Задание № 8.

Доказать справедливость рассуждения на языке ИП. Построить множество дизъюнктов для рассуждения. Для этого привести посылки и отрицание заключения к ПНФ, а затем к Сколемовской стандартной форме. Использовать формализацию из задания № 7

Варианты заданий

1. Каждый член группы любит логику и программирование. Некоторые члены группы – девушки. Следовательно, существуют девушки, которые любят программирование.
2. Все дельфины относятся к китообразным. Ни одна рыба не является китообразной. Следовательно, ни одна рыба не является дельфином.
3. Ваня - мальчик, у которого нет автомобиля. Марго любит только мальчиков, имеющих автомобили. Следовательно, Марго не любит Ваню.
4. Ни один республиканец или демократ не является социалистом. Джон-социалист. Следовательно, Джон не республиканец.
5. Все рациональные числа являются действительными числами. Некоторые рациональные числа - целые числа. Следовательно, некоторые действительные числа - целые числа.
6. Все первокурсники встречаются со всеми второкурсниками. Ни один первокурсник не встречается ни с одним студентом предпоследнего курса. Существуют первокурсники. Следовательно, ни один второкурсник не является студентом предпоследнего курса.
7. Ни один преподаватель не является невеждой. Некоторые невежды попадают в институт. Следовательно, некоторые люди, попадающие в институт, не являются преподавателями.
8. Некоторые первокурсники любят всех второкурсников. Ни один первокурсник не любит никого из студентов последнего курса. Следовательно, ни один второкурсник не является студентом последнего курса.
9. Все, кто живёт в доме №5, заядлые охотники. Все живущие на соседней улице не увлекаются охотой. Все, кто не живёт в доме №5, рыбаки. Следовательно, все живущие на соседней улице являются рыбаками.
10. Всякий разумный философ - циник и только женщины являются разумными философами. Существуют разумные философы. Следовательно, некоторые из женщин - циники.
11. Всякий, кто находится в здравом уме, может понимать математику. Ни один из сыновей Гегеля не может понимать математику. Сумасшедшие не допускаются к голосованию. Следовательно, никто из сыновей Гегеля не допускается к голосованию.
12. Ни один торговец не покупает использованную машину для своей семьи. Некоторые люди, которые покупают использованные машины для своих

семей, нечестны. Следовательно, некоторые нечестные люди не являются торговцами.

13. Все люди добры и благородны. Существуют легкомысленные люди. Следовательно, существуют легкомысленные и благородные люди.

14. Все люди или добры, или злы. Существуют скупые люди. Следовательно, существуют или скупые или злые люди.

15. Все студенты нашей группы любят физику или математику. Каждый, кто любит физику, участвует в олимпиаде. Ни один студент нашей группы не участвовал в олимпиаде. Следовательно, в нашей группе все студенты любят математику.

16. Каждый атлет - силён. Каждый, кто силён и интеллигентен, добьётся в жизни успеха. Петр - атлет и интеллигентен. Следовательно, Петр добьётся в жизни успеха.

17. Ни один студент или аспирант не является невеждой. Петя - невежда. Следовательно, он не студент.

18. Все добрые люди являются благородными людьми. Некоторые добрые люди - несчастны. Следовательно, некоторые благородные люди несчастны.

19. Ни один порядочный человек не обидит беззащитного. Все живущие в домах для престарелых - беззащитные. Следовательно, ни один порядочный человек не обидит никого из живущих в домах для престарелых.

20. Всякий чуткий человек отзывчив и только женщины являются чуткими людьми. Существуют чуткие люди. Следовательно, некоторые из женщин отзывчивы.

21. Ни один студент не приобретает с рук подержанный магнитофон. Некоторые люди, которые приобретают с рук подержанные магнитофоны, спекулянты. Следовательно, некоторые спекулянты не являются студентами.

22. Некоторые студенты любят всех преподавателей. Ни один студент не любит ни одного невежду. Следовательно ни один преподаватель не является невеждой.

23. Таможенники возвращают всех, кто въехал в страну без паспорта. Люди на машинах въехали в страну и были возвращены лишь другими людьми на машинах. Ни один человек на машине не имел паспорта. Следовательно, некоторые таможенники были на машинах.

24. Преподаватели принимали экзамены у всех студентов, не являющихся отличниками. Некоторые аспиранты и студенты сдавали экзамены только аспирантам. Ни один из аспирантов не был отличником. Следовательно, некоторые преподаватели были аспирантами.

I. Пример решения задания

Доказать следующее утверждение на естественном языке: ”Ни один первокурсник не любит второкурсников. Все живущие в общежитии -

второкурсники. Следовательно, ни один первокурсник не любит никого из живущих в общежитии".

Формализация рассуждения приведена ниже.

(Посылка 1) $\forall x(P(x)\to\forall y(B(y)\to\neg L(x,y)))$

(Посылка 2) $\forall x(O(x)\to B(x))$

(Заключение) $\forall x(P(x)\to\forall y(O(y)\to\neg L(x,y)))$

Докажем рассуждение «от противного», построив логическое произведение посылок и отрицания заключения.

Посылка 1: $\forall x(P(x)\to\forall y(B(y)\to\neg L(x,y))) = \forall x(\neg P(x)\vee\forall y(\neg B(y)\vee\neg L(x,y))) =$

$= \forall x\forall y\,(\neg P(x)\vee \neg B(y)\vee\neg L(x,y))$ формула преобразована к ПНФ.

Посылка 2: $\forall x(O(x)\to B(x)) = \forall x(\neg\, O(x)\vee B(x))$ формула преобразована к ПНФ.

Отрицание заключения: $\neg\,(\forall x(P(x)\to\forall y(O(y)\to\neg L(x,y)))\,) =$

$= \neg\,(\,\forall x(\neg P(x)\vee\forall y(\neg O(y)\vee\neg L(x,y)))\,) = \neg\,(\forall x\forall y\,(\neg P(x)\vee \neg O(y)\vee\neg L(x,y)))$ $= \exists\, x\, \exists y\, \neg(\neg P(x)\vee \neg O(y)\vee\neg L(x,y))$ (применили правило двойственности кванторов)

$\exists x\exists y\neg(\neg P(x)\vee\neg O(y)\vee\neg L(x,y)) = \exists x\exists y(P(x)\&O(y)\&L(x,y))$ формула преобразована к ПНФ.

Преобразование Сколема и получение множества дизъюнктов.

Посылка 1: ПНФ $\forall x\forall y\,(\neg P(x)\vee \neg B(y)\vee\neg L(x,y))$ при отсутствии кванторов существования совпадает со Сколемовской стандартной формой. Получаем дизъюнкт: $\neg P(x)\vee \neg B(y)\vee\neg L(x,y)$

Посылка 2: ПНФ $\forall x(\neg\, O(x)\vee B(x))$ при отсутствии кванторов существования совпадает со Сколемовской стандартной формой. Получаем дизъюнкт: $\neg\, O(x)\vee B(x))$

Отрицание заключения: ПНФ $\exists x\exists y(P(x)\&O(y)\&L(x,y))$

Применяем два раза преобразование Сколема, вычёркивая кванторы существования и заменяя последовательно переменные x, y константами a, b:

$P(a)\&O(b)\&L(a,b)$

Получили три дизъюнкта: $P(a)$, $O(b)$, $L(a,b)$

По теореме о логическом следствии построим произведение:

(Посылка 1)&(Посылка 2)& ¬(Заключение)

$(\forall x\forall y\,(\neg P(x)\vee \neg B(y)\vee\neg L(x,y))\ \&\ (\forall x(\neg\, O(x)\vee B(x)))\ \&\ P(a)\&O(b)\&L(a,b)$

Для посылки 1 справедливо следующее: поскольку формула $\forall x \forall y\ (\neg P(x) \vee \neg B(y) \vee \neg L(x,y))$ верна для ВСЕХ x, y , эта формула будет верна и при x=a, y= b

Подставим в посылку 1 эти значения вместо x, y. Получим $\neg P(a) \vee \neg B(b) \vee \neg L(a,b)$

Аналогично, для посылки 2 $\forall x(\neg O(x) \vee B(x))$ выражение, верное для ВСЕХ x будет верно и в случае, когда x= b. Получим $(\neg O(b) \vee B(b))$

Теперь произведение (Посылка 1)&(Посылка 2)& ¬(Заключение) примет вид:

$(\neg P(a) \vee \neg B(b) \vee \neg L(a,b)) \& (\neg O(b) \vee B(b)) \& P(a) \& O(b) \& L(a,b) =$
$= (\neg P(a) \vee \neg B(b) \vee \neg L(a,b)) \& (\underline{\neg O(b)} \& P(a) \& \underline{O(b)} \& L(a,b) \vee B(b) \&$
$P(a) \& O(b) \& L(a,b)\ ) = (\neg P(a) \vee \neg B(b) \vee \neg L(a,b)) \& B(b) \& P(a) \& O(b) \& L(a,b) =$
$= \underline{\neg P(a)} \& B(b) \& \underline{P(a)} \& O(b) \& L(a,b) \vee \underline{\neg B(b)} \& \underline{B(b)} \& P(a) \& O(b) \& L(a,b) \vee$
$\underline{\neg L(a,b)} \& B(b) \& P(a) \& O(b) \& \underline{L(a,b)} = Л \vee Л \vee Л = Л$

Выделенные цветом логические произведения обращаются в ноль (Ложь), поскольку каждое содержит пару сомножителей вида Атом & ¬ Атом (такие пары подчёркнуты).
Поскольку доказано, что (Посылка 1)&(Посылка 2)& ¬(Заключение) = Ложь, исходное рассуждение верно.