единицей электрического сопротивления проводников служит Ом. Сопротивлением в 1 Ом обладает такой участок цепи, в котором при напряжении 1 В возникает ток силой 1 А.

Сопротивление проводника зависит:

1. От длины проводника l, его сечения S и материала (характеризуется удельным сопротивлением проводника ρ) и определяется по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad (4.10)$$

2. От температуры t°С и определяется по формуле:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \qquad (4.11)$$

где R_0 – сопротивление проводника при 0°С, α – температурный коэффициент сопротивления.

Проводники с сопротивлением R могут соединяться последовательно и параллельно. Если проводники соединяются последовательно, то ток в каждом проводнике один и тот же: $I_1 = I_2 = \cdots = I_n = I$. Падение напряжения на каждом сопротивлении равно $U_1 = IR_1; U_2 = I\,R_2; \ldots U_n = IR_n$. Общее падение напряжения равно $U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$. Тогда сопротивление цепи при последовательном соединении определяется по формуле

$$R = \frac{U_1 + U_2 + \cdots + U_n}{I} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n. \qquad (4.12)$$

Если проводники соединяются параллельно, то напряжение на каждом проводнике одно и тот же: $U_1 = U_2 = \cdots = U_n = U$, а сила тока разная. Полный ток в цепи равен $I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$. Тогда сопротивление цепи при параллельном соединении определяется по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2 + \cdots + I_n}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \qquad (4.13)$$

Для участка цепи, содержащего ЭДС, закон Ома записывается в следующей форме:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{полн}}, \qquad (4.14)$$

где $R_{\text{полн}}$ – полное сопротивление неоднородного участка цепи; $\mathcal{E}_{12}$ - электродвижущая сила действующая на данном участке. Для замкнутой цепи разность потенциалов: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = 0$, $R_{\text{полн}} = R + r$, где R - электрическое сопротивление однородного участка цепи, r - электрическое сопротивление источника тока.

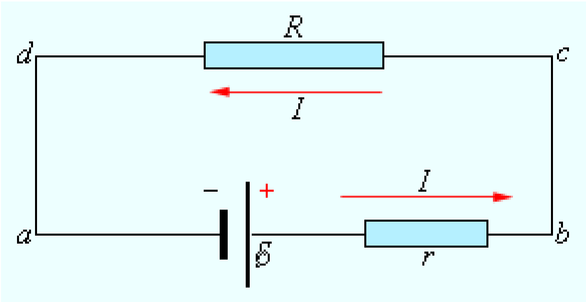


Рис. 4.1 Схема замкнутой электрической цепи с источником тока.

Для такой цепи закон Ома записывается в следующей форме:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \qquad (4.15)$$

Если точки a и b (Рис. 4.1) замкнуть проводником, сопротивление которого мало по сравнению с внутренним сопротивлением источника ($R << r$), тогда в цепи потечет **ток короткого замыкания**:

$$\mathrm{I}_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{\mathrm{r}} \qquad (4.16)$$

Сила тока короткого замыкания – максимальная сила тока, которую можно получить от данного источника с электродвижущей силой $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r.

Для измерения напряжений и токов в электрических цепях постоянного тока используются специальные приборы – **вольтметры** и **амперметры**.

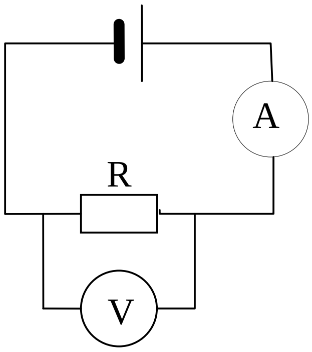


Рис.4.2 Включение вольтметра и амперметра в цепи постоянного тока

Вольтметр предназначен для измерения разности потенциалов (напряжения), приложенной к его клеммам. Он подключается параллельно участку цепи, на котором производится измерение разности потенциалов. Любой вольтметр обладает некоторым внутренним сопротивлением R_B. Для того, чтобы вольтметр не вносил заметного перераспределения токов при параллельном подключении к измеряемой цепи, его внутреннее сопротивление должно быть велико по сравнению с сопротивлением R того участка цепи, к которому он подключен, т.е.: $R_В \gg R$. Амперметр предназначен для измерения силы тока в цепи. Амперметр включается последовательно в разрыв электрической цепи, чтобы через него проходил весь измеряемый ток. Амперметр также обладает некоторым внутренним сопротивлением $R_А$. В отличие от вольтметра, внутреннее сопротивление амперметра должно быть достаточно малым по сравнению с полным сопротивлением всей цепи R, т.е.: $R_A \ll R$, чтобы при включении амперметра ток в цепи не изменялся.

Электрический ток I, проходя по участку цепи без ЭДС с сопротивлением R, совершает работу A по перемещению электрических зарядов, которую можно рассчитать для постоянного тока по формуле:

$$A = IUt = I^2Ut = \frac{U^2}{R}t, \tag{4.17}$$

где U – напряжение на участке цепи, t – время пропускания тока.

Мощность Р тока определяется как работа в единицу времени и равна:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = \frac{U^2}{R} = I^2R \tag{4.18}$$

При протекании тока по проводнику он нагревается и в нем выделяется количество теплоты Q, которое без учета потерь для постоянного тока рассчитывается по закону Джоуля-Ленца:

$$Q = IUt = I^2Ut = \frac{U^2}{R}t. \tag{4.19}$$

Если ток переменный, то количество теплоты Q за время $\Delta t = t_2 - t_1$ определяется через интеграл:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} IUdt = \int_{t_1}^{t_2} I^2Udt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{U^2}{R}dt. \tag{4.20}$$

Пример 1. В цепь, состоящую из аккумулятора и резистора сопротивлением 300 Ом, включают вольтметр сопротивлением 1200 Ом, один раз последовательно, другой раз параллельно. При этом показания вольтметра составили 100 В в обоих случаях. Определить: 1) внутреннее сопротивление аккумулятора; 2) ЭДС аккумулятора.

Дано:
R = 300 Ом
R_V = 1200 Ом
U_V = 100 В
Найти:
1) r - ?
2) Ɛ- ?

Решение:1) Когда мы включаем вольтметр последовательно, то сопротивление вольтметра и резистора складываются и их общее сопротивление становится: $R_1 = R + R_V = 300 + 1200 = 1500$ Ом. Используем формулу для силы тока для замкнутой цепи, получаем: $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1+r}$. С другой стороны, этот же ток мы можем выразить из закона Ома для однородного участка цепи, в которую входит сопротивление вольтметра R_V и падение напряжения на вольтметре U_V:

$$I_1 = \frac{U_V}{R_V}. \qquad (4.21)$$

Приравняем правые части этих уравнений, получим:

$$\frac{U_V}{R_V} = \frac{\mathcal{E}}{R_1+r}. \qquad (4.22)$$

Теперь включим вольтметр параллельно с резистором. При этом сопротивление вольтметра и резистора соединяются параллельно и их общее сопротивление становится:

$$R_2 = \frac{R \cdot R_V}{R+R_V} = \frac{300 \cdot 1200}{300+1200} = 240 \text{ Ом}.$$

Используем формулу для силы тока для замкнутой цепи, получаем:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2+r}.$$

С другой стороны, этот же ток есть сумма токов, которые протекают по вольтметру и по резистору:

$$I_2 = I_R + I_V = \frac{U_V}{R} + \frac{U_V}{R_V} = U_V\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}\right) = U_V \frac{R+R_V}{R \cdot R_V} = \frac{U_V}{R_2}.$$

Приравняем правые части этих уравнений, получим:

$$\frac{U_V}{R_2} = \frac{\mathcal{E}}{R_2+r}. \qquad (4.23)$$

Поделим почленно уравнение (4.22) на уравнение (4.23), получим:

$$\frac{R_2}{R_V} = \frac{R_2+r}{R_1+r}. \qquad (4.24)$$

Из уравнения (4.24) получим формулу для расчёта внутреннего сопротивления аккумулятора:

$$r = R_2 \frac{R_1-R_V}{R_V-R_2} = 240 \frac{1500-1200}{1200-240} = 75 \text{ Ом}.$$

2) ЭДС аккумулятора $\mathcal{E}$ выразим из уравнения (4.22):

$$\mathcal{E} = \frac{U_V}{R_V}(R_1 + r) = \frac{100}{1200}(1500 + 75) = 131{,}25 \text{ В}$$

Ответ: $r = 75$ Ом; $\mathcal{E} = 131{,}25$ В.

5. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Для описания макроскопических систем в физике существуют два подхода: **термодинамический** и **молекулярно – кинетический**.

Термодинамика – наука о закономерностях превращения энергии. В противоположность молекулярно – кинетической теории, которая делает выводы на основе представлений о молекулярном строении вещества, термодинамика исходит из наиболее общих закономерностей тепловых процессов и свойств макроскопических систем. Выводы термодинамики опираются на совокупность опытных фактов и не зависят от наших знаний о внутреннем устройстве вещества, хотя в целом ряде случаев термодинамика использует молекулярно – кинетические модели для иллюстрации своих выводов.

Если термодинамическая система была подвержена внешнему воздействию, то в конечном итоге она перейдет в другое равновесное состояние. Такой переход называется **термодинамическим процессом**. Если процесс протекает достаточно медленно (в пределе бесконечно медленно), то система в каждый момент времени оказывается близкой к равновесному состоянию. Процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний, называются **квазистатическими**.

В термодинамике широко используется понятие *термодинамической системы*. Термодинамической системой называется совокупность материальных тел, взаимодействующих, как между собой, так и с окружающей средой. Все тела, находящиеся за пределами границ рассматриваемой системы, называются окружающей средой. Поскольку одно и тоже тело, одно и тоже вещество при разных условиях может находится в разных состояниях, (пример: лед – вода – пар, одно вещество при разной температуре) вводятся, для удобства, характеристики состояния вещества – так называемые параметры состояния.

Перечислим основные параметры состояния вещества:

Температура тела - определяет среднюю кинетическую энергию неупорядоченного движения молекул газа. Наиболее распространенная в Европе шкала Цельсия t^0, C где нулевая температура – температура замерзания воды при атмосферном давлении, а температура кипения воды при атмосферном давлении принята за 100 градусов Цельсия (° С).

Температура T, выраженная по абсолютной шкале, называется абсолютной (термодинамической) температурой. Соотношение для перехода от градусов Цельсия к градусам Кельвина:

$$T, K = t^0, C + 273{,}15 \tag{5.1}$$

Давление P – численно равно силе на единичную площадь этой поверхности, направленной по нормали к поверхности тела:

$$P = \frac{F}{S}. \tag{5.2}$$

Для измерения давления применяются различные единицы измерения. В системе измерения СИ единицей давления служит Паскаль (Па).

Объём V служит мерой пространства, занятого термодинамической системой. В системе измерения СИ единицей объёма служит кубический метр (м^3).

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона-Менделеева) для произвольной массы газа m выражается формулой

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT, \quad (5.3)$$

где V – объём газа; p – давление газа; μ – молярная массы газа; ν – количество молей вещества; R – универсальная газовая постоянная, равная $8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}\cdot\text{моль}}$, T – термодинамическая температура в градусах Кельвина.

Каждый моль вещества содержит одно и то же количество молекул N_A. Поэтому удобно использовать постоянную Больцмана $k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, где $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\text{моль}^{-1}$– число частиц в 1 моле вещества (число Авогадро). Тогда уравнение состояния идеального газа можно записать в виде

$$p = nkT, \quad (5.4)$$

где n – число молекул в единице объема (концентрация молекул).

Одним из важнейших понятий термодинамики является **внутренняя энергия** тела U. Все макроскопические тела обладают энергией, заключенной внутри самих тел. С точки зрения молекулярно–кинетической теории, внутренняя энергия вещества складывается из кинетической энергии всех атомов, молекул и потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом.

В идеальном газе частицы взаимодействуют только непосредственно в моменты соударений, поэтому потенциальной энергией их взаимодействия можно пренебречь. Тогда внутренняя энергия идеального газа равна сумме кинетических энергий всех частиц газа, находящихся в непрерывном и беспорядочном тепловом движении. Внутренняя энергия идеального газа зависит только от его температуры и не зависит от объема. Внутренняя энергия идеального газа U рассчитывается по формуле:

$$U = C_V \nu T, \quad (5.5)$$

где ν – количество молей вещества; T – термодинамическая температуры в градусах кельвина; C_V – молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном объёме.

Внутренняя энергия U тела однозначно определяется макроскопическими параметрами, характеризующими состояние тела. Она не зависит от того, каким путем было реализовано данное состояние. Принято говорить, что внутренняя энергия является функцией состояния. Это значит, что изменение внутренней энергии не зависит от того, как система была переведена из одного состояния в другое (а зависит лишь от характеристик первоначального и конечного состояний), и всегда, в любых процессах для идеального газа определяется выражением:

$$\Delta U = C_V \nu \Delta T. \quad (5.6)$$

Теплоёмкостью вещества называется отношение переданного системе количества теплоты ΔQ к происшедшему при этом изменению температуры ΔT:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \qquad (5.7)$$

Молярной теплоёмкость называется количество тепловой энергии ΔQ, которую необходимо сообщить одному молю вещества, для изменения его температуры на один градус кельвина.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T \Delta \nu}$$

где $\Delta\nu$ – количество молей вещества; ΔQ – количество тепловой энергии; ΔT – изменение температуры.

Различают молярную теплоёмкость C_V при постоянном объёме и молярную теплоёмкость C_{p} при постоянном давлении. Они связаны соотношением Майера

$$C_{\text{p}} = C_V + R, \qquad (5.8)$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Теплоёмкость C_V определяется по формуле

$$C_V = \frac{i}{2} R, \qquad (5.9)$$

где i – число степеней свободы молекулы, которое определяется как число независимых переменных (координат), полностью определяющих положение системы в пространстве.

1) Одноатомная молекула идеального газа имеет три степени свободы поступательного движения, т.е. i=3.

2) Двухатомная молекула идеального газа имеет три степени поступательного движения и две степени свободы вращательного движения, т.е. i=5.

3)Трехатомная молекула идеального газа имеет три степени поступательного движения и три степени вращательного движения, т.е. i=6.

Учитывая соотношением Майера, теплоёмкость C_p определяется по формуле

$$C_p = \frac{i+2}{2} R. \qquad (5.10)$$

Помимо молярной теплоёмкости C_V и C_{p}, различают удельную теплоёмкость c_V и c_{p}, которые связаны с молярной теплоёмкостью соотношениями

$$c_V = \frac{C_V}{\mu}; c_{\text{p}} = \frac{C_{\text{p}}}{\mu}, \qquad (5.11)$$

где μ – молярная массы газа.

Работа, совершаемая газом. При изменении объема на бесконечно малую величину dV газ совершает элементарную работу $dA = pdV$, при изменении объема от V_1 до V_2 работа определяется по формуле

$$\text{A} = \int_{V_1}^{V_2} dA = \int_{V_1}^{V_2} pdV, \qquad (5.12)$$

где p – давление газа. При изобарическом процессе (p = const) работа определяется наиболее просто $\text{A} = p\Delta V$, где ΔV - изменении объема газа от V_1 до V_2.

Первое начало термодинамики:

Внутренняя энергия идеального газа может изменяться либо в результате совершения над системой работы, либо сообщением ей теплоты. Иными словами, имеются две формы передачи энергии от одних тел к другим: работа и теплота. Энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения, и наоборот. При этих превращениях соблюдается закон сохранения энергии: теплота Q, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии ΔU и на совершение ею работы А против внешних сила. Это утверждение носит название **первое начало термодинамики,** которое выражается уравнением

$$Q = \Delta U + A \tag{5.13}$$

где *ΔU – изменение внутренней энергии системы*, Q - *количество полученной системой теплоты* (считается, что $Q > 0$, если теплота подводится к системе, и $Q < 0$, если система отдает теплоту), *A – работа системы над внешней средой* (считается, что $A > 0$, если система совершает ее против внешних сил и $A < 0$, если внешние силы совершают работу над системой). В СИ количество теплоты Q выражается в джоулях [Дж].

Процессы в термодинамике

Изохорный процесс – это процесс, протекающий в термодинамической системе при постоянном объёме (V = const). При изохорном процессе газ не совершает работы над внешними телами. Элементарная работа равна $dA = pdV = 0$, поэтому и полная работа $A = 0$. Первое начало термодинамики приобретает вид

$$Q = \Delta U. \tag{5.14}$$

Изобарный процесс – это процесс, протекающий в термодинамической системе при постоянном давлении ($p = const$). При изобарном процессе расширения объем газа увеличивается от V_1 до V_2 и газ совершает работу

$$A_{12} = p(V_2 - V_1), \tag{5.15}$$

Изотермический процесс – это процесс, протекающий в термодинамической системе при постоянной температуре (T = const). При T = const внутренняя энергия системы не изменяется:

$$\Delta U = C_V \nu R \Delta T = 0. \tag{5.16}$$

Поэтому первое начало термодинамики запишется виде

$$Q = A \tag{5.17}$$

Изотермическими являются процессы кипения, плавления, конденсации, происходящие при постоянном внешнем давлении. Работа при изотермическом расширении газа рассчитывается по формуле

$$A = \nu RT ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT ln\frac{P_1}{P_2}, \tag{5.18}$$

где ν - количество молей вещества; R - универсальная газовая постоянная, T - термодинамическая температуры в градусах кельвина; $V_1 V_2$ - начальный и конечный объём; P_1, P_2 - начальное и конечное давление.

Адиабатический процесс - это процесс, протекающий в термодинамической системе при отсутствии теплообмена между системой и окружающей средой ($\delta Q = 0$). Адиабатическими являются все быстропротекающие процессы (процесс распространения звука в среде; процесс расширения и сжатия горючей смеси в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания). Первое начало для адиабатического процесса записывается в виде

$$A = -\Delta U. \tag{5.19}$$

При адиабатическом процессе работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы. Если газ совершает работу над внешними силами, то его внутренняя энергия уменьшается, если над газом внешние силы совершают работу, то его внутренняя энергия увеличивается.

Уравнение адиабатического процесса записывается через координаты P, V в виде

$$PV^{\gamma} = const, \tag{5.20}$$

где величина $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ - показатель адиабаты. Если выразить давление P из закона Клапейрона, то уравнение адиабатического процесса можно записать через координаты T, V в виде

$$TV^{\gamma-1} = const. \tag{5.21}$$

Для одноатомных газов ($i = 3$) $\gamma = 1.67$, для двухатомных газов ($i = 5$) $\gamma = 1.4$, для трёхатомных газов ($i = 6$) $\gamma = 1.33$.

Тепловые машины. Цикл Карно

Тепловой машиной называется устройство, способное превращать полученное количество теплоты в механическую работу. Механическая работа в тепловых машинах производится в процессе расширения некоторого вещества, которое называется **рабочим телом**. В качестве рабочего тела обычно используются газообразные вещества (пары бензина, воздух, водяной пар). Рабочее тело получает (или отдает) тепловую энергию в процессе теплообмена с телами, имеющими большой запас внутренней энергии. Эти тела называются ***тепловыми резервуарами***.

Реально существующие тепловые машины (паровые машины, двигатели внутреннего сгорания и т. д.) работают **циклически**. Процесс теплопередачи и преобразования полученного количества теплоты в работу периодически повторяется. Для этого рабочее тело должно совершать **круговой процесс** или ***термодинамический цикл***, при котором периодически восстанавливается исходное состояние. Круговые процессы изображаются на диаграмме (p, V) газообразного рабочего тела с помощью замкнутых кривых.

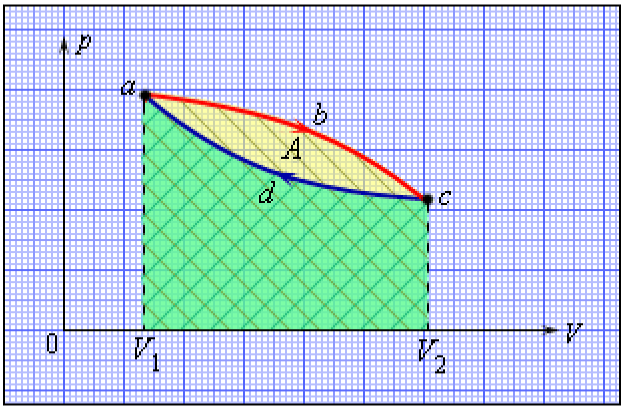


Рис. 5.1 Двухтактный термодинамический цикл.

При расширении газ совершает положительную работу A_1, равную площади под кривой abc (жёлтая и зелёная области), при сжатии газ совершает отрицательную работу A_2, равную по модулю площади под кривой cda (только зелёная область). Полная работа за цикл $A = A_1 - A_2$ на диаграмме (p, V) равна площади цикла (жёлтая область).

Общее свойство всех круговых процессов состоит в том, что их невозможно провести, приводя рабочее тело в тепловой контакт только с одним тепловым резервуаром. Их нужно, по крайней мере, два. Тепловой резервуар с более высокой температурой называют **нагревателем**, а с более низкой – **холодильником**. Совершая круговой процесс, рабочее тело получает от нагревателя некоторое количество теплоты $Q_1 > 0$ и отдает холодильнику количество теплоты $Q_2 < 0$. Работа A, совершаемая рабочим телом за цикл, равна полученному за цикл количеству теплоты:

$$A = Q = Q_1 - |Q_2| \tag{5.22}$$

Отношение работы A к количеству теплоты Q_1, полученному рабочим телом за цикл от нагревателя, называется ***коэффициентом полезного действия*** η тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \tag{5.23}$$

Коэффициент полезного действия указывает, какая часть тепловой энергии, полученной рабочим телом от «горячего» теплового резервуара, превратилась в полезную работу. Остальная часть $(1 - \eta)$ была «бесполезно» передана холодильнику. Коэффициент полезного действия тепловой машины всегда меньше единицы ($\eta < 1$).

В 1824 году французский инженер С. Карно рассмотрел круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, который сыграл важную роль в развитии учения о тепловых процессах. Он называется ***циклом Карно***

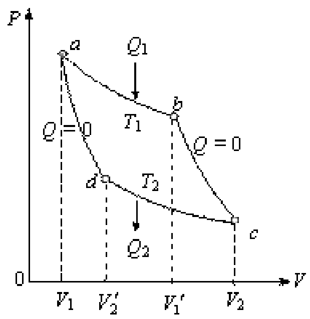


Рис. 5.2 Цикл Карно

Цикл Карно совершает газ, находящийся в цилиндре под поршнем. На изотермическом участке (a–b) газ приводится в тепловой контакт с горячим тепловым резервуаром (нагревателем), имеющим температуру T_1. Газ изотермически расширяется, совершая работу A_{ab}, при этом к газу подводится некоторое количество теплоты $Q_1 = A_{ab}$. Далее на адиабатическом участке (b–c) газ помещается в адиабатическую оболочку и продолжает расширяться в отсутствие теплообмена. На этом участке газ совершает работу $A_{bc} > 0$. Температура газа при адиабатическом расширении падает до значения T_2. На следующем изотермическом участке (c–d) газ приводится в тепловой контакт с холодным тепловым резервуаром (холодильником) при температуре $T_2 < T_1$. Происходит процесс изотермического сжатия. Газ совершает работу $A_{cd} < 0$ и отдает тепло $Q_2 < 0$, равное произведенной работе A_{cd}. Внутренняя энергия газа не изменяется. Наконец, на последнем участке адиабатического сжатия газ вновь помещается в адиабатическую оболочку. При сжатии температура газа повышается до значения T_1, газ совершает работу $A_{da} < 0$. Полная работа A, совершаемая газом за цикл, равна сумме работ на отдельных участках:

$$A = A_{ab} + A_{bc} + A_{cd} + A_{da} \qquad (5.24)$$

На диаграмме (p, V) эта работа равна площади цикла. Особенность цикла Карно то, что можно выразить ***коэффициент полезного действия цикла*** через температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (5.25)$$

Цикл Карно исключает теплообмен при конечной разности температур рабочего тела и окружающей среды (термостатов), когда тепло может передаваться без совершения работы. Поэтому цикл Карно – наиболее эффективный круговой процесс из всех возможных при заданных температурах нагревателя и холодильника. В термодинамике доказывается, что КПД цикла Карно является максимальным из всех возможных тепловых процессов в природе.

Пример 1. Углекислый газ массой 22 г, имевший температуру 290 К, был адиабатически сжат так, что его конечная температура оказалась 580 К. Во сколько раз изменился объём газа? Определить работу внешних сил при сжатии газа.

Дано:

m = 22 г

$T_1 = 290$ К
$T_2 = 580$ К
Найти:
1) $n = \frac{V_1}{V_2}$ - ?
2) $A_{вн}$ - ?

Решение: 1) Запишем уравнение адиабатического процесса через координаты *T*, *V* в виде

$$T_1 {V_1}^{\gamma - 1} = T_2 {V_2}^{\gamma - 1}, \qquad (5.25)$$

где величина $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ -показатель адиабаты. Для трёхатомного газа (каким является углекислый газ) $i = 6$; $\gamma = \frac{4}{3}$

Выразим из (5.25) отношение объёмов $\frac{V_1}{V_2}$. Получаем$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$, или

$$n = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{580}{290}\right)^{\frac{1}{\frac{4}{3}-1}} = 8$$

2) Запишем первое начало термодинамики для адиабатического процесса

$$Q = \Delta U + A, \qquad (5.26)$$

где ΔU - *изменение внутренней энергии системы*, Q- *количество полученной системой теплоты* (считается, что $Q > 0$, если теплота подводится к системе, и $Q < 0$, если система отдает теплоту), A- *работа системы над внешней средой* (считается, что $A > 0$, если система совершает ее против внешних сил и $A < 0$, если над системой внешними силами совершается работа). Адиабатический процесс совершается без обмена теплотой с окружающей средой, поэтому количество теплоты Q переданного газу равно нулю и (5.26) запишется в виде

$$0 = \Delta U + A, \qquad (5.27)$$

или

$$A = -\Delta U \qquad (5.28)$$

Из (5.27) видно, что работа газа отрицательна, следовательно, работа внешних сил будет положительна и равна

$$A_{вн} = \Delta U. \qquad (5.29)$$

Для расчёта ΔU воспользуемся формулой $\Delta U = C_V \nu \Delta T$, где ν - количество молей вещества; T - термодинамическая температуры в градусах кельвина; C_V - молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном объёме. Для данного газа молярная масса $\mu = 44$ г, следовательно, количество молей

$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{22}{44} = 0{,}5, \Delta T = T_2 - T_1 = 290$ К, $C_V = \frac{i}{2} R = 3R,$

где R - универсальная газовая постоянная (8,31 $\frac{\text{Дж}}{\text{К·моль}}$). Тогда $A_{вн} = \Delta U = 3 \cdot 8{,}31 \cdot 0{,}5 \cdot 290 = 3614{,}85$ Дж.

Ответ**:** $n = \frac{V_1}{V_2} = 8$, $A_{вн} = 3614{,}85$ Дж.

6.ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Магнитное поле – это силовое поле, которое действует на проводники с током и движущие заряды. Магнитное поле возникает возле проводников с током, движущихся зарядов и постоянных магнитов. Основные характеристики магнитного поля: 1) магнитная индукция $\vec{B}$; 2) напряженность магнитного поля $\vec{H}$; 3) магнитный поток Ф.

Магнитная индукция $\vec{B}$ – это векторная величина, которая выражает силовую характеристику магнитного поля. Она определяет с какой силой будет действовать магнитное поле на проводник с током или движущийся заряд. В системе СИ измеряется в теслах (Тл).

Принцип суперпозиции магнитных полей

Если имеется несколько источников магнитного поля, то магнитные индукции от каждого источника $\vec{B_i}$ складываются по закону векторного сложения.

$$\vec{B} = \sum \vec{B_i} \tag{6.1*}$$

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ - это векторная величина, она связана с магнитной индукцией $\vec{B}$ соотношением:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \tag{6.1}$$

где μ - магнитная проницаемость среды; μ_0 - магнитная постоянная. Напряженность магнитного поля в системе СИ измеряется в ампер/метр (А/м). В вакууме $\mu = 1$, и тогда связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью магнитного поля $\vec{H}$ задаётся соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} \tag{6.2}$$

Магнитный поток Ф – это поток вектора магнитной индукция $\vec{B}$ через произвольную поверхность S.

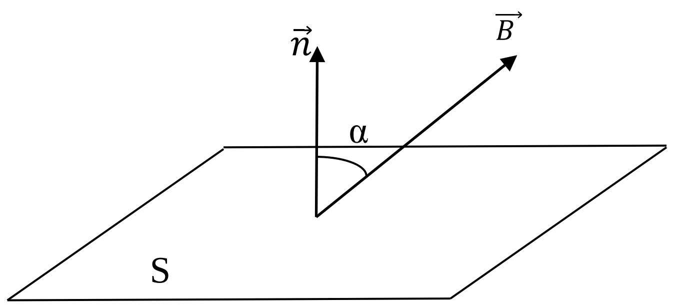


Рис. 6.1 Магнитный поток в однородном магнитном поле

В случае однородного магнитного поля и плоской поверхности магнитный поток задаётся формулой (Рис. 6.1):

$$Ф = BS\cos\alpha \text{ или } Ф = B_nS, \tag{6.3}$$

где S – площадь контура; α - угол между нормалью $\vec{n}$ к плоскости контура и вектором магнитной индукции $\vec{B}$; B_{n} – нормальная компонента вектора $\vec{B}$ к поверхности S

В случае неоднородного поля и произвольной поверхности S магнитный поток задаётся формулой

$$\Phi = \oint_S B_{\mathrm{n}} \mathrm{d}S, \tag{6.4}$$

где B_{n} – нормальная компонента вектора $\vec{B}$ к поверхности S, а интегрирование ведется по всей поверхности S.

Закон Био – Савара – Лапласа. Для определения магнитной индукции $\vec{B}$ от элемента проводника d с током I в произвольной точке, определяемой радиусом-вектором используется закон Био – Савара – Лапласа (рис. 6.2)

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\left[\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}\right]\frac{I}{r^3}, \text{ векторная форма} \tag{6.5}$$

или

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{\mathrm{r}^2}\mathrm{d}l, \text{ скалярная форма} \tag{6.5*}$$

где $\mathrm{d}\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной $\mathrm{d}\vec{l}$ с током I; $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α - угол между радиусом-вектором и направлением тока в элементе провода.

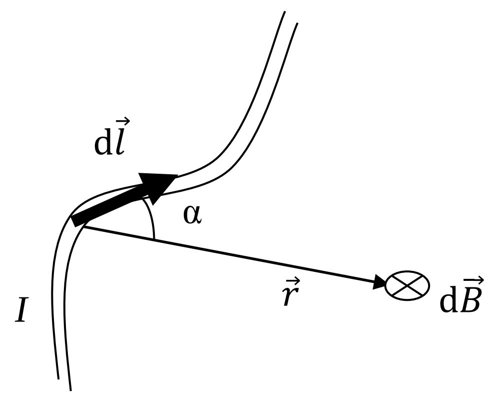


Рис. 6.2 Элемент проводника с током $\mathrm{d}\vec{l}$ задаёт магнитную индукцию $\mathrm{d}\vec{B}$

Направление магнитной индукции $\vec{B}$ определяется по **правилу буравчика**: вращаем правый винт по направлению тока I, рукоятку винта мысленно поместим в точку определения $\vec{B}$, тогда движение рукоятки покажет направление вектора $\vec{B}$. Вектор $\vec{B}$ всегда направлен перпендикулярно плоскости, которую образуют вектора $\mathrm{d}\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Используя закон Био – Савара – Лапласа, можно рассчитать магнитную индукцию $\vec{B}$ от различных конфигураций токов. Приведём примеры наиболее часто используемых конфигураций.

Магнитная индукция в центре кругового витка с током (Рис. 6.3)

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \tag{6.6}$$

где R – радиус кругового витка.

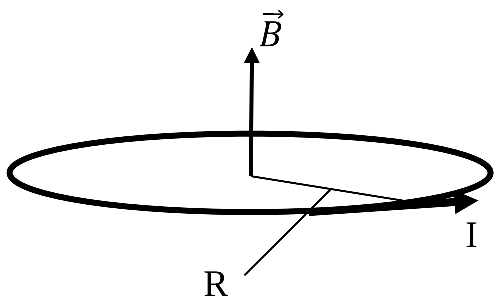


Рис. 6.3 Магнитная индукция в центре кругового витка с током

Магнитная индукция на оси кругового тока (Рис. 6.4):

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{(R^2+h^2)^{3/2}}, \tag{6.7}$$

где h - расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

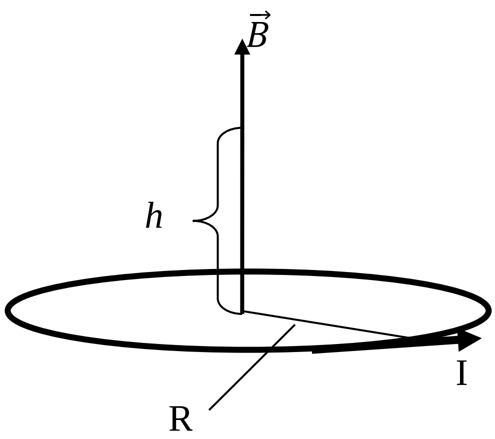


Рис. 6.4 Магнитная индукция на оси кругового тока

Магнитная индукция для бесконечно длинного прямого тока (Рис. 6.5)

$$B = \mu\mu_0 I/(2\pi r), \tag{6.8}$$

где r - расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

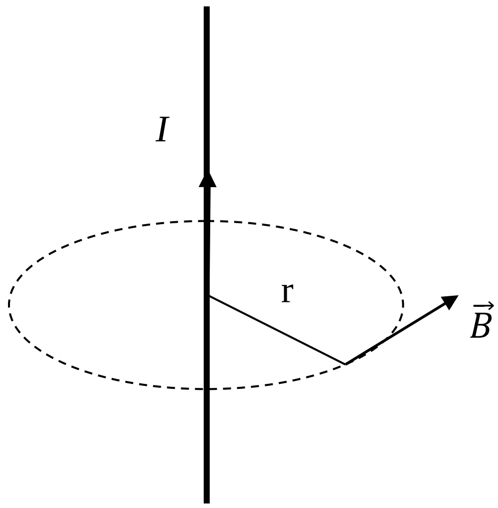


Рис. 6.5 Магнитная индукция для бесконечно длинного прямого тока

Магнитная индукция, создаваемого отрезком провода с током (Рис.6.6),

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \quad (6.9)$$

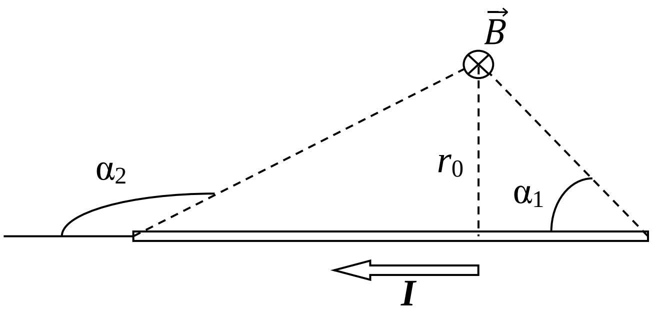


Рис. 6.6 Магнитная индукция, создаваемого отрезком провода с током

где α_1 – угол между проводником и радиусом-вектором, проведённым в точку определения $\vec{B}$; α_2 - угол между продолжением проводника и радиусом-вектором, проведённым в точку определения $\vec{B}$. Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ обозначено кружочком с крестиком – это значит, что $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа от нас в соответствии с правилом буравчика.

Сила Лоренца

Сила Лоренца возникает в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ и действует только на движущийся электрический заряд q:

$$\vec{F}_Л = q[\vec{v}\vec{B}], \quad (6.10)$$

или

$$F_Л = qvB\sin\alpha, \quad (6.11)$$

где $\vec{v}$ – скорость заряженной частицы, α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Формула (6.10) определяет векторную форму, а (6.11) скалярную форму силы Лоренца.

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора $\vec{v}$, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд. На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении.

Сила Ампера

Сила Ампера $\vec{F_{а}}$ действует на прямолинейный проводник с током I, помещённый в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ и определяется по формуле:

$$\vec{F_{а}} = I\left[\vec{l}\vec{B}\right], \qquad (6.12)$$

или

$$F_{а} = IlB\sin\alpha, \qquad (6.13)$$

где l – длина проводника, α – угол между векторами $\vec{l}$ и $\vec{B}$. Формула (6.12) определяет векторную форму, а (6.13) скалярную форму для силы Ампера.

Направление силы Ампера определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца направить вдоль направления тока, то отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера.

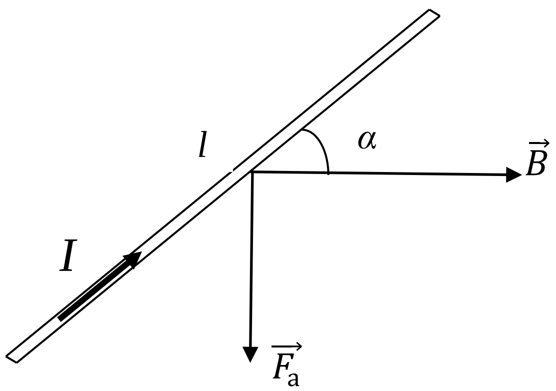


Рис. 6.7 Сила Ампера $\vec{F_{а}}$ действует на проводник с током I помещённом в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$

Электромагнитная индукция

Электромагнитной индукцией называется возникновение ЭДС ε_i в произвольном проводящем контуре, помещённом в переменное магнитное поле. ЭДС ε_i определяется по **закону Фарадея**:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (6.14)$$

где $\frac{d\Phi}{dt}$ – производная от магнитный потока. Считается, что $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ если магнитный поток возрастает, $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ если магнитный поток уменьшается.

Если контур замкнут, то в цепи протекает индукционный ток. Направление индукционного тока (а значит, и знака ЭДС индукции) определяется **правилом Ленца**: индукционный ток направлен так, чтобы противодействовать изменению магнитного потока. Если магнитный поток через контур увеличивается, то индукционный ток стремится уменьшить этот поток (знак минус в (6.14)), если магнитный поток через контур уменьшается, то индукционный ток стремится увеличить этот поток (знак минус в (6.14) меняется на плюс из-за отрицательного знака производной).

Сила индукционного тока, возникающего в контуре, определяется по закону Ома и закону электромагнитной индукции:

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}, \tag{6.15}$$

где R – сопротивление контура.

Полный заряд q, протекающий в цепи в результате изменения магнитного потока Ф.

Исходя из определения силы тока как скорости изменения заряда, количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока равно:

$$dq = -\frac{1}{R}d\Phi, \tag{6.16}$$

Тогда суммарный заряд q, протекающий в цепи в результате изменения магнитного потока Ф, можно определить проинтегрировав (6.16):

$$q = \int dq = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -\frac{1}{R}(\Phi_2 - \Phi_1) = -\frac{\Delta\Phi}{R}, \tag{6.17}$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока в контуре.

Таким образом, полный заряд q, протекающий в цепи, в результате изменения магнитного потока Ф, равен отношению изменения магнитного потока в контуре $\Delta\Phi$ к полному сопротивлению контура R.

Движение проводника в магнитном поле

Если проводник длиной l равномерно движется со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ (Рис. 6.8), то на концах проводника возникает ЭДС индукции ε_i:

$$\varepsilon_i = Blv\sin\alpha, \tag{6.18}$$

где $\alpha -$ угол между $\vec{B}$ и $\vec{v}$.

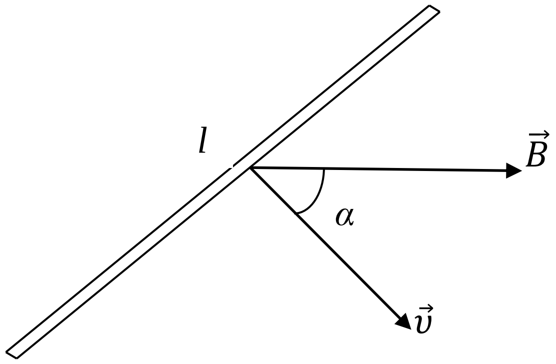


Рис. 6.8 Проводник длиной l равномерно движется со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$

ЭДС индукции в контуре, который вращается в магнитном поле с постоянной угловой скоростью

ЭДС индукции, возникающая в контуре, имеющем число витков N, который вращается в магнитном поле с постоянной угловой скоростью ω, равна:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = NBS\sin\omega t, \qquad (6.19)$$

где B – величина магнитной индукции, S – площадь контура, ω – угловая скорость вращения контура.

Индуктивность проводника

Индуктивность проводника – это характеристика проводника, описывающая его способность препятствовать любому изменению силы тока в проводнике. Чем больше индуктивность, тем труднее изменить силу тока в проводнике.

Индуктивность произвольного проводника зависит от его формы и размеров, а также от свойств среды. Распространённым типом проводника в технической практике является соленоид – катушка с током. Это всевозможные контура, трансформаторы и т.п. **Индуктивность соленоида** длиной l поперечным сечением S и числом витков N, равна:

$$L = \mu\mu_0 N^2\, S/l = \mu\mu_0 n^2 V, \qquad (6.20)$$

где N - число витков в соленоиде; S – площадь поперечного сечения соленоида; l – длина соленоида; V – объём соленоида; $n = N/l$ – плотность намотки (число витков на единицу длины). Индуктивность L измеряется в Генри (Гн).

Индуктивность в цепи постоянного тока

При включении индуктивности L в цепь постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E}$ (Рис. 6.9), обладающей сопротивлением R, мгновенное значение силы тока в цепи $I(t)$ будет меняться по закону:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right) \text{ (при замыкании цепи)}, \qquad (6.21)$$

где t – время, прошедшее после замыкания цепи;

$$I(t) = I_0 e^{-Rt/L} \text{ (при размыкании цепи)}, \qquad (6.22)$$

где I_0 - сила тока в цепи при t = 0; t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

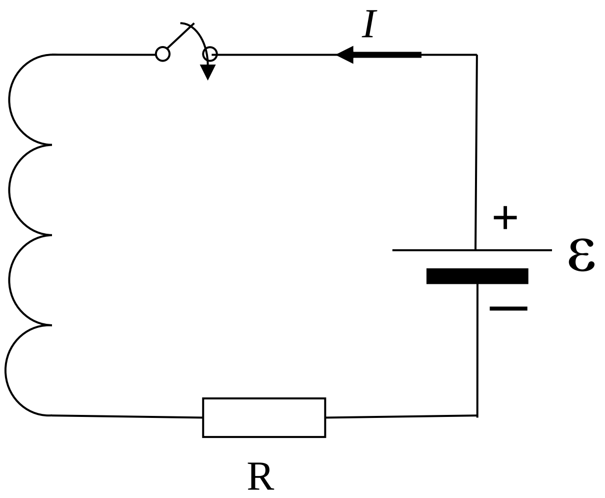


Рис. 6.9 Индуктивность L в цепи постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E}$

Энергия магнитного поля для замкнутого контура с индуктивностью L при протекании в цепи тока I определяется формулой:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (6.23)$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему) определяется формулами:

$$w = BH/2\,, \text{или } w = B^2/2\mu\mu_0\,, \text{или } w = \mu\mu_0 H^2/2, \qquad (6.24)$$

где B - магнитная индукция; H - напряжённость магнитного поля.

Пример 1.

Бесконечно длинный провод с током I=80 А изогнут так, как это показано на рисунке ниже (Рис. 6.10). В плоскости, в которой лежит изогнутый провод, пролетает электрон по направлению к точке О со скоростью υ=10^5 м/с. Определить величину и направление силы Лоренца, действующую на электрон в точке О, если радиус дуги окружности R=10 см.

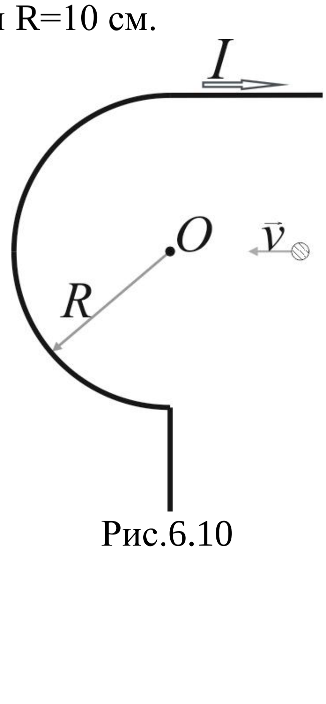


Рис.6.10

Дано:
I = 80 А
$\upsilon = 10^5$ м/с
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$Кл
Найти:
$F_Л$ - ?

Решение. Магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O найдём, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $\vec{B} = \sum \vec{B_i}$ (6.1*). В нашем случае провод можно разбить на три части (Рис.6.11): два прямолинейных провода (1 и 3), одним концом уходящие в бесконечность, и дугу полуокружности (2) радиуса R.

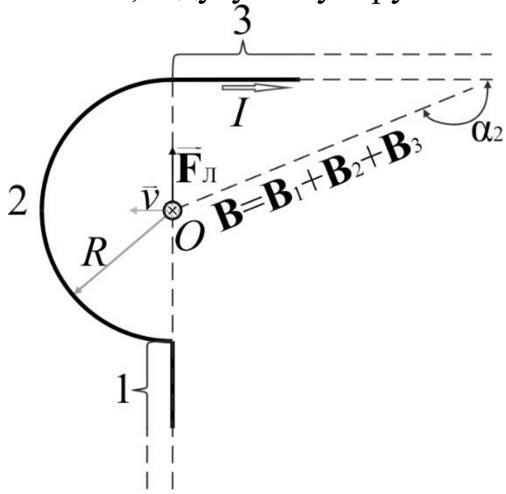


Рис.6.11

Тогда полная индукция:

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3}, \quad (6.25)$$

где $\vec{B_1}$, $\vec{B_2}$ и $\vec{B_3}$ – магнитные индукции в точке O, создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем участках провода.

Так как точка O лежит на оси провода ***1***, то в соответствии с законом Био – Савара – Лапласа (6.5) $\vec{B_1}$ =0. Тогда

$$\vec{B} = \vec{B_2} + \vec{B_3}. \quad (6.26)$$

Учитывая, что вектора $\vec{B_2}$ и $\vec{B_3}$ направлены в соответствии с правилом буравчика перпендикулярно плоскости чертежа от нас, то геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим:

$$B = B_2 + B_3. \quad (6.27)$$

Магнитную индукцию B_2 найдём, воспользовавшись выражением для магнитной индукции в центре кругового тока:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (6.28)$$

В нашем случае магнитное поле в точке O создаётся лишь половиной такого кругового тока, поэтому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}. \quad (6.29)$$

Магнитную индукцию B_3 найдём, воспользовавшись соотношением магнитной индукции для отрезка провода с током:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (6.30)$$

В нашем случае $r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2\,(\cos\alpha_1 = 0)$, $\alpha_2 = \pi\ (\cos\alpha_2 = -1)$. Тогда:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}. \qquad (6.31)$$

Используя найденные выражения для B_2 и B_3, получим

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R},$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi + 1) \qquad (6.32)$$

Выразим все величины в единицах СИ и произведём вычисления:

$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 80}{4\pi\cdot 0{,}1}(\pi + 1)$ Тл $= 3{,}31 \cdot 10^{-4}$ Тл,

или

$B = 331$ мкТл.

Найдем силу Лоренца, действующую на электрон в момент его нахождения в точке О и определяемую по формуле

$$F_Л = e \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha \qquad (6.33)$$

Так как α = 90° (вектор $\vec{v}$ лежит в плоскости чертежа, а вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости чертежа), то $\sin\alpha = 1$. Для положительно заряженной частицы сила Лоренца была бы направлена вниз, но поскольку заряд электрона отрицателен, то сила Лоренца будет направлена вверх на Рис. 6.11. Окончательно (6.33) запишем в виде:

$$F_Л = e \cdot v \cdot B \qquad (6.34)$$

Выразим все величины в единицах СИ и произведём вычисления:

$F_Л = e \cdot v \cdot B = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 \cdot 3{,}31 \cdot 10^{-4} = 5{,}3 \cdot 10^{-18}$ Н.

Ответ: $F_Л = 5{,}3 \cdot 10^{-18}$ Н.

Пример 2

Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0.07 Тл. Верхнюю подвижную часть контура – провод, изогнутый в виде дуги, как показано на Рис.7.12 а, вращают с постоянной угловой скоростью ω=π рад/с вокруг центральной оси. Длина стороны нижнего неподвижного контура составляет 14 см (2a=14 см). В момент времени t=0 магнитный поток через контур максимальный. Найти теплоту Q, выделившуюся в контуре за время 0.7 с от начального момента времени, если его сопротивление $R_К$=7 Ом.

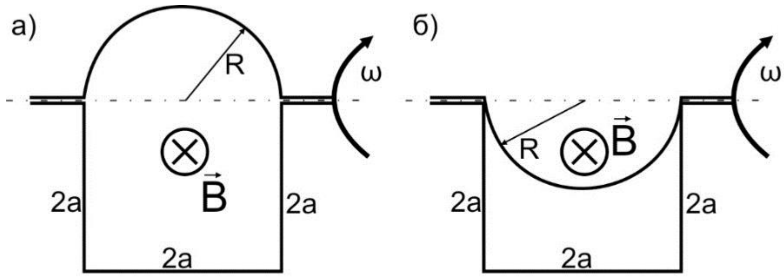


Рис.6.12

Дано:
B = 0.07 Тл
ω = π рад/с
$R_К$ = 7 Ом
a = 0.07 м
t_0 = 0.7 с
Найти:
Q - ?

Решение:

1. Магнитный поток через контур будет максимальным, когда подвижная часть контура лежит в плоскости рисунка (Рис.6.12а). Запишем формулу магнитного потока для этого случая:

$$\Phi_{\max} = \Phi_0 + \frac{\pi a^2}{2} \cdot B \qquad (6.35)$$

где Φ_0 – поток через неподвижную прямоугольную часть контура, а $\frac{\pi a^2}{2} \cdot B$ – поток через площадь, ограниченную полуокружностью.

2. Если подвижная часть контура повернётся на 180 градусов, модуль магнитного потока не изменится, однако его знак поменяется на отрицательный. Таким образом величина потока окажется минимальной (Рис.6.12б). Запишем формулу магнитного потока для этого случая:

$$\Phi_{\min} = \Phi_0 - \frac{\pi a^2}{2} \cdot B \qquad (6.36)$$

3. Воспользуемся определением магнитного потока

$$\Phi = \vec{B}\vec{n}S = BS\cos\alpha,\ S = \frac{\pi a^2}{2} \qquad (6.37)$$

где $\vec{n}$ нормаль к поверхности контура; угол $\alpha = \omega t$ для равномерного вращения.

Тогда магнитный поток через контур в любой момент времени определится по формуле

$$\Phi(t) = \Phi_0 + \frac{\pi a^2}{2} B\cos\omega t \qquad (6.38)$$

4. ЭДС индукции найдём из закона Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\Phi_0 + \frac{\pi a^2}{2} B\cos\omega t\right) = \frac{\pi a^2}{2} B\omega\sin\omega t \qquad (6.39)$$

5. Индукционный ток равен:

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\pi a^2}{2R} B\omega \sin\omega t \qquad (6.40)$$

6. Тепловую мощность контура определим по формуле:

$$P = I_i^2 \cdot R = \left(\frac{\pi a^2}{2R} B\omega \sin\omega t\right)^2 \cdot R = \frac{\pi^2 a^4}{4R} B^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \qquad (6.41)$$

7. Находим количество теплоты, выделившееся в контуре за время t_0, по закону Джоуля-Ленца для переменного тока:

$$Q = \int_0^{t_0} P dt = \int_0^{t_0} I_i^2 \cdot R dt \qquad (6.42)$$

Подставим (6.41) в (6.42):

$$Q = \int_0^{t_0} \frac{\pi^2 a^4}{4R} B^2 \omega^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{\pi^2 a^4}{4R} B^2 \omega^2 \int_0^{t_0} \frac{1-\cos 2\omega t}{2} dt = \frac{\pi^2 a^4}{8R} B^2 \omega^2 \left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{t_0} = \frac{\pi^2 a^4}{8R} B^2 \omega^2 [t_0 - \frac{\sin 2\omega t_0}{2\omega}] \qquad (6.43)$$

Выразим все величины в единицах СИ и произведём вычисления:

$Q = \frac{\pi^2 (0.07)^4}{8 \cdot 7} (0.07\,)^2 (\pi\,)^2 [0.7\ - \frac{\sin(2\pi\,\cdot 0.7)}{2\pi}] = 1{,}74 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Ответ: $Q = 1{,}74 \cdot 10^{-7}$ Дж.

7. КОЛЕБАНИЯ

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

При изучении механических, световых, электромагнитных явлений мы наталкиваемся на поразительную общность многих закономерностей. И появляется целесообразность изучения этих явлений с точки зрения выявления общих законов.

Когда мы говорим: качание маятника, звук «ЛЯ», желтый свет газовой горелки, электромагнитное поле лампового генератора, мы пользуемся языком акустики, оптики, радиофизики, на языке же общей для них физической теории – все это гармонические колебания, при которых значения физических величин меняются по закону синуса или косинуса.

Свободные незатухающие колебания.

Механические колебания.

В механических системах при отсутствии сил трения и сил сопротивления возникают свободные незатухающие колебания под действием упругих сил $F_{упр}$ (Рис.7.1) или квазиупругих сил P_n (Рис.7.2).

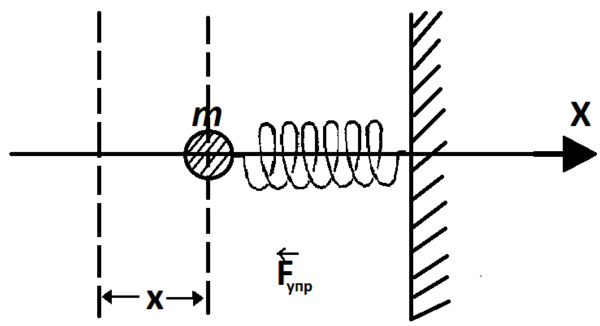


Рис.7.1 Пружинный маятник.

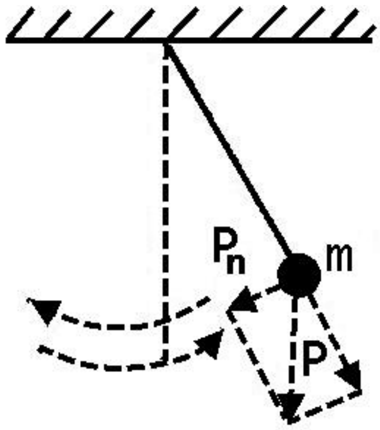


Рис.7.2 Математический маятник. Сила тяжести играет роль квазиупругой силы.

Дифференциальное уравнение свободных незатухающих колебаний

Данное уравнение можно получить, рассматривая колебания пружинного маятника, которые возникают под действием упругой силы

$$F_{упр} = -kx. \qquad (7.1)$$

где x – смещение тела от положения равновесия; k – коэффициент упругости пружины.

Согласно II закону Ньютона

$$F_{упр} = ma \qquad (7.1^*)$$

где a – ускорение**,** сообщаемое упругой или квазиупругой силой; m – масса тела, которое совершает колебания.

Квазиупругими называют силы, независимо от их природы, для которых модуль силы пропорционален величине отклонения системы от равновесного положения.

По определению, ускорение это вторая производная координаты по времени:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}, \qquad (7.2)$$

Тогда объединяя (7.1), (7.1*) и (7.2), получим

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (7.3)$$

Разделив левую и правую часть (7.3) на m, получим

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (7.4)$$

Обозначим $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - собственная частота колебаний системы,

После введения данных обозначений уравнение (7.4) примет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (7.5)$$

Уравнение (7.5) называется **дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний**.

Уравнение колебаний

Решением дифференциального уравнения является выражение:

$$X = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (7.6)$$

В этом уравнении колебаний А-амплитуда колебания, равная максимальному смещению тела, совершающего колебания, от положения равновесия; $(\omega_0 t + \varphi_0)$ - фаза колебаний, φ_0 - начальная фаза колебаний, которая определяется начальным положением тела (т.е. при t = 0).

Скорость и ускорение при гармонических колебаниях

Если уравнение смещения дано в виде

$$X = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

то скорость υ будет равна первой производной от смещения по времени, т.е.

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

где $A\omega_0 = \upsilon_m$ - амплитудное (максимальное) значение скорости. Тогда зависимость скорости от времени запишется в виде:

$$\upsilon = -\upsilon_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (7.7)$$

Ускорение это вторая производная от смещения по времени

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

где $|A\upsilon^2| = a_m$ - амплитудное значение ускорения. Тогда зависимость ускорения от времени запишется в виде:

$$a = -a_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (7.8)$$

Энергия колебания тела.

Отклонив пружинный маятник от положения равновесия, ему сообщают потенциальную энергию, которая определяется по формуле

$$W_п = \frac{kx^2}{2} \qquad (7.9)$$

При колебаниях маятник будет обладать энергией $W_{мех}$, которая в любой момент времени представляет сумму потенциальной ($W_п$) и кинетической ($W_{кин}$) энергии:

$$W_{мех} = W_п + W_{кин} \qquad (7.10)$$

В изолированной системе полная энергия остается постоянной при любых взаимодействиях внутри системы: $\Delta W_{мех} = 0$ (изменения энергии системы нет).

Если смещение меняется по закону $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$, то его кинетическая энергия будет равна

$$W_{кин} = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}$$

Так как $m\omega_0^2 = k$, то зависимость кинетической энергии от времени запишется так:

$$W_{кин} = \frac{kA^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Потенциальная энергия пружинного маятника с учетом (7.6) зависит от времени так:

$$W_п = \frac{kA^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

В положении наибольшего отклонения тело имеет максимальную потенциальную энергию

$$W_{п\ m} = \frac{kA^2}{2}$$

А кинетическая энергия в этот момент времени равна 0. При прохождении телом положения равновесия его кинетическая энергия будет максимальной

$$W_{кин m} = \frac{kA^2}{2},$$

а потенциальная энергия равна 0, следовательно, полная механическая энергия $W_{полн.мех.}$ пружинного маятника без трения равна:

$$W_{полн.мех.} = W_{п m} = W_{кин m} \tag{7.11}$$

Незатухающие колебания в электрическом контуре

В электрическом контуре, содержащем индуктивность и емкость, при отсутствии омического сопротивления, возникают незатухающие электромагнитные колебания: заряд, разность потенциалов на обкладках (напряжение) конденсатора, ток в катушке меняются по гармоническому закону.

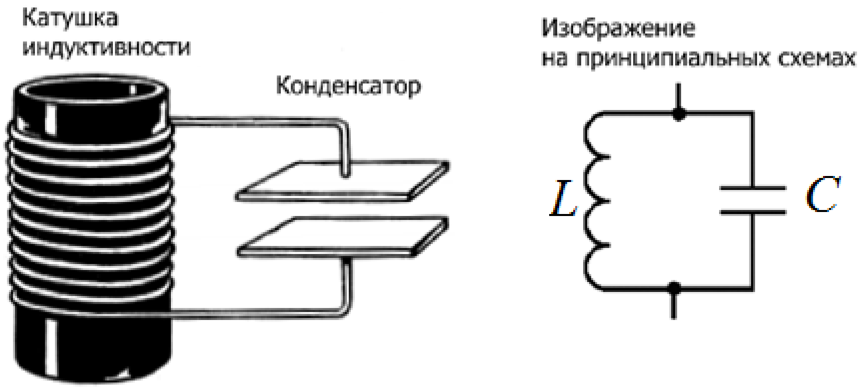


Рис. 7.3 Колебательный контур (сопротивление R = 0).

Дифференциальное уравнение колебания заряда.

Для математического описания электрических процессов в контуре применим 2 правило Кирхгофа: «Сумма падений напряжения в контуре равна сумме действующих в нем ЭДС». В идеальном колебательном контуре падение напряжения на конденсаторе U_C. При изменении силы тока в контуре в катушке индуктивности возникает ЭДС самоиндукции.

$$U_C = -L\frac{dI}{dt} \tag{7.12}$$

Напряжение на конденсаторе равно $U_C = \frac{q}{C}$, а сила тока по определению связана с зарядом конденсатора соотношением: $I = \frac{dq}{dt}$

Подставив выражения для тока I и напряжения U_C в формулу (7.12) и перенеся все члены в левую часть уравнения, получим дифференциальное уравнение в виде:

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Разделим уравнение на коэффициент при старшей производной (индуктивность катушки) и введем обозначение:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

После введения обозначений дифференциальное уравнение гармонических колебаний в контуре принимает вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0^2 q=0 \qquad (7.13)$$

где $\omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}}$ - собственная частота колебаний, зависящая от параметров контура; L – индуктивность катушки, C – емкость конденсатора.

Уравнение колебаний заряда *q*, напряжения *U*, силы тока *I*

Решением дифференциального уравнения (7.12) является уравнение вида:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t+\varphi_0) \qquad (7.14)$$

Это уравнение называется уравнением колебания заряда, где q_m – амплитудное значение заряда.

Напряжение U на обкладках конденсатора связана с зарядом q и с емкостью конденсатора С соотношением $U=\frac{q}{C}$, поэтому уравнение колебания напряжения имеет вид:

$$U = U_m \cos(\omega_0 t+\varphi_0) \qquad (7.15)$$

где $U_m=\frac{q}{C}$ – амплитудное значение разности потенциалов.

Сила тока в контуре тоже будет меняться по гармоническому закону, т.к.

$$I=\frac{dq}{dt}, \text{ то } I=-q_m\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0),$$

где $|q_m\omega_0| = I_m$ – амплитудное значение силы тока.

Следовательно, зависимость силы тока в катушке индуктивности запишется уравнением:

$$I=-I_m\sin(\omega_0 t+\varphi_0) \qquad (7.16)$$

Проведем аналогию зависимостей физических величин, характеризующих механические и электромагнитные колебания.

Таблица 7.1. Электромеханические аналогии

Электрические колебания	Механические колебания
q	x
R	r
L	m
$\frac{1}{C}$	k
I	υ
$W_{эл}$	$W_п$

$W_{\text{маг}}$	$W_{кин}$

Энергия контура

Полная энергия колебаний в контуре складывается из энергии электрического поля конденсатора

$$W_{эл}=\frac{q^2}{2C} \qquad (7.17)$$

и магнитного поля соленоида

$$W_{маг}=\frac{LI^2}{2} \qquad (7.18)$$

Так как заряд и ток в контуре меняются по гармоническому закону, то энергия электрического поля и энергия магнитного поля также будет меняться по гармоническому закону со временем. В какие-то моменты времени полная энергия будет равна максимальной энергией электрического поля

$$W_{эл(m)}=\frac{q_m^2}{2C}$$

а в какие-то моменты полная энергия будет равна максимальной энергии магнитного поля

$$W_{маг(m)}=\frac{LI_m^2}{2}$$

Рассмотрим, как законы гармонических колебаний можно использовать при решении конкретных задач.

Пример 1

Записать уравнение движения материальной точки в дифференциальном виде, если в начальной момент времени смещение было максимальным, амплитуда колебаний равна 4 см, период колебания 3,14 с, масса точки равна 10 г. Записать уравнение колебания *x(t)*. Изобразить на графике зависимость *x(t)*

Решение

1. Дифференциальное уравнение колебаний в общем виде записывается так:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2q=0,$$

по условию задачи период колебаний T=3,14с.

Т.к. $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$, то $\omega_0=\frac{2\pi}{3{,}14}=2\frac{рад}{с}$

Дифференциальное уравнение колебаний будет иметь вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+4x=0$$

2. Уравнение колебаний точки запишется в виде:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Начальную фазу колебаний «φ_0» найдем из начальных условий: в момент времени t = 0 смещение $X = X_m$ (по условию задачи) в момент времени t = 0 справедлива запись $X_m = A\cos(\varphi_0)$, тогда, зная, что $X_m = A$, запишем $A = A\cos(\varphi_0); \cos(\varphi_0) = 1; \varphi_0 = 0$. Подставляя значение амплитуды, частоты начальной фазы, запишем уравнение колебания точки

$$X = 4\cos(2t), \text{ см}$$

Примечание: если записать закон гармонического колебания точки через синус: $X = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, то при t = 0 получим $\sin(\varphi_0) = 1; \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

Уравнение смещения точки в этом случае запишется так:

$$X = 4\sin(2t + \frac{\pi}{2}), см$$

3. График гармонического колебания $X = 4\cos(2t)$ приведен на рисунке ниже .

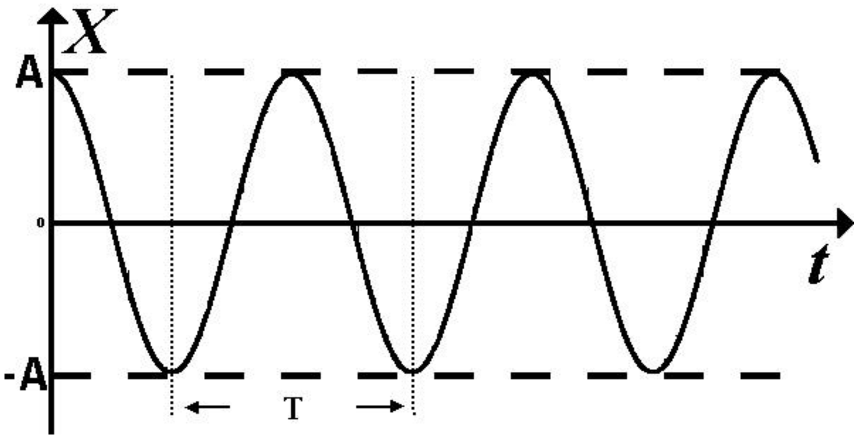


Рис. 7.4 График колебания точки по условию задачи в примере 1. Т- период колебания (время одного колебания).

Пример 2

Добавим к условию задачи в **Примере №1** такие вопросы: определить скорость в момент времени $t = \frac{T}{4}$ и потенциальную энергию в этот момент времени.

Решение:

При решении задачи в **Примере №**1 мы записали уравнение смещения (см. пункт 2), тогда скорость определим по формуле

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -8\sin(2t), \frac{см}{с},$$

Для момента времени $t = \frac{T}{4}$ найдем фазу колебаний:

$$\omega_0 t = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2},$$

тогда скорость будет равна

$$\upsilon = -8\sin\frac{\pi}{2} = -8\frac{см}{с}\,;\ |\upsilon| = 8\frac{см}{с} = \upsilon_m$$

Это максимальное значение скорости.

Потенциальная энергия определяется по формуле

$$W_n = \frac{kx^2}{2},$$

где $X = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Выше было получено: $\varphi_0 = 0$, $\omega_0 t = \frac{\pi}{2}$, $A = 4\,см$, подставим эти значения и получим, что потенциальная энергия равна нулю.

Это было ясно уже тогда, когда мы получили результат, что в момент времени $t = \frac{T}{4}$ скорость приняла максимальное значение, следовательно, кинетическая энергия тоже максимальна, а потенциальная энергия равна 0 (см. 7.11).

Пример 3

Дифференциальное уравнение для колебания заряда имеет вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 10^{10}q = 0$$

1. Определить частоту колебаний в Герцах;
2. Записать уравнение изменения заряда на пластинах конденсатора;
3. Записать уравнение изменения тока в контуре со временем, если в начальный момент $q_m = 10^{-6}\,Кл$;
4. Определить индуктивность катушки, если в начальный момент максимальное напряжение на пластинах конденсатора равно 50В;
5. Начертить графики *q(t) и i(t).*

Решение задачи.

1. Из вида дифференциального уравнения определяем $\omega_0^2 = 10^{10}(рад/с)^2$, $\omega_0 = 10^5\,(рад/с)$. $\nu = \omega_0/2\pi$ = 15923 Гц = 15.9 кГц.

Решением дифференциального уравнения будет уравнение в виде

$$q = q_m\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{7.19}$$

Так как в момент времени $t = 0$ $q = q_m$, то получим

$$\cos(\varphi_0) = 1;\ \varphi_0 = 0$$

Уравнение изменения заряда на пластинах конденсатора примет вид

$$q = 10^{-6}\cos(10^5 t),\,Кл$$

2. Сила тока $I = \frac{dq}{dt}$. Зависимость заряда от времени задается формулой (7.19), поэтому для зависимости силы тока от времени получим выражение:

$$I=-10^{-6}10^{5}\sin(10^{5}t), A$$

или

$$I=-0{,}1\sin(10^{5}t), A$$

3. Собственная циклическая частота колебаний ω_0 определяется параметрами контура $\omega_0=\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$, отсюда $L=\dfrac{1}{\omega_0^2 C}$. Из условия задачи в момент времени $t=0$ $q=q_m=10^{-6}\,Кл$, а $U=U_m=50B$, определим емкость конденсатора $C=q_m/U_m$ = $2\cdot10^{-8}$ Ф. Тогда

$$L=\frac{1}{10^{10}\cdot 2\cdot 10^{-8}}=5\cdot10^{-3}\,Гн=5\,мГн$$

4. Графики зависимостей заряда *q(t)* и силы тока *i(t)* даны на рис.7.5

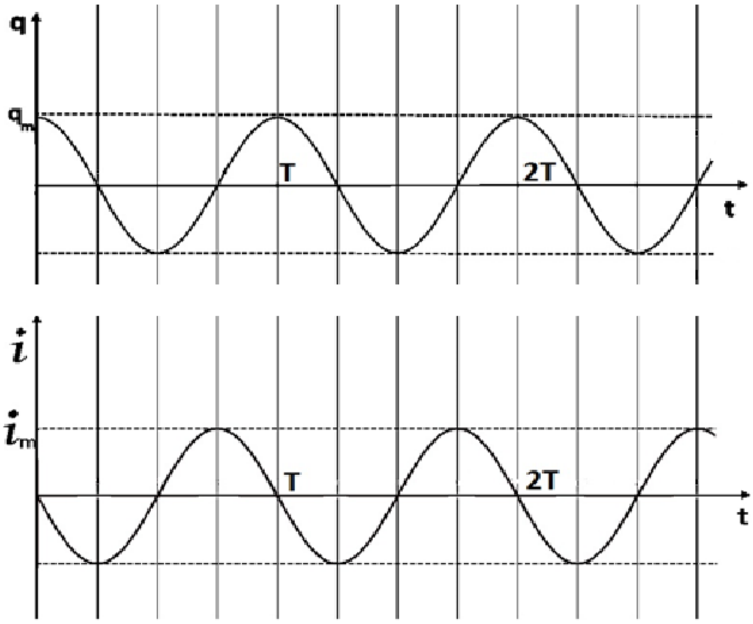


Рис.7.5 График колебаний заряда *q(t)* и силы тока *i(t)*в контуре в примере 3.

СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

Возможны случаи: 1) когда тело участвует одновременно в нескольких колебаниях, происходящих вдоль одного и того же направления; 2) взаимно перпендикулярные колебания (или вдоль различных направлений).

Сложение колебаний одного направления.

Сложение колебаний с одинаковыми частотами. Допустим, что тело участвует в двух гармонических колебаниях:

X_1 – смещение в первом из колебаний при отсутствии второго;

X_2 – смещение при втором колебании в отсутствии первого. Тогда при одновременно происходящих колебательных процессах в каждое мгновение результирующее смещение X будет равно $X=X_1+X_2$. Результирующее колебание будет тоже гармоническим, а значит, можем для него записать:

$$X = A\cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (7.20)$$

где A – амплитуда результирующего колебания, ω_0 – циклическая частота результирующего колебания, φ - начальная фаза результирующего колебания.

Задача нахождения результирующего колебания сводится к определению величин A, ω_0, φ.

Пусть заданы уравнения колебаний:

$$X_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}) \quad (7.21)$$

$$X_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}) \quad (7.22)$$

Сложение колебаний одного направления и одинаковых частот производят по методу векторных диаграмм. Каждое колебание изображается в виде вектора, имеющего длину, равную амплитуде колебания, вращающегося вокруг начала координат с угловой скоростью, равной круговой частоте колебаний, а начальное положение вектора определяется его начальной фазой колебаний. При сложении двух колебаний с одинаковыми частотами получим результирующее колебание, которое будет являться диагональю параллелограмма. Векторы вращаются с одной и той же угловой скоростью, поэтому и результирующий вектор будет вращаться с той же угловой скоростью. Следовательно, результирующее колебание будет тоже гармоническим, смещение меняется по закону

$$X = A\cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (7.23)$$

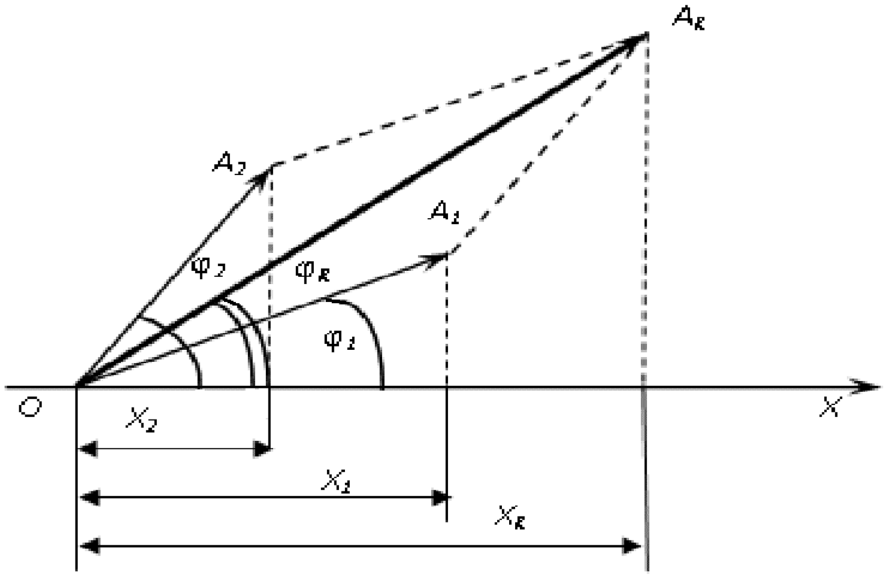


Рис.7.6 Векторная диаграмма сложения колебаний одного направления с одинаковыми частотами (на рис.7.6 использованы обозначения начальных фаз φ_1 и φ_2 вместо φ_{01} и φ_{02}).

Амплитуду и фазу результирующего колебания при сложении колебаний одного направления с одинаковыми частотами находят по формулам:

$$A_R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$
$$tg\varphi_R = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A\cos\varphi_2} \qquad (7.24)$$

Частота результирующего колебания $\omega = \omega_0$.

Биения

В случае, когда складываемые колебания происходят по законам $X_1 = A\cos(\omega_1 t)$ и $X_2 = A\cos(\omega_2 t)$ с небольшой разностью частот $|\omega_1 - \omega_2| << \omega_1, \omega_2$, возникают биения. Результирующее колебание описывается уравнением

$$X = 2A\cos(\frac{\Delta\omega}{2}t)\cos(\omega_{вч}t), \qquad (7.25)$$

где $2A\cos(\frac{\Delta\omega}{2}t) = A_Б$ – амплитуда биения, $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ – разность частот складываемых колебаний; $\omega_{вч} = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ – частота высокочастотных колебаний.

Следовательно, при биениях амплитуда меняется по гармоническому закону с частотой биений $\Delta\omega = \omega_Б = |\omega_1 - \omega_2|$. Период биений равен

$$T_Б = \frac{2\pi}{\omega_Б} = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}. \qquad (7.26)$$

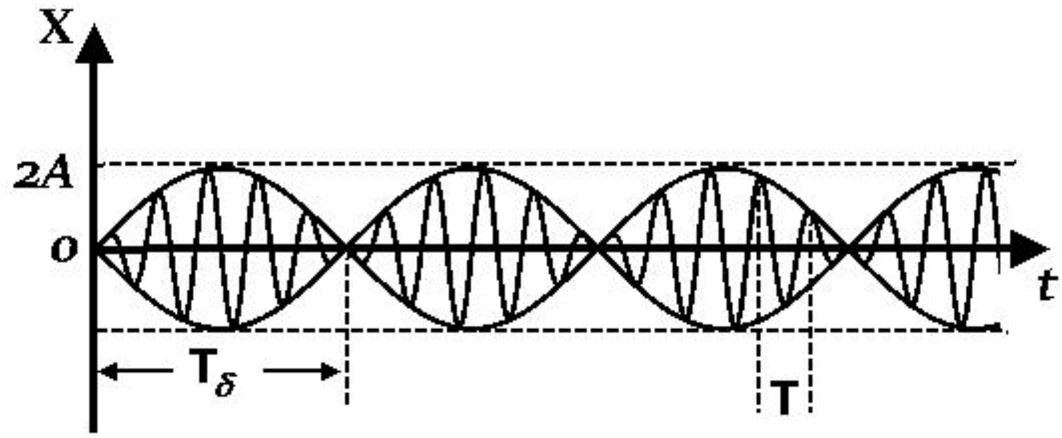


Рис.7.7 График результирующего колебания при сложении колебаний одинакового направления с близкими частотами.

На рис.7.7 показан период биения $T_Б$ – время, за которое происходит одно полное изменение амплитуды результирующего колебания**,** время T – это время одного колебания. В рассмотренном примере за период биения происходит пять колебаний.

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковыми частотами.

Тело участвует одновременно в колебаниях вдоль оси X, которые происходят по закону:

$$X = A\cos(\omega_x t + \varphi_{01}) \tag{7.27}$$

и вдоль оси Y, по закону

$$Y = B\cos(\omega_y t + \varphi_{02}), \tag{7.28}$$

частота колебаний вдоль осей X и Y одинаковая ($\omega_x = \omega_y$), амплитуды соответственно равные A и B, разность начальных фаз

$$\Delta\varphi = |\varphi_{02} - \varphi_{01}|.$$

Если сложить (7.26) и (7.27), то можно получить уравнение при взаимно перпендикулярных колебаниях с одинаковыми частотами Доказано, что в этом случае тело будет двигаться по траектории, уравнение которой имеет вид:

$$\frac{X^2}{A^2} + \frac{Y^2}{B^2} - \frac{2XY}{AB}\cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi) \tag{7.29}$$

Уравнение (7.28) представляет собой траекторию эллипса, не приведённого к главным осям. Исследуя формулу траектории, можно доказать, что при разности фаз $\Delta\varphi = 0$ колеблющаяся точка перемещается по прямой:

$$Y = \frac{B}{A}X\ ; \tag{7.30}$$

при $\Delta\varphi = \pi$ – уравнение траектории будет иметь вид

$$Y = -\frac{B}{A}X \tag{7.31}$$

при $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ траектория представляет собой эллипс, приведённый к главным осям, уравнение которого имеет вид:

$$\frac{X^2}{A^2} + \frac{Y^2}{B^2} = 1 \tag{7.32}$$

Пример 1

Материальная точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $X = \cos(2\pi t)$, м и $Y = 2\cos(2\pi t + \pi)$,м

Найти уравнение траектории и построить ее на чертеже.

Решение

При сложении взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковыми частотами вид траектории задается уравнением:

$$\frac{X^2}{A^2} + \frac{Y^2}{B^2} - \frac{2XY}{AB}\cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi)$$

По условию задачи A=1м, B=2м, $\Delta\varphi = \pi$, подставим данные в уравнение траектории и получим

$$\left(\frac{X}{1}+\frac{Y}{2}\right)^2=0$$

или

$$\frac{X}{1}=-\frac{Y}{2};\, Y=-2X$$

Полученное уравнение представляет собой уравнение прямой. Для построения траектории найдем по уравнению прямой значения Y, соответствующие ряду значений X:

Таблица 7.2

X	Y = -2X	X	Y = -2X
0	0		
+1/2	Y = -1	-1/2	Y = +1
+1	Y = -2	-1	Y = +2

Начертив координатные оси и выбрав единицу длины, построим точки, соединим их и получим траекторию результирующего колебания точки (Рис.7.8).

.

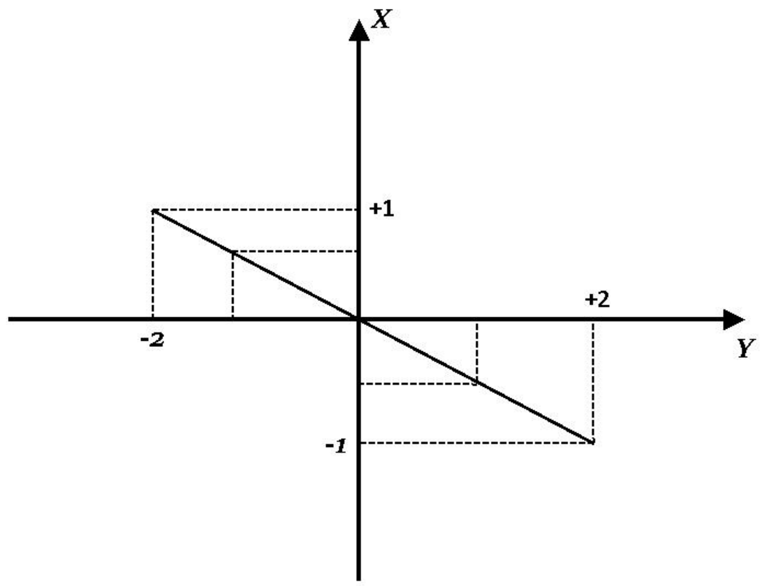


Рис.7.8 Траектория результирующего колебания при разности фаз $\Delta\varphi = \pi$.

При решении некоторых задач в зависимости от условия задачи, можно применить метод, который предлагается при решении следующей задачи.

Пример 2

На выходы X и Y осциллографа поданы напряжения

$$U_x = 2\cos(10^4 t), B$$
$$U_y = 4\sin(10^4 t), B \qquad (7.34)$$

Найти траекторию электронного луча.

Решение

По условию задачи амплитудные значения равны

$$U_{xm} = 2 \text{ В}; U_{ym} = 4 \text{ В},$$

а разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Разделив уравнения (7.32) на амплитудные значения U_{xm}, U_{ym}, возведем левые и правые части полученного уравнения в квадрат и сложим, получим:

$$\left(\frac{U_x}{2}\right)^2 + \left(\frac{U_y}{4}-\right)^2 = \cos^2(10^4 t) + \sin^2(10^4 t) = 1$$

Или:

$$\left(\frac{U_x}{2}\right)^2 + \left(\frac{U_y}{2}\right)^2 = 1 \qquad (7.35)$$

Уравнение (7.33) является уравнением эллипса, приведённого к главным осям. Выбрав координатные оси, построим траекторию результирующего колебания:

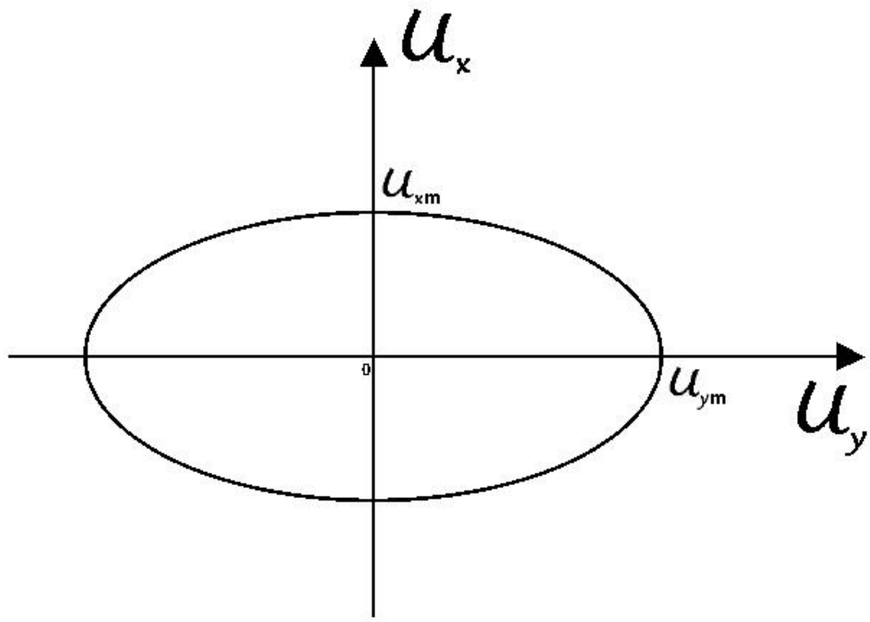


Рис.7.9 Траектория результирующего колебания при разности фаз Δφ = π/2.

Пример 3

Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых

$$Y = B\cos(\omega_2 t) \text{ и } X = A\cos(\omega_1 t),$$

где А = 1 см, В = 2 см $\omega_1 = \pi \frac{рад}{c}, \omega_2 = \frac{\pi}{2}\frac{рад}{c}$, т.е. $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2} = \omega$

Найти уравнение траектории колеблющейся точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать движение точки.

Решение:

В данном случае колебания происходят с разными частотами, кратными ω_2. Чтобы определить траекторию точки, исключим время из уравнения. Заметив, что

$$Y = B\cos(\frac{\omega_1}{2}t),$$

применим формулу косинуса половинного угла $\cos(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

Используя это соотношение, можно написать:

$$Y = 2\cos(\frac{\omega_1 t}{2}) = 2\sqrt{\frac{1+\cos(\omega_1 t)}{2}}; \; X = \cos(\omega_1 t)$$

Откуда:

$$Y = \pm 2\sqrt{\frac{1+X}{2}} \text{ или } Y = \pm\sqrt{2X+2}$$

$$Y^2 = 2X + 2$$

$$X = \frac{1}{2}Y^2 - 1 \qquad (7.36)$$

Уравнение (7.36) представляет собой уравнение параболы, ось которой совпадает с осью ОХ. Как показывают уравнения, амплитуда колебаний точки по оси X равна 1, а по оси Y равна 2. Следовательно, абсциссы всех точек траектории заключены в пределах от -1 до 1, а ординаты от -2 до 2. Для построения траектории найдем по уравнению значения Y, соответствующие ряду значений X, удовлетворяющих условию Y = $(2X+2)^{1/2}$.

Таблица 7.3

X	Y = $(2X+2)^{1/2}$	X	Y = $(2X+2)^{1/2}$
-1	0	0	±1.41
-0.75	±0.71	0.5	±1.73
-0.5	±1	1	±2

Начертив координатные оси (рис.7.10) и выбрав единицу длины – сантиметр, построим точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию результирующего колебания точки. Она представляет собой часть параболы, заключенной внутри прямоугольника амплитуд.

Из уравнения

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

находим, что период колебаний точки по горизонтальной оси $T_x = 2\ c$, а по вертикальной оси $T_y = 4\ c$. Следовательно, когда точка совершит одно полное колебание по оси OX, она совершит только половину полного колебания по оси OY. В начальный момент (t = 0) имеем: X = 1, Y = 2 (точка находится в положении A). При t = 1 с получим X = -1 и Y = 0 (точка находится в вершине параболы). При t = 2 с получим X = 1 и Y = -2 (точка находится в положении D). После этого она будет двигаться в обратном направлении.

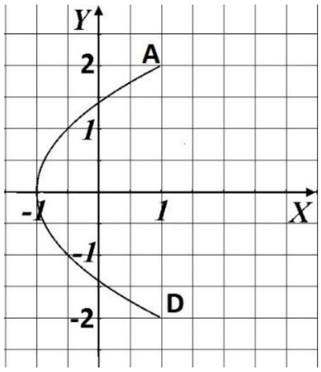


Рис. 7.10 Траектория результирующего колебания при $\omega_x = 2\omega_y$.

При сложении взаимно перпендикулярных колебаний с разными частотами $(\omega_x \neq \omega_y)$ возникает интересный случай, когда частоты складываемых колебаний кратны. В этом случае траектории результирующих колебаний носят название фигур Лиссажу, вид которых определяется разностью фаз и отношением частот складываемых колебаний.

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯХ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОНТУРЕ

В любой реальной системе всегда имеются силы сопротивления, энергия системы уменьшается, т.к. частично расходуется на работу против сил трения, амплитуда колебаний со временем убывает.

Любой реальный контур обладает активным сопротивлением. Энергия, запасенная в контуре, постоянно расходуется в этом сопротивлении на нагревание, вследствие чего свободные колебания в контуре затухают.

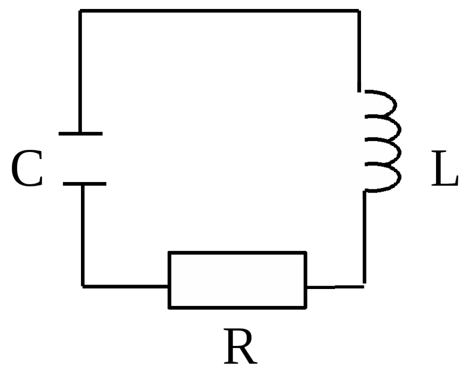


Рис.7.11 Схема реального контура, обладающего активным сопротивлением R.

Дифференциальное уравнение колебания заряда

Для математического описания электрических процессов в контуре применим 2 правило Кирхгофа: «Сумма падений напряжения в контуре равна сумме действующих в нем ЭДС». В колебательном контуре имеются два падения напряжения: на конденсаторе $U_C = \frac{q}{C}$, и на сопротивлении, равное U_C = IR. При изменении силы тока в контуре в катушке индуктивности возникает ЭДС самоиндукции.

$$IR + U_C = -L\frac{dI}{dt} \qquad (7.37)$$

Сила тока по определению является производной от заряда по времени: $I = \frac{dq}{dt}$

Подставив выражения для тока I и напряжения U_C в формулу (1), получим дифференциальное уравнение в виде:

$$L\frac{dI}{dt} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Разделим уравнение на коэффициент при старшей производной (индуктивность катушки) и введем обозначения:

$$2\beta = \frac{R}{L} \text{ и } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

После введения обозначений дифференциальное уравнение затухающих колебаний в контуре принимает вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \qquad (7.38)$$

Уравнение колебания заряда

Заряд на пластинах конденсатора меняется по закону

$$q = q_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi) \qquad (7.39)$$

Это уравнение является решением дифференциального уравнения (7.38), где:

$q_0 e^{-\beta t} = q_m$ – амплитудное значение заряда,

$\beta = \dfrac{R}{2L}$ – коэффициент затухания

R – омическое сопротивление

L – индуктивность катушки

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ – циклическая частота собственных колебаний, зависящая от параметров контура L,C

Подставив значения ω_0 и β в формулу частоты колебаний, получим:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \qquad (7.40)$$

Формула (7.37) выражает частоту затухающих колебаний через параметры контура.

Логарифмический декремент затухания

Для характеристики затухания вводится физическая величина – логарифмический декремент затухания δ, равный натуральному логарифму отношения двух амплитуд, следующих друг за другом через период:

$$\delta = \ln\left(\frac{q_{mt}}{q_{m(t+T)}}\right) = \beta T \qquad (7.41)$$

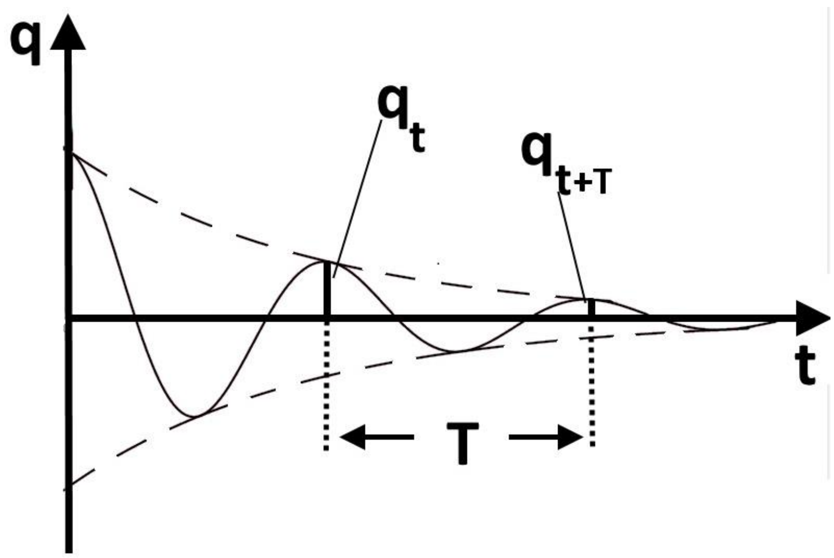


Рис.7.12 График затухающих колебаний заряда (начальная фаза колебаний φ = 0).

Время релаксации τ – это время, в течении которого амплитудное значение уменьшается в е раз ($e \approx 2.72$, основание натурального логарифма). Связь времени релаксации и коэффициента затухания выражается формулой:

$$\tau = \frac{1}{\beta} \qquad (7.42)$$

Добротность контура

Добротность контура θ показывает, как быстро убывает энергия в контуре за один период колебаний. При слабом затухании добротность определяется по формуле:

$$\theta = \frac{\pi}{\delta}. \qquad (7.43)$$

где δ – логарифмический декремент затухания.

Более полное определение добротности связано с относительной убылью колебательной энергии за один период колебаний

$$\theta = \frac{2\pi \cdot W_0}{\Delta W(T)} = \frac{2\pi \cdot W_0}{W_0 - W_0 \cdot e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi \cdot W_0}{W_0(1 - e^{-2\beta T})} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}}. \qquad (7.43а)$$

В случае слабого затухания ($\beta << \omega_0$, обычно как минимум в 100 раз), экспоненту можно разложить в ряд Тейлора и оставить первые два члена ряда.

$$1 - e^{-2\beta T} \approx 1 - (1 - 2\beta T) = 2\beta T$$

Тогда, подставив выражение (7.43а) в формулу добротности, получим формулу (7.43)

$$\theta = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} \approx \frac{2\pi}{2\beta T} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\delta}$$

Напряжение при затухающих колебаниях

Изменение со временем разности потенциалов на пластинах конденсатора можно записать, если учесть, что $q = CU$, тогда

$$U = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Обозначив $\frac{q_0}{C} = U_0$ – максимальное напряжение в контуре, значение разности потенциалов запишется в виде:

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \qquad (7.44)$$

где $U_0 e^{-\beta t} = U_m$ – амплитуда напряжения.

Сила тока в катушке определяется по формуле

$$I = I_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi), \qquad (7.45)$$

где $I_0 = q_0\omega_0$ – максимальное значение тока в контуре; $I_0 e^{-\beta t}$ – амплитудное значение тока

Энергия при затухающих колебаниях

Полная энергия контура будет складываться из энергии магнитного поля (МП) и энергии электрического поля (ЭП)

$$W = W_B + W_E,$$

где $W_B = \dfrac{LI^2}{2} = \dfrac{L\left[I_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t+\varphi)\right]^2}{2}$ – энергия МП;

$W_E = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{C\left[U_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi)\right]^2}{2}$ – энергия ЭП

Полную энергию в любой момент времени можно определить через максимальную энергию электрического поля в контуре в данный момент времени:

$$W_{полн} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{C\cdot U_0^2\cdot e^{-2\beta t}}{2} = \frac{CU_0^2}{2}e^{-2\beta t} = W_0 e^{-2\beta t}, \qquad (7.46)$$

где W_0 – полная энергия контура в момент времени $t=0$.

Приведенные ниже примеры решения задач должны помочь вам закрепить изложенный материал и выполнить РГР №1.

Пример 1

Емкость электрического контура C = 100 пФ в начальный момент времени заряжена до максимальной величины заряда q_m = 10 нКл, сопротивление R = 100 Ом, индуктивность L = 10 мГн, логарифмический декремент затухания δ = 0,1.

Написать 1) уравнение колебаний заряда $q(t)$; 2) уравнение колебаний напряжения $U(t)$; 3) записать дифференциальное уравнение затухающих колебаний для заряда

Решение

Уравнение затухающих колебаний заряда $q(t)$ в общем виде записывается так:

$$q = q_m e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi).$$

По условию задачи в момент времени t = 0 $q = q_c = 10 нКл$, $\varphi = 0$ (см. свободные колебания задача 1).

Тогда можно найти β и ω: $\beta = \dfrac{R}{2L} = \dfrac{100}{2\cdot 10^{-2}} = 5\cdot 10^3 \dfrac{1}{c}$

Логарифмический декремент равен

$$\delta = \beta T$$

Отсюда найдем период колебаний

$$T=\frac{\delta}{\beta}=\frac{0{,}1}{5\cdot10^3}=2\cdot10^{-5}c\text{, т.к. }\omega=\frac{2\pi}{T}\text{, то }\omega=\pi\cdot10^5\,\frac{рад}{c}.$$

Уравнение колебания заряда будет иметь вид:

$$q=10e^{-5\cdot10^3t}\cos(\pi\cdot10^5t),нКл$$

Уравнение колебания напряжения в общем виде запишется так:

$$U=U_0e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi),$$

здесь $\omega=\pi\cdot10^{-5}\,\frac{рад}{c}$, $\beta=5\cdot10^3\,\frac{1}{c}$, $\varphi=0, U_0=\frac{q_0}{C}$.

Используя связь между напряжением и зарядом $U=\frac{q}{c}$, получим

$$U_0=\frac{10^{-8}}{10^{-10}}=100\ B$$

Окончательно уравнение колебания для U(t) будет иметь вид:

$$U(t)=100e^{-5\cdot10^3t}\cos(\pi\cdot10^5),B$$

Дифференциальное уравнение для заряда в общем виде запишется так:

$$\frac{d^2q}{dt^2}+2\beta\frac{dq}{dt}+\omega_0^2q=0$$

Подставим значения параметров, получаем дифференциальное уравнение для заряда

$$\frac{d^2q}{dt^2}+10^4\frac{dq}{dt}+9{,}87\cdot10^{10}q=0$$

Пример 2

Используя условие предыдущего примера, найти время, в течение которого энергия контура уменьшается в 10 раз.

Решение

Полная энергия контура в любой момент времени определяется по формуле (7.46):

$$W_t=W_0e^{-2\beta t}$$

В начальный момент времени t = 0 энергия будет равна $W=W_0$, тогда

$$\frac{W_0}{W_t}=e^{+2\beta t}=10 \qquad (7.47)$$

(по условию задачи). Прологарифмируем (7.47), получим:

$$2\beta t=\ln10.$$

Выражаем время, получаем:

$$t=\frac{\ln10}{2\beta}=\frac{2{,}3}{2\cdot5\cdot10^3}=2{,}3\cdot10^{-4}c$$

8. ВОЛНЫ

Волной называют процесс распространения колебаний. В упругих средах могут распространяться механические колебания, электромагнитные колебания могут распространяться как непроводящих средах, так и в вакууме.

Волны в упругих средах

Уравнение волны

Будем рассматривать волну, распространяющуюся только в одном направлении (одномерный случай). Выберем в упругой среде направление «X», вдоль которого распространяется колебательный процесс со скоростью υ и с циклической частотой ω. В точке «О» расположен источник колебания, рис.8.1, который заставляет точку «О» совершаться гармонические колебания по закону: $S(t) = A\cos(\omega t + \alpha)$, где $S(t)$ – смещение точки «О» вдоль оси Y от положения равновесия.

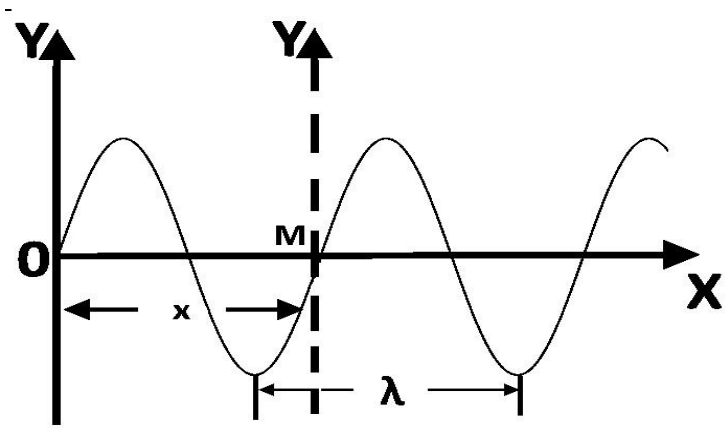


Рис.8.1 Волновое движение

Через время $\tau = \frac{X}{\upsilon}$ колебательный процесс дойдет до точки М, она начнет совершать колебания около положения равновесия по закону

$$S(t) = A\cos(\omega(t - \tau) + \alpha) \tag{8.1}$$

Смещение точки М запишется тогда в виде:

$$S(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{\omega X}{\upsilon} + \alpha) \tag{8.2}$$

Характеристики волнового процесса.

υ – скорость распространения колебательного процесса (или скорость распространения данной фазы колебаний) называется **скоростью волны (фазовая скорость**).

λ – **длина волны** – это расстояние, проходимое волной за время одного периода колебаний

$$\lambda = \upsilon \cdot T$$

Или по другому, это – кратчайшее расстояние между точками, разность фаз колебаний которых составляет 2π (рис.8.1).

T – **период** – это время одного колебания, за период колебательный процесс распространяется на расстояние, равное длине волны,

$\omega t-\frac{\omega X}{V}+\alpha$ – **фаза колебания** данной точки среды,

α – начальная фаза колебаний,

$k=\frac{\omega}{\upsilon}$ – **волновое число**.

ω – циклическая частота, её связь с периодом колебаний T: $\omega=\frac{2\pi}{T}$.

Используя данные характеристики, уравнение (8.2) можно записать так:

$$S(x,t)=A\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi X}{\lambda}+\alpha)$$

или

$$S(x,t)=A\cos(\omega t-kX+\alpha) \tag{8.3}$$

Это **уравнение плоской бегущей волны,** где $S(x,t)$ – смещение точки, находящейся на расстоянии X от источника колебаний, в любой момент времени (см. рис. 8.1).

Скорость и ускорение колеблющихся точек.

Скорость колеблющейся точки можно определить так, $\upsilon=\frac{dS}{dt}$т.е.

$$\upsilon=-A\omega\sin(\omega t-kX+\alpha), \tag{8.4}$$

$|-A\omega|=\upsilon_m$ – амплитудное значение скорости. В любой момент времени скорость определяется по формуле:

$$\upsilon=\upsilon_m\sin(\omega t-kX+\alpha) \tag{8.5}$$

Ускорение колеблющейся точки равно $a=\frac{d\upsilon}{dt}$, т.е.

$$a=-\upsilon_m\omega\cos(\omega t-kX+\alpha), \tag{8.6}$$

где $|\upsilon_m\omega|=a_m$ – амплитудное (максимальное) значение ускорения.

Зависимость ускорения от времени запишется в виде:

$$a=a_m\cos(\omega t-kX+\alpha) \tag{8.7}$$

Волновое уравнение

Волновым уравнением называется дифференциальное уравнение, решением которого описываются всевозможные типы волн, существующих в природе. Оно записывается в виде:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \tag{8.8}$$

где $S(x,t)$ – решение волнового уравнения; $\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$ – вторая производная по координате x от $S(x,t)$; $\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$ – вторая производная по времени t от $S(x,t)$; υ – фазовая скорость волны.

Уравнение плоской бегущей волны (8.4), которое мы получили выше, также является решением этого уравнения. Это проверяется непосредственной подстановкой (8.4) в (8.8). Общий вид решения уравнения (8.8) записывается в виде

$$S(x,t) = f(\omega t - kX) \tag{8.9}$$

где $f(\omega t - kX)$ – произвольная гладкая дифференцируемая функция, имеющая вторые производные по координате x и по времени t.

Энергия упругой волны

Среда, в которой распространяется волна, обладает дополнительным запасом энергии. Эта энергия доставляется от источника колебаний в различные точки среды самой волной, следовательно, волна переносит с собой энергию.

Введём понятие **плотности энергии волны** Ω. Это волновая энергия ΔW, заключенная в единице объема ΔV:

$$\Omega = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2, \tag{8.10}$$

где ρ – плотность среды; A – амплитуда колебаний.

Количество энергии, переносимое волной через единицу площади поверхности ΔS в единицу времени, называется **плотностью потока энергии** (**вектором Умова**)

$$j = \frac{\Delta W}{\Delta S \cdot \Delta t} \text{ или } \vec{j} = \Omega \vec{V}, \tag{8.11}$$

где $\vec{V}$ – фазовая скорость волны.

$$j = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 V \tag{8.12}$$

Электромагнитные волны.

Электромагнитная волна представляет собой взаимно перпендикулярные электрические и магнитные поля, меняющиеся по гармоническому закону и распространяющиеся в направлении перпендикулярном векторам $\vec{E}$ и $\vec{H}$ (рис. 8.2).

$\vec{E}$ – напряженность электрического поля,

$\vec{H}$ – напряженность магнитного поля.

Волновое уравнение электромагнитной волны

Допустим, что волна распространяется вдоль оси *X*, электрическое поле направлено вдоль оси *Y* (E_y), а магнитное поле направлено вдоль оси *Z* (H_z), тогда, используя общий вид волнового уравнения (8.8), можно записать волновое уравнение для E_y в виде:

$$\frac{d^2E_y}{dX^2}=\frac{1}{V^2}\frac{d^2E_y}{dt^2} \tag{8.13}$$

и аналогично для H_z:

$$\frac{d^2H_z}{dX^2}=\frac{1}{V^2}\frac{d^2H_z}{dt^2} \tag{8.14}$$

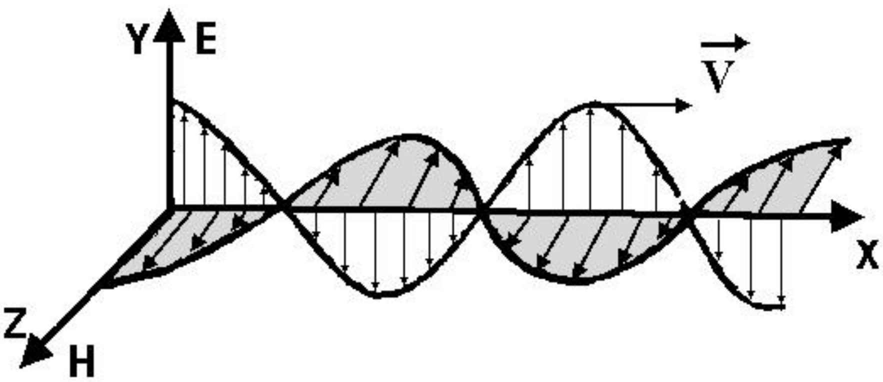


Рис. 8.2 Электромагнитная волна

Уравнение электромагнитной волны

Решением волновых уравнений (8.13) и (8.14) являются гармонические функции:

$$E_z=E_m\cos(\omega t-kX+\alpha)$$
$$H_z=H_m\cos(\omega t-kX+\alpha) \tag{8.15}$$

где ω - циклическая частота волны, *k* – волновое число равное $\frac{2\pi}{\lambda}$ или $\frac{\omega}{V}$, E_m – амплитуда напряженности электрического поля, H_m – амплитуда напряженности магнитного поля. Уравнения (8.15) определяют **плоскую электромагнитную волну**.

Колебания векторов напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне происходят с одинаковыми фазами. На рис.8.2 показана «моментальная фотография» плоской электромагнитной волны. Из рисунка видно, что векторы *E* и *H* образуют с направлением волны правовинтовую систему. В определенной точке пространства векторы *E* и *H* изменяются со временем по гармоническому закону.

Скорость электромагнитных волн.

Фазовая скорость *V* в волновом уравнении (8.13) и (8.14) зависит от свойств среды, в которой волны распространяются. Она определяется по формуле:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \tag{8.16}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды; μ – магнитная проницаемость среды; $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$ – скорость света. Из (8.16) следует, что скорость электромагнитной волны в вакууме ($\varepsilon = 1$; $\mu = 1$) равна скорости света *с*.

Энергия электромагнитной волны.

Электромагнитные волны, как и всякие волны, переносят энергию. Плотность потока энергии $\vec{S}$ (вектор Пойнтинга) можно получить, умножив плотность энергии Ω на скорость электромагнитной волны *V*. Ω складывается из плотности энергии электрического поля и плотности энергии магнитного поля:

$$\Omega = \Omega_E + \Omega_H .$$

Можно показать, что тогда вектор Пойнтинга будет определяться по формуле:

$$\vec{S} = \left[\vec{E} \cdot \vec{H} \right] \tag{8.17}$$

Вектор Пойнтинга всегда направлен в сторону распространения электромагнитной волны и совпадает по направлению с вектором фазовой скорости *V* (рис.8.2).

Пример 1

Уравнение для электрической составляющей электромагнитной волны, распространяющейся в некоторой среде, дано в виде

$$E = 10\cos(2{,}35 \cdot 10^8 t - 1{,}57X)\ \frac{В}{м},$$

Е – напряженность электрического поля.

Определить:

1. Частоту колебаний, длину волны в воздухе.
2. Длину волны в данной среде
3. Скорость распространения волны в данной среде
4. Показатель преломления данной среде
5. Записать волновое уравнение для этой плоской электромагнитной волны в среде.

Решение

1. Частоту колебания определим из уравнения волны: циклическая частота $\omega = 2{,}35 \cdot 10^8 \frac{рад}{с}$, частота (линейная частота) $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 3{,}74 \cdot 10^7\ Гц$

2. Длина волны в воздухе равна $\lambda_0 = cT$, где $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$ – скорость электромагнитной волны в воздухе (принимается равной скорости волны в вакууме), Т – период, т.к. $T = \frac{2\pi}{\omega}$, то $\lambda_0 = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} = 8 м$

Уравнение электромагнитной волны в общем виде запишется так

$$E = E_m \cos(\omega t - kX),$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, λ – длина волны в той среде, в которой распространяется волна. Из условия задачи следует, что $k = 1{,}57 = \frac{2\pi}{\lambda}$, тогда $\lambda = \frac{2\pi}{1{,}57} = 4 \ м$

3. Во втором пункте решения получили $\lambda_0 = \frac{2\pi}{\omega} c$, т.к. частота колебания не меняется, то для любой среды $\lambda = \frac{2\pi}{\omega} V$, где λ и V соответственно длина и скорость волны в среде.

Следовательно, $\frac{2\pi}{\lambda_0} c = \frac{2\pi}{\lambda} V$ или $\frac{c}{\lambda_0} = \frac{V}{\lambda}$. Отсюда $V = \frac{c \cdot \lambda}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 4}{8} = 1{,}5 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$

4. Волновое уравнение запишется в виде:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial X^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2},$$

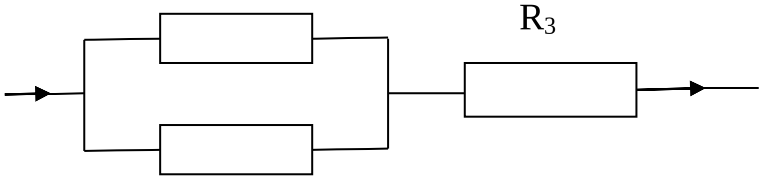
скорость в среде определили, она равна $1{,}5 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$, тогда уравнение примет вид:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial X^2} = 4{,}4 \cdot 10^{-17} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

9. РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

1. Шар массой 1 кг и радиусом 0,1 м находится на вершине пологой горки высотой 0,5 м. Шар без начальной скорости скатывается с горки и на горизонтальном участке пути сталкивается с покоящимся шаром массой 2 кг и радиусом 0,1 м. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Какую скорость приобретет второй шар после удара? Потерями на трение пренебречь.Ответ: $\upsilon_2 = 1{,}76$ м/с
2. В изображённой на рис. 9.1 электрической цепи каждый резистор может поглощать максимальную тепловую мощность 10 Вт. Сопротивление резисторовR_1= 100 Ом, R_2= 200 Ом, R_3= 20 Ом. Каково максимальное значение силы тока I, который можно пропустить по данной цепи, при котором ни один из резисторов не будет повреждён?Ответ: $I_{max} = 0{,}474\ A$



i.

3. Рис.9.1

4. Затухающие колебания происходят в колебательном контуре с индуктивностью катушки 250 мГн, емкостью конденсатора 4 мкф и сопротивлением 20 Ом. В начальный момент времени напряжение на обкладках конденсатора было 30 В., а ток в контуре отсутствовал. Запишите уравнение затухающих колебаний для заряда с числовыми коэффициентами, определите время релаксации, число колебаний за это время и добротность контура. Изобразить график затухающих колебания для заряда, соответствующих уравнению $q(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания.

Ответ: $q = 0.12e^{-40t} \cdot cos10^3t,$мКл; $\tau = 2.5 \cdot 10^{-2}$с; $N_e = 4; Q = 12.56$

Вариант 2

1. На покоящийся шар массой 0,1 кг и радиусом 0,1 м, находящийся перед пологой горкой, налетает шар массой 0,2 кг и радиусом 0,1 м, движущийся со скоростью 1 м/с. Удар упругий, прямой, центральный. На какую высоту вкатится первый шар после удара? Потерями на трение пренебречь.Ответ: $h = 0{,}126$ м
2. Сила тока в проводнике меняется по закону I = 4 + 2t, A. 1) Какой заряд пройдёт через поперечное сечение проводника за время от t = 2c до t = 6c? 2) Какая теплота выделится за данное время на проводнике с сопротивлением 60 Ом? Ответ: $q = 48$ Кл; $Q = 3.58 \cdot 10^4$Дж
3. Конденсатор емкостью 0,5 мкф подключен параллельно катушке индуктивностью 250 мГн. и сопротивлением 40 Ом. Через катушку пропустили ток 40 мА и отключили источник. Запишите уравнение колебаний напряжения на конденсаторе после отключения источника постоянного тока. Каким станет значение напряжения на конденсаторе через время, равное четырем периодам колебаний. Во сколько раз изменится энергия контура за это время. Изобразить график затухающих колебания для напряжения, соответствующих уравнению $U(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания. Ответ: $U = 30e^{-80t} \cdot \sin(2.83 \cdot 10^3 t)$, В; $U_m = 14{,}75$ В; $\frac{W_0}{W_1} = 4$

Вариант 3

1. Шар массой 1 кг, движущийся горизонтально со скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром массой 1,5 кг. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму при абсолютно упругом прямом центральном ударе? Ответ: $\frac{W_{к2}}{W_{к1}} = 0.96$
2. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампы накаливания при 20^0С равно 60 Ом, диаметр нити 1 мм. Какова будет температура нити лампы, если при включении в сеть с напряжением 220 В по нити идёт ток силой 0,35 А? Температурный коэффициент вольфрама равен $4{,}6\cdot10^{-3}$ $С^{-1}$. Определить дрейфовую скорость электронов в вольфраме, если концентрация электронов проводимости равна $6\cdot10^{28}$ $м^{-3}$.
   Ответ: $t = 2271^0\ C;\ \upsilon_{др} = 4{,}64\cdot10^{-5}$ м/с
3. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 5 мкф, катушки индуктивностью 0,4 Гн, сопротивления 30 Ом. В начальный момент времени заряд на обкладках конденсатора был равен 40 мкКл., а начальный ток был равен нулю. Каким станет напряжение на конденсаторе через время, равное времени релаксации. Найти убыль энергии в контуре из-за процесса затухания за время, равное периоду колебаний. Изобразить график затухающих колебания для заряда, соответствующих уравнению $q(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания. Ответ: $U_\tau = 2{,}94$ В; $\Delta W = 0{,}779\cdot10^{-4}$Дж

Вариант 4

1. Сплошной однородный цилиндр массой 1 кг и радиусом 0,1 м начинает скатываться с пологой горки высотой 0,5 м, плавно переходящей в горизонтальный участок. На горизонтальном участке цилиндр сталкивается с другим лежащим сплошным однородным цилиндром радиусом 0,1 м и массой 2 кг. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Какую скорость будет иметь первый цилиндр после соударения? Потерями на трение пренебречь. Ответ: $\upsilon_1 = -0{,}85\ \text{м/с}$
2. В лаборатории, удаленной от подстанции на 10 км, включили нагрузку, потребляющую ток 10 А. На сколько понизилось напряжение на зажимах электрической лампочки, горящей в той же лаборатории? Сечение медных проводов, протянутых от подстанции, равно 200 мм^2. Определить дрейфовую скорость электронов в меди при условии, что каждый атом меди даёт один электрон проводимости. Изобразить электрическую схему подключения для данной задачи. Ответ: $\Delta U = 17$ В; $\upsilon_{\text{др}} = 3{,}68 \cdot 10^{-6}\ {}^{\text{м}}/_{\text{с}}$
3. Добротность контура равна 20. Частота затухающих колебаний 1 кГц. Определить коэффициент затухания, число колебаний за время релаксации. Во сколько раз изменится энергия контура за время релаксации? Записать дифференциальное уравнение колебаний в контуре с числовыми коэффициентами. Изобразить график затухающих колебания для напряжения, соответствующих уравнению $U(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания.
4. Ответ: $\beta = 157\text{с}^{-1}; \frac{W_0}{W_\tau} = 7.39;\ \ N_e = 6.4; \ddot{q} + 314\dot{q} + 3.95 \cdot 10^7 q = 0$

Вариант 5

1. На покоящийся сплошной однородный цилиндр массой 0,1 кг и радиусом 0,1 м, находящийся перед пологой горкой, налетает сплошной однородный цилиндр массой 0,2 кг и радиусом 0,1 м, движущийся со скоростью 1 м/с. Удар упругий, прямой, центральный. На какую высоту вкатится первый цилиндр после удара? Потерями на трение пренебречь. Ответ: $h = 0.135$ м
2. Амперметр с внутренним сопротивлением R_A= 5 Ом, подключенной к зажимам батареи, показывает ток I=10 А. Вольтметр с внутренним сопротивлением R_B = 300 Ом, подключенной к зажимам такой же батареи, показывает напряжение U = 60 В. Найти ток короткого замыкания батареи. Изобразить электрическую схему подключения для данной задачи. Ответ: $I_{кз} = 55{,}9$ А
3. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 200 мГн, конденсатора емкостью 0,2 мкф и активного сопротивления. За время, равное 1 мс, напряжение на конденсаторе уменьшилось в три раза. Определить сопротивление контура, его добротность. Во сколько раз изменится энергия контура за время 1 мс. Изобразить график затухающих колебания для энергии, соответствующих уравнению $W(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания. Ответ: $R = 440$ Ом; $Q = 6.7$; $\frac{W_0}{W_1} = 7{,}39$

Вариант 6

1. Шар массой 1 кг, движущийся горизонтально со скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром большей массы и потерял при этом 80% своей кинетической энергии. Какова масса второго шара? Удар прямой, абсолютно упругий, центральный. Ответ: $m_2 = 2.62$ кг
2. Спираль в чайнике состоит из двух одинаковых секций. Сопротивление каждой секции 25 Ом. Через сколько времени закипит 2,5 литра воды, если: 1) включена одна секция; 2) обе секции включены последовательно; 3) обе секции включены параллельно. Начальная температура воды 20^0 С, напряжение в сети 220 В, КПД нагревателя 80%. Изобразить электрическую схему подключения для данной задачи. Ответ: $t_1 = 541$ с; $t_2 = 1082$ с; $t_3 = 271$ с
3. За время релаксации в колебательном контуре совершается 12,5 колебаний. Частота колебаний контура 1 кГц. Определить коэффициент затухания. Во сколько раз изменится энергия контура за время равное 5 мс. Изобразить график затухающих колебания для энергии, соответствующих уравнению $W(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания. Ответ: $\beta = 80$ с$^{-1}$; $\frac{W_0}{W_t} = 2.23$;

Вариант 7

1. Тонкостенный цилиндр массой 1 кг и радиусом 0,1 м находится на вершине пологой горки высотой 1,5 м. Цилиндр без начальной скорости скатывается с горки и на горизонтальном участке пути сталкивается с лежащим тонкостенным цилиндром массой 0,5 кг и радиусом 0,1 м. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Какую скорость приобретет второй цилиндр после удара? Потерями на трение пренебречь. Ответ: $\upsilon_2 = 5.11\ ^{\text{м}}/_{\text{с}}$
2. Сколько витков N нихромовой проволоки надо намотать на фарфоровый цилиндр диаметром $D_{ц}$ = 1,5 см, чтобы создать кипятильник, в котором в течение T = 8 минут закипает вода массой m = 1 кг, взятой при температуре t = 15^0 С? КПД кипятильника принять равным η = 0,6. Диаметр нихромовой проволоки $d_{п}$= 0,5 мм, напряжение в сети U = 220 В, удельное сопротивление нихрома ρ = $1{,}1\cdot10^{-6}$Ом·м. Ответ: $N = 148$
3. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью 1 мкф и катушку индуктивностью 0,12 Гн. В начальный момент энергия контура была сосредоточена в конденсаторе. Через 2,5 мс после начала колебаний энергия конденсатора (полная энергия контура) уменьшилась вдвое, а напряжение на конденсаторе стало равно 2,5 В. Записать уравнение затухающих колебаний напряжения на конденсаторе с числовыми коэффициентами. Изобразить график затухающих колебания для напряжения, соответствующих уравнению $U(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания. Ответ: $U = 3.54e^{-140t} \cdot cos2.9 \cdot 10^3 t$, В

Вариант 8

1. Тонкостенный цилиндр массой 1 кг и радиусом 0,1 м находится на вершине пологой горки высотой 1 м. Цилиндр без начальной скорости скатывается с горки и на горизонтальном участке пути сталкивается с лежащим тонкостенным цилиндром массой 1,5 кг и радиусом 0,1 м. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Какой скоростью будет обладать первый цилиндр после удара? Потерями на трение пренебречь. Ответ: $\upsilon_1 = -0.626\ ^{\text{м}}/_{\text{с}}$
2. От источника с напряжением 10 кВ необходимо подать мощность 500 кВт на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10% от переданной мощности? Рассчитайте длину двухпроводной линия с такими потерями, если в качестве проводника взять алюминий с диаметром поперечного сечения 1 см. Изобразить электрическую схему подключения для данной задачи. Ответ: $R = 16.53$ Ом; $L = 23$ км
3. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 100 мГн, конденсатора емкостью 5 мкф и сопротивления 10 Ом. Определить, какая часть энергии контура преобразуется в тепло за один период. Через какое время энергия в контуре уменьшится в четыре раза и сколько колебаний произойдет за это время? Изобразить график затухающих колебания для энергии, соответствующих уравнению $W(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания. Ответ: $\frac{\Delta W_T}{W_0} = 0.35$; $t = 1.38 \cdot 10^{-2}$ с; $N = 3.1$

Вариант 9

1. На покоящийся тонкостенный цилиндр массой 0,1 кг и радиусом 0,1 м, находящийся перед пологой горкой, налетает тонкостенный цилиндр массой 0,2 кг и радиусом 0,1 м, движущийся со скоростью 0,5 м/с. Удар упругий, прямой, центральный. На какую высоту вкатится первый цилиндр после удара? Потерями на трение пренебречь. Ответ: $h = 0.045$ м
2. Напряжение на зажимах 12-вольтового аккумулятора, вращающего стартёр автомобиля, равно 11,6 В при токе в цепи 40 А. Какое внутреннее сопротивление аккумулятора? Какую мощность развивает аккумулятор? Какую мощность развивает стартёр автомобиля? Сколько тепловой энергии выделится в аккумуляторе за 2 минуты? На сколько уменьшится запас химической энергии в аккумуляторе за 2 минуты? Изобразить электрическую схему подключения для данной задачи. Ответ: $r = 0.01$ Ом; $P_{ак} = 480$ Вт; $P_{ст} = 464$ Вт; $Q = 1920$ Дж; $\Delta W = 57.6$ кДж
3. В колебательном контуре конденсатору емкостью 10 мкф сообщили заряд 10 мкКл. В контуре возникли затухающие колебания. Через 10 мс напряжение на конденсаторе уменьшилось в три раза. Определить сопротивление контура и какое количество тепла выделится за это время. Индуктивность катушки 200 мГн. Изобразить график затухающих колебания для напряжения, соответствующих уравнению $U(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания. Ответ: $R = 44$ Ом; $\Delta Q = 4.4$ мкДж

Вариант 0

1. Шар массой m_1, движущийся горизонтально со скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2 =1 кг и потерял при этом 50% своей кинетической энергии. Причём $m_1>m_2$. Какова масса первого шара? Удар прямой, абсолютно упругий, центральный. Ответ: $m_1 = 5.82$ кг
2. Дана электрическая цепь (Рис.9.2), состоящая из двух резисторов R_1= 10 Ом, R_2= 20 Ом, амперметра с сопротивлением R_A= 5 Ом, с источником ЭДС ε = 12 В и внутренним сопротивлением r = 0,2 Ом. Найти показания амперметра. Какими будут показания амперметра, если источник ЭДС и амперметр поменять местами? Изобразить электрическую схему подклю-

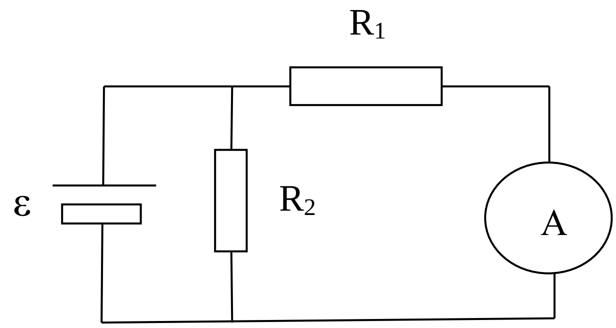


Рис.9.2

чения данной задачи для второго случая. Ответ: $I_1 = 0.781$ А; $I_2 = 0.676$ А
3. Определить коэффициент затухания для колебательного контура с конденсатором емкостью 400 нф и катушкой индуктивностью 150 мГн, если на поддержание в этом контуре незатухающих колебаний с амплитудой напряжения на конденсаторе 1 В требуется мощность 50 мкВт. Какова добротность этого контура. Изобразить график колебания для напряжения, соответствующих уравнению $U(t)$ в пределах двух времён релаксации. Примечание: изобразите на рисунке электрический колебательный контур, в котором возникают свободные затухающие колебания.
Ответ: $\beta = 157$ с$^{-1}$; $Q = 13$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1 - Фундаментальные физические величины

№	Величина	Обозначение.	Значение
1.	Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м
2.	Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85418782\cdot 10^{-12}$ Ф/м
3.	Скорость света в вакууме	c	299792458 м/с $\approx 3\cdot 10^8$ м/с
4.	Элементарный заряд	e	$1{,}6021892\cdot 10^{-19}$ Кл
5.	Постоянная Планка	h	$6{,}626176\cdot 10^{-34}$ Дж·с
	Постоянная Планка (редуцированная)	$\hbar$	$1{,}0545887\cdot 10^{-34}$Дж·с
6.	Число Авогадро	N_A	$6{,}0220943\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
7.	Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}6605655\cdot 10^{-27}$ кг
8.	Энергетический эквивалент одной а.е.м.		931,5016 МэВ
9	Масса покоя: электрона	m_e	$9{,}109534\cdot 10^{-31}$ кг
			$5{,}4858026\cdot 10^{-4}$а.е.м.
10	мюона	m_μ	$1{,}883566\cdot 10^{-28}$ кг
			0,11342920 а.е.м.
11	протона	m_p	$1{,}6726485\cdot 10^{-27}$ кг
			1,007276470 а.е.м.
12	нейтрона	m_n	$1{,}6749543\cdot 10^{-27}$ кг
			1,008665012 а.е.м.
13.	Удельный заряд электрона	e/m_e	$1{,}7588047\cdot 10^{11}$ Кл·кг
14.	Число Фарадея	F	$9{,}648456\cdot 10^4$ ККл/моль
15.	Постоянная Ридберга	R	$1{,}097373142\cdot 10^7$ м$^{-1}$
16.	Боровский радиус	a_0	$5{,}2917706\cdot 10^{-11}$ м
17	Комптоновская длина волны: электрона	$\lambda_к$	$2{,}4263089\cdot 10^{-12}$ м
18	протона	$\lambda_к$	$1{,}3214099\cdot 10^{-15}$ м
19.	Магнетон Бора	$\mu_Б$	$9{,}274078\cdot 10^{-24}$ Дж/Т
20.	Ядерный магнетон	$\mu_{яд}$	$5{,}050824\cdot 10^{-27}$ Дж/Т
21	Магнитный момент: электрона	μ_e	$9{,}284832\cdot 10^{-24}$ Дж/Т
22	протона	μ_p	$1{,}4106171\cdot 10^{-26}$ Дж/Т
23.	Газовая постоянная	R	8,31441 Дж/(моль·К)
24.	Объем 1 моля идеального газа	V_0	$2{,}241383\cdot 10^{-2}$ м^3/моль
25.	Постоянная Больцмана	k	$1{,}380662\cdot 10^{-23}$ Дж/К
26.	Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67032\cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
27.	Гравитационная постоянная	G	$6{,}6720\cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2

№	Величина	Обо-значе-ние.	Значение
28.	Квант магнитного потока	Φ_0	$2{,}0678506 \cdot 10^{-15}$ Вб
29.	Квант циркуляции		$3{,}6369455 \cdot 10^{-4}$ Дж/(Гц·кг)

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 1. Механика: учебное пособие / И.В. Савельев. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 352 с.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 2. Электричество и магнетизм: учебное пособие / И.В. Савельев. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 352 с.

3. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 3. Молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие / И.В. Савельев. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 224 с

4. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 4. Волны. Оптика: учебное пособие / И.В. Савельев. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 256 с.

5. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц: учебное пособие / И.В. Савельев. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 384 с.

6. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие для вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 560с.

7. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики: учеб. пособие / Т.И. Трофимова. - М.: Высш. шк., 2008. - 404с.

8. Трофимова, Т. И. Физика [Текст] : учебник / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2012. - 316с

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х тт. Том 1. Механика: учебное пособие / И.В. Савельев. — М.: Наука., 1988. – 304с.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х тт. Том 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика.: учебное пособие / И.В. Савельев. — М.: Наука., 1988. – 496с.

3. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х тт. Том 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц.: учебное пособие / И.В. Савельев. — М.: Наука., 1988. – 304с.

4. Лисейкина, Т. А. Курс физики. Раздел 1. Механика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т. А. Лисейкина, Т. Ю. Пинегина, А. Г. Черевко ; Сиб. гос. ун-т телекоммуникаций и информатики. - Электрон. дан. (1 файл). - Новосибирск : СибГУТИ, 2007. - 122 с.

5. Лисейкина, Т. А. Курс физики. Раздел шестой. Статистическая физика и термодинамика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т. А. Лисейкина, Т. Ю. Пинегина, А. Г. Черевко ; Сиб. гос. ун-т телекоммуникаций и информатики. - Электрон. дан. (1 файл). - Новосибирск : СибГУТИ, 2013. - 122 с.