Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Чувашская государственная сельскохозяйственная академия»

**СБОРНИК**

**ЗАДАНИЙ И МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ**

**по курсу теоретической механики**

Часть 2

Чебоксары-2013

1

УДК 531.8

ББК 22.21

Рецензент: канд.техн.наук доцент кафедры теоретической и прикладной ме- ханики Чебоксарского политехнического института (филиала) ГОУ ВПО

«Московский государственный открытый университет» Андреев В.И.

Сборник заданий и методическое руководство к расчетно-графической работе по курсу теоретической механики: Учебно-методическое пособие. Часть 2/Сост. С.С.Алатырев, И.С.Кручинкина.- Чебоксары: ФГБОУ ВПО ЧГСХА, 2013. - 55с.

В пособии приведены задания к расчетно-графической работе по тео- ретической механике, показан пример ее выполнения. Кроме того, каждое задание сопровождается краткими теоретическими сведениями в виде мето- дических рекомендаций к выполнению работы. В пособии представлены также вопросы для самопроверки при подготовке к публичной защите рабо- ты.

Оно предназначено для обеспечения самостоятельной работы студен- тов очного и заочного обучения при изучении курса теоретической механики по направлениям подготовки 110800 «Агроинженерия» и 190600 «Эксплуа- тация транспортно-технологических машин и комплексов».

Рекомендовано к изданию учебно-методическим советом ФГБОУ ВПО ЧГСХА.

© Полиграфический отдел ФГБОУ ВПО ЧГСХА, 2013

© С.С.Алатырев, И.С.Кручинкина, 2013

2

Предисловие

Теоретическая механика как одна из важнейших физико- математических дисциплин играет существенную роль в подготовке инжене- ров. На ее базе основаны многие общеинженерные дисциплины, такие, как сопротивление материалов, теория механизмов и машин, детали машин и др. На основе теорем и положений теоретической механики [3] решают инже- нерные задачи, проводят обоснование конструкций и параметров машин, ме- ханизмов и сооружений. В этой связи при изучении данного курса требуется не только глубокого изучения теории, но и приобретения твердых навыков в решении практических задач.

Практические навыки в решении инженерных задач студент приобре- тает в большей степени самостоятельно при выполнении расчетно- графических работ.

Ранее для выполнения расчетно-графических работ по теоретической механике использовалось на инженерном факультете академии учебное по- собие под редакцией А.А.Яблонского [2]. Однако это пособие содержит уз- конаправленные задания, не способствующие, на наш взгляд, в полной мере приобретению студентами навыков комплексного использования основных положений механики в инженерных расчетах. К тому же названное учебное пособие в основном рассчитано для машиностроительных, строительных и других промышленных специальностей.

Настоящее учебно-методическое пособие учитывает отмеченные выше особенности. Оно тесно увязано тематически с учебными планами направле- ния «Агроинженерия» и составлено в соответствии с государственным обра- зовательным стандартом третьего поколения.

При выполнении расчетно-графической работы вариант индивидуаль- ных заданий студент определяет по шифру, установленному преподавателем.

3

# 1. Содержание первого задания

Автомобиль, имея в точке *А* начальную скорость 0, преодолевает пре- пятствие *ABCD* и останавливается, профиль которого изображен на расчет- ной схеме.

Необходимо составить и проинтегрировать дифференциальное уравне- ние движения автомобиля на каждом из участков пути, определить скорость автомобиля в точке *В* и *С*, время движения по участку *CD* и его длину 3, если заданы масса автомобиля, силы тяги и сопротивления движению, действую- щие на него на каждом из участков, уклоны продольного профиля препятст- вия, длина 1 участка *АВ* и время движения *t2* автомобиля по второму участку *ВС*.

Исходные данные приведены в таблице 1.1.

Пользуясь результатами расчетов, построить в соответствующих мас- штабах графики движения, скорости и ускорения автомобиля для каждого участка дороги.

4

5

Таблица 1.1 – Исходные данные к первому заданию

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ва-ри-ант | Расчетная схема | № стро- ки | m, тыс. кг | Сила тяги, кН | Сила сопро- тивления, кН | Угол, град |  0,м/с | *l*1, м | t2, с |
| F1 | F2 | F3 | R1 | R2 | R3 | α1 | α2 | α3 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 1 |  | 1 | 8 | 0 | 16 | 0 | 20 | 8 | 8 | 20 | 5 | 0 | 1,0 | 10 | 10 |
| 2 | 8 | 0 | 18 | 0 | 16 | 6 | 8 | 18 | 7 | 0 | 1,2 | 12 | 8 |
| 3 | 8 | 0 | 24 | 0 | 8 | 2 | 4 | 20 | 15 | 0 | 1,6 | 15 | 12 |
| 4 | 10 | 0 | 20 | 0 | 12 | 2 | 6 | 22 | 8 | 0 | 1,4 | 10 | 8 |
| 5 | 10 | 0 | 22 | 0 | 4 | 3 | 4 | 17 | 10 | 0 | 2,0 | 20 | 10 |
| 6 | 10 | 0 | 24 | 0 | 20 | 8 | 4 | 18 | 6 | 0 | 1,8 | 8 | 12 |
| 7 | 10 | 0 | 24 | 0 | 10 | 2 | 4 | 18 | 10 | 0 | 1,6 | 15 | 10 |
| 8 | 12 | 0 | 24 | 0 | 12 | 2 | 5 | 20 | 10 | 0 | 2,0 | 12 | 8 |
| 2 |  | 1 | 8 | 0 | 10 | 0 | 16 | 2 | 2 | 20 | 0 | 5 | 1,0 | 10 | 10 |
| 2 | 8 | 0 | 12 | 0 | 12 | 4 | 1 | 22 | 0 | 6 | 1,2 | 8 | 8 |
| 3 | 8 | 0 | 14 | 4 | 20 | 8 | 2 | 18 | 0 | 7 | 0,8 | 9 | 6 |
| 4 | 12 | 0 | 18 | 6 | 30 | 6 | 3 | 22 | 0 | 6 | 1,4 | 7 | 8 |
| 5 | 12 | 0 | 20 | 4 | 25 | 8 | 4 | 25 | 0 | 8 | 1,1 | 8 | 7 |
| 6 | 12 | 0 | 16 | 6 | 12 | 4 | 2 | 20 | 0 | 8 | 1,2 | 9 | 10 |
| 7 | 10 | 0 | 12 | 4 | 8 | 2 | 1 | 18 | 0 | 6 | 1,4 | 10 | 11 |
| 8 | 10 | 0 | 20 | 0 | 6 | 12 | 2 | 17 | 0 | 5 | 1,8 | 11 | 12 |
| 3 |  | 1 | 10 | 34 | 7 | 0 | 6 | 5 | 40 | 8 | 0 | 5 | 10,0 | 30 | 10 |
| 2 | 10 | 34 | 5 | 0 | 5 | 4 | 60 | 10 | 0 | 6 | 8,0 | 20 | 8 |
| 3 | 10 | 34 | 4 | 0 | 3 | 2 | 60 | 12 | 0 | 7 | 10,0 | 25 | 12 |
| 4 | 8 | 30 | 5 | 0 | 4 | 3 | 50 | 15 | 0 | 8 | 7,5 | 28 | 6 |
| 5 | 8 | 30 | 4 | 0 | 6 | 2 | 505 | 10 | 0 | 10 | 9,0 | 22 | 14 |
| 6 | 8 | 40 | 5 | 0 | 8 | 4 | 0 | 12 | 0 | 10 | 6,0 | 16 | 10 |
| 7 | 12 | 40 | 5 | 0 | 6 | 3 | 605 | 7 | 0 | 8 | 4,0 | 10 | 12 |
| 8 | 12 | 35 | 6 | 0 | 3 | 5 | 0 | 5 | 0 | 6 | 10,0 | 25 | 14 |

Продолжение таблицы 1.1

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 4 |  | 1 | 12 | 0 | 20 | 0 | 6 | 7 | 60 | 15 | 0 | 6 | 0,8 | 5 | 6 |
| 2 | 12 | 0 | 15 | 0 | 9 | 10 | 70 | 17 | 0 | 8 | 0,4 | 10 | 12 |
| 3 | 12 | 0 | 25 | 0 | 10 | 15 | 50 | 18 | 0 | 7 | 0,6 | 12 | 10 |
| 4 | 10 | 0 | 20 | 0 | 20 | 10 | 50 | 20 | 0 | 8 | 6,0 | 20 | 15 |
| 5 | 10 | 0 | 30 | 0 | 24 | 20 | 60 | 22 | 0 | 10 | 4,5 | 10 | 12 |
| 6 | 10 | 0 | 15 | 0 | 30 | 5 | 50 | 12 | 0 | 7 | 1,2 | 25 | 8 |
| 7 | 108 | 0 | 22 | 0 | 25 | 6 | 50 | 10 | 0 | 12 | 1,0 | 18 | 10 |
| 8 | 8 | 0 | 20 | 0 | 20 | 10 | 40 | 8 | 0 | 6 | 0,9 | 22 | 8 |
| 5 |  | 1 | 8 | 40 | 30 | 0 | 15 | 20 | 14 | 5 | 0 | 6 | 1,8 | 20 | 10 |
| 2 | 8 | 45 | 40 | 0 | 8 | 25 | 14 | 6 | 0 | 7 | 1,0 | 25 | 8 |
| 3 | 8 | 45 | 30 | 0 | 12 | 14 | 18 | 7 | 0 | 6 | 0,8 | 22 | 6 |
| 4 | 10 | 50 | 25 | 0 | 10 | 15 | 20 | 8 | 0 | 5 | 1,2 | 30 | 10 |
| 5 | 10 | 50 | 30 | 0 | 15 | 20 | 17 | 10 | 0 | 6 | 0,9 | 28 | 7 |
| 6 | 10 | 45 | 20 | 0 | 15 | 25 | 15 | 12 | 0 | 5 | 6,0 | 20 | 5 |
| 7 | 12 | 45 | 25 | 10 | 6 | 20 | 16 | 8 | 0 | 7 | 1,4 | 18 | 6 |
| 8 | 12 | 50 | 25 | 0 | 12 | 20 | 16 | 6 | 0 | 7 | 2,0 | 25 | 10 |
| 6 |  | 1 | 12 | 45 | 0 | 0 | 6 | 20 | 65 | 5 | 15 | 0 | 1,2 | 30 | 4 |
| 2 | 12 | 50 | 0 | 0 | 6 | 15 | 30 | 6 | 10 | 0 | 1,0 | 28 | 8 |
| 3 | 12 | 45 | 0 | 0 | 12 | 15 | 40 | 7 | 8 | 0 | 1,4 | 25 | 10 |
| 4 | 10 | 50 | 0 | 0 | 10 | 201 | 30 | 8 | 12 | 0 | 1,2 | 20 | 8 |
| 5 | 10 | 50 | 0 | 0 | 10 | 5 | 25 | 10 | 7 | 0 | 1,3 | 26 | 6 |
| 6 | 10 | 50 | 0 | 0 | 5 | 20 | 60 | 12 | 18 | 0 | 1,8 | 36 | 7 |
| 7 | 10 | 50 | 0 | 0 | 10 | 15 | 35 | 15 | 8 | 0 | 5,0 | 12 | 4 |
| 8 | 8 | 30 | 0 | 0 | 8 | 10 | 30 | 18 | 7 | 0 | 8,0 | 20 | 6 |

7

Продолжение таблицы 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 7 |  | 1 | 10 | 35 | 40 | 0 | 6 | 6 | 45 | 0 | 5 | 6 | 2,0 | 20 | 5 |
| 2 | 12 | 30 | 40 | 0 | 9 | 6 | 50 | 0 | 6 | 5 | 1,8 | 22 | 8 |
| 3 | 12 | 25 | 35 | 0 | 12 | 9 | 40 | 0 | 7 | 5 | 1,6 | 18 | 4 |
| 4 | 10 | 25 | 35 | 0 | 12 | 6 | 50 | 0 | 8 | 6 | 1,4 | 25 | 6 |
| 5 | 10 | 30 | 45 | 0 | 5 | 10 | 40 | 0 | 10 | 5 | 1,2 | 28 | 4 |
| 6 | 10 | 25 | 45 | 0 | 10 | 5 | 50 | 0 | 12 | 6 | 1,0 | 22 | 4 |
| 7 | 10 | 30 | 35 | 0 | 7,5 | 5 | 45 | 0 | 8 | 5 | 0,8 | 16 | 6 |
| 8 | 10 | 20 | 30 | 0 | 7,5 | 10 | 40 | 0 | 7 | 6 | 1,2 | 20 | 8 |
| 8 |  | 1 | 8 | 25 | 35 | 0 | 8 | 4 | 40 | 0 | 20 | 0 | 3,0 | 20 | 4 |
| 2 | 8 | 28 | 35 | 0 | 4 | 8 | 44 | 0 | 18 | 0 | 3,2 | 25 | 6 |
| 3 | 8 | 20 | 35 | 0 | 6 | 12 | 48 | 0 | 18 | 0 | 2,4 | 30 | 5 |
| 4 | 10 | 30 | 40 | 0 | 10 | 5 | 40 | 0 | 15 | 0 | 2,6 | 28 | 4 |
| 5 | 10 | 25 | 40 | 0 | 7,5 | 10 | 45 | 0 | 12 | 0 | 2,8 | 26 | 5 |
| 6 | 10 | 25 | 40 | 0 | 5 | 15 | 45 | 0 | 10 | 0 | 2,0 | 24 | 10 |
| 7 | 12 | 30 | 45 | 0 | 12 | 6 | 50 | 0 | 8 | 0 | 2,2 | 22 | 8 |
| 8 | 12 | 30 | 45 | 0 | 6 | 12 | 45 | 0 | 7 | 0 | 2,4 | 25 | 6 |
| 9 |  | 1 | 12 | 45 | 40 | 0 | 6 | 10 | 35 | 5 | 8 | 0 | 7,2 | 10 | 8 |
| 2 | 12 | 50 | 40 | 0 | 9 | 10 | 30 | 6 | 7 | 0 | 7,4 | 12 | 6 |
| 3 | 12 | 50 | 45 | 0 | 12 | 10 | 35 | 7 | 6 | 0 | 7,6 | 20 | 10 |
| 4 | 12 | 55 | 45 | 0 | 6 | 9 | 25 | 8 | 5 | 0 | 7,8 | 25 | 12 |
| 5 | 10 | 45 | 40 | 0 | 10 | 10 | 30 | 10 | 8 | 0 | 8,0 | 20 | 5 |
| 6 | 10 | 40 | 45 | 0 | 7 | 12 | 30 | 12 | 10 | 0 | 7,7 | 14 | 6 |
| 7 | 10 | 45 | 40 | 0 | 5 | 15 | 25 | 15 | 8 | 0 | 7,5 | 12 | 8 |
| 8 | 8 | 35 | 30 | 0 | 4 | 10 | 30 | 18 | 7 | 0 | 7,8 | 8 | 6 |

Продолжение таблицы 1.1

8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 10 |  | 1 | 10 | 40 | 45 | 0 | 12 | 6 | 6 | 5 | 15 | 6 | 8,0 | 20 | 4 |
| 2 | 10 | 45 | 45 | 10 | 9 | 6 | 9 | 6 | 12 | 7 | 7,8 | 25 | 5 |
| 3 | 10 | 40 | 45 | 10 | 6 | 9 | 6 | 7 | 10 | 8 | 7,8 | 22 | 6 |
| 4 | 8 | 40 | 40 | 15 | 4 | 4 | 8 | 8 | 18 | 10 | 7,7 | 30 | 4 |
| 5 | 10 | 45 | 40 | 15 | 10 | 10 | 5 | 10 | 12 | 15 | 7,6 | 28 | 8 |
| 6 | 10 | 35 | 40 | 10 | 10 | 5 | 5 | 12 | 15 | 12 | 7,5 | 32 | 7 |
| 7 | 10 | 40 | 40 | 15 | 5 | 10 | 5 | 15 | 12 | 15 | 7,4 | 36 | 10 |
| 8 | 8 | 40 | 35 | 10 | 8 | 4 | 4 | 12 | 15 | 15 | 7,3 | 34 | 6 |
| 11 |  | 1 | 12 | 0 | 0 | 0 | 9 | 20 | 45 | 15 | 16 | 7 | 1,0 | 12 | 6 |
| 2 | 12 | 0 | 0 | 0 | 10 | 20 | 40 | 16 | 17 | 8 | 1,1 | 10 | 5 |
| 3 | 12 | 0 | 0 | 0 | 15 | 25 | 45 | 17 | 18 | 10 | 1,2 | 8 | 4 |
| 4 | 12 | 0 | 0 | 0 | 15 | 20 | 35 | 17 | 16 | 5 | 1,3 | 10 | 10 |
| 5 | 8 | 0 | 0 | 0 | 20 | 15 | 40 | 18 | 17 | 6 | 1,4 | 11 | 10 |
| 6 | 8 | 0 | 0 | 0 | 18 | 15 | 40 | 15 | 17 | 7 | 1,5 | 12 | 6 |
| 7 | 8 | 0 | 0 | 0 | 14 | 18 | 35 | 15 | 17 | 6 | 1,6 | 15 | 7 |
| 8 | 10 | 0 | 0 | 0 | 12 | 25 | 30 | 16 | 18 | 7 | 1,4 | 10 | 8 |
| 12 |  | 1 | 8 | 28 | 40 | 14 | 8 | 4 | 24 | 0 | 15 | 7 | 2,0 | 20 | 5 |
| 2 | 8 | 20 | 35 | 10 | 4 | 8 | 28 | 0 | 12 | 6 | 1,8 | 22 | 4 |
| 3 | 8 | 20 | 35 | 0 | 4 | 8 | 20 | 0 | 10 | 5 | 1,6 | 25 | 4 |
| 4 | 8 | 25 | 30 | 10 | 6 | 4 | 20 | 0 | 8 | 8 | 1,7 | 30 | 6 |
| 5 | 10 | 30 | 45 | 15 | 5 | 10 | 25 | 0 | 7 | 10 | 1,5 | 28 | 5 |
| 6 | 10 | 25 | 45 | 10 | 10 | 20 | 25 | 0 | 6 | 8 | 1,4 | 26 | 4 |
| 7 | 10 | 25 | 35 | 10 | 5 | 20 | 20 | 0 | 5 | 7 | 1,6 | 24 | 6 |
| 8 | 12 | 30 | 40 | 0 | 6 | 13 | 22 | 0 | 7 | 6 | 1,8 | 28 | 8 |

9

Продолжение таблицы 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 13 |  | 1 | 12 | 0 | 0 | 0 | 18 | 14 | 40 | 15 | 18 | 0 | 1,0 | 20 | 8 |
| 2 | 12 | 0 | 0 | 0 | 9 | 20 | 40 | 16 | 17 | 0 | 1,2 | 16 | 10 |
| 3 | 12 | 0 | 0 | 0 | 12 | 15 | 30 | 17 | 16 | 0 | 1,4 | 15 | 7 |
| 4 | 12 | 0 | 0 | 0 | 20 | 20 | 35 | 20 | 20 | 0 | 1,6 | 18 | 9 |
| 5 | 10 | 0 | 0 | 0 | 20 | 15 | 40 | 20 | 18 | 0 | 1,8 | 12 | 12 |
| 6 | 10 | 0 | 0 | 0 | 20 | 20 | 40 | 17 | 20 | 0 | 2,0 | 14 | 15 |
| 7 | 10 | 0 | 0 | 0 | 25 | 20 | 35 | 20 | 20 | 0 | 1,9 | 15 | 10 |
| 8 | 8 | 0 | 0 | 0 | 15 | 25 | 40 | 18 | 17 | 0 | 1,7 | 20 | 14 |
| 14 |  | 1 | 10 | 0 | 45 | 0 | 5 | 10 | 30 | 15 | 10 | 6 | 1,0 | 25 | 6 |
| 2 | 10 | 0 | 45 | 0 | 10 | 5 | 40 | 16 | 8 | 12 | 1,3 | 20 | 5 |
| 3 | 10 | 0 | 50 | 0 | 15 | 20 | 30 | 17 | 6 | 10 | 1,5 | 18 | 4 |
| 4 | 8 | 0 | 35 | 0 | 20 | 10 | 35 | 18 | 7 | 8 | 1,7 | 16 | 6 |
| 5 | 8 | 0 | 45 | 0 | 25 | 10 | 30 | 20 | 12 | 7 | 1,9 | 22 | 5 |
| 6 | 8 | 0 | 35 | 0 | 28 | 15 | 32 | 22 | 10 | 8 | 1,8 | 17 | 10 |
| 7 | 8 | 0 | 30 | 0 | 15 | 17 | 30 | 20 | 8 | 7 | 1,5 | 19 | 8 |
| 8 | 12 | 0 | 40 | 0 | 12 | 15 | 40 | 15 | 7 | 8 | 1,4 | 16 | 6 |
| 15 |  | 1 | 12 | 0 | 40 | 0 | 20 | 18 | 16 | 18 | 12 | 5 | 2,4 | 20 | 5 |
| 2 | 12 | 0 | 40 | 0 | 18 | 12 | 16 | 17 | 10 | 6 | 2,2 | 24 | 6 |
| 3 | 12 | 0 | 45 | 14 | 20 | 16 | 12 | 16 | 8 | 7 | 2,3 | 22 | 4 |
| 4 | 10 | 0 | 35 | 10 | 20 | 10 | 10 | 15 | 7 | 6 | 2,6 | 18 | 7 |
| 5 | 10 | 0 | 45 | 10 | 25 | 10 | 15 | 20 | 12 | 7 | 1,8 | 15 | 8 |
| 6 | 10 | 0 | 40 | 10 | 10 | 5 | 10 | 18 | 10 | 8 | 1,5 | 25 | 6 |
| 7 | 8 | 0 | 30 | 15 | 10 | 4 | 10 | 20 | 8 | 12 | 1,4 | 17 | 9 |
| 8 | 8 | 0 | 45 | 10 | 20 | 3 | 15 | 18 | 7 | 6 | 1,7 | 19 | 5 |

Продолжение таблицы 1.1

10

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 16 |  | 1 | 10 | 30 | 0 | 0 | 25 | 20 | 30 | 0 | 20 | 0 | 1,0 | 10 | 5 |
| 2 | 10 | 35 | 0 | 0 | 20 | 20 | 20 | 0 | 18 | 0 | 1,2 | 12 | 4 |
| 3 | 10 | 40 | 0 | 0 | 15 | 20 | 20 | 0 | 15 | 0 | 1,4 | 8 | 10 |
| 4 | 12 | 45 | 0 | 0 | 20 | 15 | 30 | 0 | 18 | 0 | 1,3 | 9 | 8 |
| 5 | 12 | 45 | 0 | 0 | 12 | 15 | 28 | 0 | 20 | 0 | 1,5 | 12 | 12 |
| 6 | 12 | 40 | 0 | 0 | 24 | 20 | 40 | 0 | 18 | 0 | 2,0 | 7 | 10 |
| 7 | 12 | 45 | 0 | 0 | 20 | 10 | 35 | 0 | 17 | 0 | 1,8 | 8 | 9 |
| 8 | 8 | 35 | 0 | 0 | 14 | 20 | 40 | 0 | 22 | 0 | 1,7 | 10 | 6 |
| 17 |  | 1 | 12 | 25 | 0 | 0 | 14 | 20 | 16 | 0 | 20 | 5 | 1,2 | 9 | 5 |
| 2 | 12 | 20 | 0 | 0 | 12 | 15 | 19 | 0 | 20 | 6 | 1,0 | 12 | 4 |
| 3 | 12 | 20 | 0 | 10 | 12 | 20 | 16 | 0 | 16 | 7 | 1,4 | 10 | 8 |
| 4 | 10 | 25 | 0 | 15 | 15 | 15 | 15 | 0 | 17 | 8 | 1,6 | 14 | 9 |
| 5 | 10 | 30 | 0 | 20 | 10 | 10 | 15 | 0 | 15 | 10 | 1,8 | 12 | 7 |
| 6 | 9 | 30 | 0 | 20 | 10 | 8 | 15 | 0 | 15 | 12 | 2,0 | 11 | 3 |
| 7 | 7,5 | 35 | 0 | 15 | 8 | 16 | 20 | 0 | 17 | 10 | 1,9 | 8 | 6 |
| 8 | 8 | 25 | 0 | 18 | 12 | 10 | 14 | 0 | 16 | 8 | 1,7 | 10 | 4 |
| 18 |  | 1 | 8 | 30 | 0 | 0 | 18 | 15 | 30 | 0 | 16 | 5 | 1,0 | 4 | 5 |
| 2 | 8 | 35 | 0 | 0 | 8 | 15 | 20 | 0 | 17 | 6 | 1,2 | 5 | 6 |
| 3 | 8 | 20 | 0 | 0 | 4 | 15 | 30 | 0 | 18 | 7 | 1,4 | 10 | 7 |
| 4 | 10 | 45 | 0 | 0 | 5 | 18 | 40 | 0 | 20 | 8 | 1,3 | 5 | 4 |
| 5 | 10 | 45 | 0 | 0 | 10 | 15 | 30 | 0 | 15 | 10 | 1,8 | 8 | 8 |
| 6 | 10 | 30 | 0 | 0 | 9 | 15 | 45 | 0 | 17 | 10 | 1,6 | 10 | 10 |
| 7 | 12 | 40 | 0 | 0 | 6 | 20 | 40 | 0 | 16 | 8 | 1,3 | 9 | 8 |
| 8 | 10 | 35 | 0 | 0 | 5 | 15 | 45 | 0 | 15 | 7 | 1,3 | 11 | 12 |

11

Продолжение таблицы 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 19 |  | 1 | 10 | 40 | 0 | 0 | 10 | 20 | 6 | 5 | 20 | 6 | 2,0 | 12 | 5 |
| 2 | 10 | 45 | 0 | 10 | 10 | 18 | 12 | 6 | 18 | 7 | 2,2 | 10 | 6 |
| 3 | 10 | 40 | 0 | 15 | 6 | 12 | 12 | 7 | 16 | 8 | 2,4 | 11 | 5 |
| 4 | 8 | 35 | 0 | 15 | 5 | 15 | 10 | 8 | 17 | 6 | 2,6 | 9 | 6 |
| 5 | 8 | 35 | 0 | 10 | 10 | 10 | 5 | 10 | 15 | 7 | 2,8 | 16 | 4 |
| 6 | 10 | 45 | 0 | 20 | 5 | 10 | 20 | 12 | 15 | 6 | 3,0 | 18 | 7 |
| 7 | 10 | 45 | 0 | 10 | 10 | 7,5 | 20 | 10 | 16 | 8 | 2,9 | 12 | 6 |
| 8 | 8 | 40 | 0 | 20 | 4 | 6 | 14 | 15 | 15 | 12 | 3,2 | 10 | 5 |
| 20 |  | 1 | 8 | 35 | 0 | 0 | 4 | 8 | 40 | 15 | 15 | 7 | 2,0 | 16 | 5 |
| 2 | 8 | 35 | 0 | 0 | 8 | 6 | 35 | 12 | 16 | 5 | 1,8 | 12 | 6 |
| 3 | 10 | 40 | 0 | 0 | 5 | 15 | 40 | 10 | 17 | 6 | 1,9 | 14 | 8 |
| 4 | 10 | 45 | 0 | 0 | 10 | 25 | 50 | 8 | 20 | 7 | 1,7 | 10 | 7 |
| 5 | 10 | 40 | 0 | 0 | 5 | 20 | 35 | 7 | 18 | 6 | 1,6 | 15 | 10 |
| 6 | 10 | 40 | 0 | 0 | 10 | 20 | 35 | 6 | 20 | 5 | 1,4 | 8 | 9 |
| 7 | 12 | 45 | 0 | 0 | 6 | 20 | 45 | 5 | 18 | 6 | 1,2 | 7 | 8 |
| 8 | 12 | 50 | 0 | 0 | 10 | 30 | 40 | 6 | 20 | 5 | 1,3 | 9 | 4 |
| 21 |  | 1 | 10 | 10 | 0 | 0 | 6 | 15 | 30 | 16 | 20 | 5 | 1,0 | 10 | 6 |
| 2 | 10 | 12 | 0 | 0 | 3 | 15 | 35 | 15 | 18 | 6 | 1,2 | 8 | 7 |
| 3 | 12 | 15 | 0 | 0 | 8 | 9 | 20 | 17 | 18 | 10 | 1,4 | 9 | 8 |
| 4 | 10 | 10 | 0 | 10 | 9 | 8 | 25 | 20 | 16 | 5 | 1,1 | 7 | 8 |
| 5 | 8 | 8 | 0 | 0 | 7 | 6 | 20 | 15 | 14 | 5 | 1,2 | 6 | 7 |
| 6 | 10 | 0 | 0 | 10 | 16 | 10 | 20 | 18 | 15 | 6 | 1,3 | 8 | 6 |
| 7 | 8 | 0 | 0 | 5 | 16 | 10 | 20 | 18 | 16 | 5 | 1,2 | 9 | 7 |
| 8 | 8 | 0 | 0 | 6 | 20 | 14 | 30 | 18 | 16 | 7 | 0,9 | 12 | 10 |

Продолжение таблицы 1.1

12

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 22 |  | 1 | 10 | 45 | 40 | 0 | 10 | 5 | 50 | 7 | 7 | 5 | 1,2 | 22 | 10 |
| 2 | 10 | 45 | 40 | 0 | 10 | 7,5 | 40 | 8 | 5 | 6 | 1,4 | 24 | 11 |
| 3 | 10 | 40 | 50 | 0 | 5 | 10 | 50 | 8 | 6 | 7 | 1,5 | 20 | 7 |
| 4 | 10 | 45 | 45 | 0 | 10 | 10 | 50 | 7 | 8 | 10 | 1,6 | 18 | 12 |
| 5 | 8 | 35 | 40 | 0 | 4 | 8 | 40 | 10 | 6 | 7 | 1,8 | 16 | 6 |
| 6 | 8 | 35 | 30 | 0 | 8 | 6 | 40 | 10 | 6 | 0 | 6,0 | 12 | 6 |
| 7 | 8 | 35 | 30 | 0 | 8 | 4 | 35 | 12 | 5 | 0 | 8,4 | 10 | 7 |
| 8 | 12 | 40 | 40 | 0 | 6 | 6 | 50 | 8 | 6 | 0 | 1,1 | 25 | 6 |
| 23 |  | 1 | 12 | 50 | 30 | 0 | 6 | 12 | 50 | 5 | 0 | 0 | 2,0 | 20 | 5 |
| 2 | 12 | 50 | 20 | 0 | 12 | 6 | 55 | 6 | 0 | 0 | 2,2 | 22 | 6 |
| 3 | 12 | 45 | 20 | 0 | 6 | 9 | 50 | 7 | 0 | 0 | 2,4 | 16 | 7 |
| 4 | 12 | 50 | 30 | 0 | 6 | 12 | 50 | 8 | 0 | 0 | 2,6 | 18 | 8 |
| 5 | 10 | 45 | 10 | 0 | 5 | 10 | 55 | 10 | 0 | 0 | 2,8 | 20 | 10 |
| 6 | 12 | 50 | 30 | 0 | 5 | 7,5 | 55 | 12 | 0 | 0 | 3,0 | 14 | 4 |
| 7 | 8 | 30 | 20 | 0 | 4 | 8 | 50 | 10 | 0 | 0 | 3,2 | 8 | 7 |
| 8 | 8 | 30 | 20 | 0 | 8 | 4 | 40 | 10 | 0 | 0 | 7,0 | 15 | 6 |
| 24 |  | 1 | 10 | 45 | 40 | 0 | 10 | 5 | 30 | 15 | 9 | 0 | 4,0 | 20 | 4 |
| 2 | 10 | 45 | 40 | 0 | 5 | 5 | 35 | 10 | 9 | 0 | 5,0 | 30 | 3 |
| 3 | 10 | 45 | 40 | 0 | 5 | 10 | 33 | 10 | 10 | 0 | 8,0 | 15 | 4 |
| 4 | 12 | 50 | 45 | 0 | 12 | 6 | 30 | 5 | 5 | 0 | 1,0 | 40 | 9 |
| 5 | 12 | 50 | 45 | 0 | 9 | 9 | 25 | 6 | 6 | 0 | 2,0 | 35 | 8 |
| 6 | 12 | 45 | 50 | 0 | 6 | 9 | 34 | 7 | 7 | 0 | 2,5 | 22 | 7 |
| 7 | 12 | 50 | 45 | 0 | 6 | 9 | 35 | 8 | 8 | 0 | 3,0 | 40 | 8 |
| 8 | 8 | 40 | 40 | 0 | 4 | 4 | 40 | 10 | 10 | 0 | 10,0 | 20 | 4 |

13

Продолжение таблицы 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 25 |  | 1 | 12 | 0 | 30 | 0 | 20 | 6 | 50 | 18 | 0 | 0 | 1,0 | 20 | 6 |
| 2 | 12 | 0 | 20 | 0 | 20 | 6 | 55 | 20 | 0 | 0 | 1,2 | 22 | 5 |
| 3 | 12 | 0 | 18 | 0 | 18 | 12 | 50 | 20 | 0 | 0 | 1,4 | 24 | 8 |
| 4 | 10 | 0 | 30 | 0 | 12 | 5 | 45 | 20 | 0 | 0 | 1,8 | 26 | 7 |
| 5 | 10 | 0 | 35 | 0 | 9 | 10 | 40 | 18 | 0 | 0 | 2,0 | 28 | 4 |
| 6 | 10 | 0 | 25 | 0 | 8 | 5 | 40 | 17 | 0 | 0 | 2,2 | 30 | 9 |
| 7 | 12 | 0 | 24 | 0 | 10 | 4 | 30 | 16 | 0 | 0 | 2,4 | 28 | 6 |
| 8 | 8 | 0 | 24 | 0 | 24 | 8 | 24 | 20 | 0 | 0 | 1,7 | 24 | 7,5 |
| 26 |  | 1 | 8 | 0 | 0 | 0 | 20 | 20 | 48 | 20 | 20 | 0 | 1,0 | 22 | 4 |
| 2 | 8 | 0 | 0 | 0 | 20 | 20 | 44 | 20 | 20 | 0 | 1,1 | 24 | 3 |
| 3 | 8 | 0 | 0 | 5 | 20 | 20 | 40 | 18 | 18 | 0 | 1,2 | 26 | 8 |
| 4 | 8 | 0 | 0 | 10 | 16 | 20 | 36 | 15 | 15 | 0 | 1,3 | 28 | 6 |
| 5 | 10 | 0 | 0 | 5 | 16 | 20 | 40 | 20 | 20 | 0 | 1,4 | 30 | 4 |
| 6 | 10 | 0 | 0 | 10 | 12 | 20 | 50 | 10 | 10 | 0 | 1,5 | 32 | 12 |
| 7 | 10 | 0 | 0 | 10 | 10 | 18 | 45 | 18 | 18 | 0 | 1,6 | 34 | 10 |
| 8 | 12 | 0 | 0 | 10 | 9 | 8 | 30 | 17 | 17 | 0 | 1,7 | 36 | 6 |
| 27 |  | 1 | 12 | 50 | 36 | 0 | 12 | 6 | 19 | 0 | 5 | 5 | 6,0 | 12 | 5 |
| 2 | 12 | 50 | 35 | 0 | 9 | 6 | 16 | 0 | 6 | 6 | 6,5 | 10 | 6 |
| 3 | 12 | 45 | 40 | 15 | 6 | 7,2 | 20 | 0 | 7 | 7 | 7,0 | 8 | 5 |
| 4 | 12 | 45 | 42 | 10 | 6 | 6 | 19 | 0 | 8 | 8 | 7,5 | 10 | 6 |
| 5 | 10 | 40 | 35 | 15 | 10 | 5 | 20 | 0 | 10 | 10 | 8,0 | 9 | 8 |
| 6 | 10 | 45 | 40 | 0 | 5 | 7,5 | 10 | 0 | 12 | 12 | 7,0 | 16 | 7 |
| 7 | 8 | 35 | 35 | 10 | 4 | 6 | 18 | 0 | 10 | 10 | 6,0 | 14 | 4 |
| 8 | 8 | 35 | 40 | 10 | 8 | 6 | 20 | 0 | 8 | 8 | 6,5 | 20 | 8 |

Продолжение таблицы 1.1

14

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 28 |  | 1 | 10 | 35 | 35 | 0 | 15 | 10 | 15 | 0 | 0 | 15 | 1,0 | 20 | 4 |
| 2 | 10 | 30 | 40 | 0 | 10 | 15 | 15 | 0 | 0 | 16 | 1,2 | 22 | 5 |
| 3 | 10 | 35 | 30 | 0 | 7,5 | 5 | 25 | 0 | 0 | 17 | 1,4 | 24 | 6 |
| 4 | 10 | 30 | 32 | 10 | 5 | 7,5 | 25 | 0 | 0 | 10 | 1,6 | 28 | 7 |
| 5 | 8 | 30 | 28 | 18 | 4 | 8 | 24 | 0 | 0 | 15 | 2,0 | 32 | 8 |
| 6 | 8 | 28 | 24 | 10 | 8 | 4 | 16 | 0 | 0 | 12 | 1,8 | 30 | 6 |
| 7 | 12 | 33 | 39 | 10 | 6 | 9 | 12 | 0 | 0 | 18 | 1,9 | 29 | 5 |
| 8 | 12 | 39 | 40 | 18 | 9 | 12 | 16 | 0 | 0 | 17 | 1,7 | 28 | 4 |
| 29 |  | 1 | 12 | 32 | 48 | 0 | 12 | 18 | 50 | 0 | 0 | 5 | 1,0 | 10 | 8 |
| 2 | 12 | 39 | 42 | 0 | 9 | 12 | 55 | 0 | 0 | 6 | 1,1 | 12 | 7 |
| 3 | 10 | 36 | 39 | 0 | 6 | 9 | 55 | 0 | 0 | 7 | 1,2 | 14 | 6 |
| 4 | 12 | 35 | 40 | 0 | 7,5 | 10 | 50 | 0 | 0 | 8 | 1,3 | 16 | 6 |
| 5 | 10 | 30 | 37 | 0 | 10 | 12,5 | 55 | 0 | 0 | 8 | 1,6 | 18 | 5 |
| 6 | 10 | 37 | 34 | 0 | 7,5 | 9,5 | 50 | 0 | 0 | 6 | 1,8 | 20 | 5 |
| 7 | 10 | 35 | 37 | 0 | 6,5 | 12 | 45 | 0 | 0 | 6 | 2,0 | 22 | 4 |
| 8 | 10 | 40 | 35 | 0 | 5 | 10 | 50 | 0 | 0 | 8 | 2,2 | 25 | 4 |
| 30 |  | 1 | 8 | 35 | 0 | 0 | 4 | 30 | 40 | 0 | 15 | 15 | 1,4 | 14 | 8 |
| 2 | 8 | 35 | 0 | 0 | 6 | 30 | 45 | 0 | 12 | 12 | 1,2 | 16 | 7 |
| 3 | 8 | 40 | 0 | 0 | 8 | 25 | 40 | 0 | 10 | 10 | 1,0 | 18 | 6 |
| 4 | 10 | 45 | 0 | 0 | 5 | 30 | 40 | 0 | 8 | 8 | 1,6 | 20 | 5 |
| 5 | 10 | 45 | 0 | 0 | 7,5 | 30 | 45 | 0 | 7 | 7 | 1,8 | 22 | 4 |
| 6 | 10 | 40 | 0 | 0 | 10 | 30 | 40 | 0 | 6 | 6 | 2,0 | 24 | 6 |
| 7 | 12 | 45 | 0 | 0 | 6 | 25 | 40 | 0 | 5 | 5 | 2,2 | 25 | 4 |
| 8 | 12 | 45 | 0 | 0 | 9 | 30 | 45 | 0 | 7 | 7 | 1,8 | 17 | 7 |

# Теоретические сведения к первому заданию

Задание охватывает вопросы кинематики и динамики движения мате- риальной точки, предусматривает определение характеристик движения пу- тем интегрирования [3] дифференциальных уравнений ее движения и ис- пользования теоремы об изменении количества движения [1].

В задании поступательное движение автомобиля рассматривается как движение материальной точки. Ускорение *a* материальной точки массы *m*, движущейся под действием приложенных к ней сил , ,…  определяет- ся с помощью основного закона динамики в сочетании с законом о независи- мости действия сил:

*ma* = 1+ 2+…+ *n*.

При этом дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на оси декартовых координат имеют вид:

*m* *x*=∑*Fkx*, *mÿ*=∑*Fk*, *m* *z* =∑*Fkz*,

(1.1)

где

*x*, *ÿ,*

*z*

- вторые производные по времени координат материальной точ-

ки (проекции ускорения *a* ); *Fkx* , *Fky*, *Fkz* – проекции действующих сил на со- ответствующие оси декартовых координат.

Для определения закона движения этой точки следует проинтегриро- вать данную систему уравнений. При интегрировании дифференциальных уравнений в общем случае появляются шесть произвольных постоянных *С*1 , *С*2 , *С*3 , *С*4 , *С*5 и *С*6 , которые определяются по начальным условиям. Под на- чальными условиями движения точки понимают значения координат и про- екций скоростей точки в начальный момент движения, т.е. при *t*=0:

*x=x0*, *x* *=* x₀= *x* *0* ,

*y=y0*, *y* = y₀= *y* 0 , z=z0, *z* = z₀= *z* 0 .

В результате подстановки начальных условий движения в первые и вторые интегралы системы уравнений (1.1) образуется система шести урав- нений для определения неизвестных *С*1 , *С*2 , *С*3 , *С*4 , *С*5 и *С*6.

В задании предусматривается движение тела (материальной точки) по прямолинейным участкам трассы, поэтому на каждом участке будет лишь одно дифференциальное уравнение движения и два начальных условия.

При выполнении задания используется также теорема об изменении количества движения материальной точки.

Изменение количества движения материальной точки за некоторый

промежуток времени равно векторной сумме импульсов

ных к точке за тот же промежуток времени:

 - ₀=∑ ,

сил, приложен-

где ₀ – количество движения материальной точки, соответствующее началь- ному моменту времени *t*0; – количество движения материальной точки, со- ответствующее конечному моменту времени *t*1.

Та же теорема в проекциях на оси декартовых координат имеет вид:

*m* x - *m* x₀ =∑*Skx*, *m* y - *m* y₀ =∑*Sky*, *m* z - *m* z₀ =∑*Skz*

(здесь x₀, y₀, z₀- проекции скорости точки при *t*= *t0*; x , y , z – проекции скорости точки при *t*= *t1*; *Skx*, *Sky, Skz* – проекции импульса силы на координат- ные оси).

Импульс силы за тот же промежуток времени выражается формулой:

*S* к

 ₀

В задании действующие силы постоянны, поэтому

*S* к = (*t*1- *t*0)=Δ*t.*

Или в проекциях на оси декартовых координат:

*Skx* =*F*kxΔ*t*, *Sky* = *F*kyΔ*t*, *Skz* = *F*kzΔ*t.*

Рекомендуется выполнять задание в следующем порядке:

1. Составить дифференциальное уравнение движения автомобиля (ма- териальной точки) на участке *АВ*. Для этого необходимо выбрать координат- ные оси, поместив их начало в начальном положении материальной точки (одну из координатных осей следует проводить вдоль линии движения точ- ки). Необходимо изобразить движущийся автомобиль в произвольный мо- мент времени *t* и показать на рисунке все действующие на него силы, в том числе и реакции связей. Далее найти суммы проекций всех сил на выбранные оси координат и подставить эти суммы в правые части соответствующих уравнений (1.1).
2. Проинтегрировать полученные дифференциальные уравнения.
3. Установить начальные условия движения автомобиля и по ним опре- делить постоянные интегрирования.
4. Из полученных в результате интегрирования уравнений определить искомые величины, используя условия их сопряженности.
5. Рассмотреть движение автомобиля на участке *ВС*, используя теорему об изменении количества движения материальной точки. Для этого помес- тить начало координатных осей в точке *В* и направить одну из осей вдоль ли- нии движения. Изобразить движущийся автомобиль в произвольный момент времени *t* и показать на рисунке все действующие на него силы. Далее напи- сать уравнение теоремы об изменении количества движения материальной точки и определить скорость точки *С* при известном значении времени дви- жения по участку ВС.
6. Сказанные в п.1, 2 и 3 повторить на участке *СD*. Далее определить время движения автомобиля на участке *СD*, пользуясь условием, что в точке *D* скорость *D*=0. Наконец, определить длину участка *СD* при найденном значении времени движения автомобиля на нем.
7. Пользуясь результатами расчетов, построить в соответствующих

масштабах графики движения, скорости и ускорения автомобиля для каждого участка дороги.

# Пример выполнения первого задания

Пример. Автомобиль – вездеход массой *m*=4000 кг, имея в точке *А* на- чальную скорость 0=2 м/с, преодолевает препятствие *ABCD* в пересеченной местности, профиль которого характеризуется уклонами α1=15°, α2=10°, α3=5° (рисунок 1.1). Длина участка *АВ* составляет 20м, время движения по участку *ВС t*2=10с. Силы тяги по участкам составляют *F*1 =12кН, *F*2 = 0, *F*3 = 0, силы сопротивления движению *R*1=4 кН, *R*2=4,8 кН, *R*3=6 кН. Определить скорости автомобиля в точках *В* и *С*, время движения *t*3 по участку *CD* до ос- тановки в точке *D* и его длину 3. Считая, что в точках перелома профиля *В* и *С* ударов не происходит, а скорость плавно изменяет свое направление, со- храняя модуль, автомобиль за время преодолевания препятствия *ABCD* не отрывается от поверхности последнего.



Рисунок 1.1 – Профиль препятствия

Решение

Рассмотрим движение автомобиля по участку *АВ* (рисунок 1.2).

На автомобиль действуют следующие внешние силы: сила тяжести *G* , нормальная реакция грунта , сила внешнего сопротивления (сопротивле- ние воздуха, сопротивление движению вследствие образования колеи и др.причин) *R* 1, сила тяги *F* 1 , являющаяся движущей силой.

Составим дифференциальное уравнение движения центра масс автомо-

биля в проекции на ось *X*:

*m* *x*= ∑*Fkx* ,

(1.2)

где *m* – масса автомобиля; *x* – координата его центра масс; *Fkx* - проекции внешних сил на ось *x*, действующих на автомобиль.

Оно в развернутом виде:

Откуда

*m* *x*= *F1* –*R1* – *G* sinα1.

*x*  *F*1  *R*1  *G* sin**1

 *F*1  *R*1  *mg*  sin**1

 *F*1  *R*1  *G*  sin** .

(1.3)

*m m m m* 1



Рисунок 1.2 – Расчетная схема для участка *АВ*

По исходным данным задачи на участке *АВ*:

12 103 1103

(1.4)

*x* 

4 103

- 9,81∙0,259 0,21 м/с2 .

Откуда, продифференцировав дважды по времени, получим:

*x* = 0,21*t* + *c1*,

*x=* 0,105 *t*2+ *c*1*t + c*2 .

(1.5)

(1.6)

По начальным условиям движения на участке *АВ* при *t=*0: *x* 0=** =2 м/с, *x0*=0. Следовательно, подставляя в (1.5) и (1.6) эти данные, получим:

0

*c*1= *x* 0= 2 м/ с, *c*2=0.

Таким образом,

*x* = 0,21*t* + 2,

*x =* 0,105*t2* + 2*t .*

(1.7)

(1.8)

*АВ*.

Уравнение (1.8) является уравнением движения автомобиля на участке

Определим время *t*1 движения автомобиля по этому участку, использо-

вав условие, что при *t= t*1, *x = l*1 =20 м.

Следовательно, получим:

20  0,105*t* 2  2*t* .

1 1

Или

0,105*t* 2  2*t*  20  0 .

1 1

Откуда

*t*1

Следовательно

  2 

4  4  20  0,105

2  0,105

  2  3,52

0,21

.

*t*1(1)=7,24 с, *t*1 (2)= - 26,28 с.

Из физических соображений *t*1*>*0, поэтому принимаем *t*1=7,24 с. Подставив значение *t*1 в уравнение (1.7), определим скорость автомо-

биля в точке *В*:

*vВ*= 0,21*t* + 2 = 0,21∙7,24+2 = 3,52 м/с.

Рассмотрим движение автомобиля по участку *ВС* (рисунок 1.3).



Рисунок 1.3 - Расчетная схема для участка *ВС*

На данном участке на автомобиль действуют внешние силы: сила тяже-

сти *G* , нормальная реакция *N* 2 , сила внешнего сопротивления вию задачи сила тяги *F2*=0).

*R*2 (по усло-

Применим на участке *ВС* теорему об изменении количества движения

материальной точки в проекциях на ось *Х*:

*m(vCx*

– *vBx*) = 

*e* (1.9)

*kx*

*S*

,

где *vCx*=*vС*, *vBx*=*vB* (см. рисунок 1.3), а сумма проекций импульсов внешних сил на ось *x* определяется следующим образом:

так как Δ*t*= *t*2 - 0= *t*2 .

∑ = (*G*sinα2-*R*2)Δ*t* = (*G*sinα2-*R*2)*t*2,

(1.10)

Подставляя эти значения в (1.9), получим:

*m(vС* - *vB*) = ( *G*sinα2- *R*2)*t*2 .

Откуда с учетом *G*= *mg* получим:

(1.11)

*vС* = *v*

*B*+(*g∙* sinα2

- )*t* .

2

(1.12)

Подставляя в (1.12) численные значения, находим:

*v* = 3,52+(9,81∙0,174 – , ∙

)∙10=8,59 м/с.

*С*

 ∙

Наконец, рассмотрим движение автомобиля по участку *CD* (рис.1.4).



Рисунок 1.4 – Расчетная схема для участка *CD*

На автомобиль действуют внешние силы: сила тяжести *G* , реакция грунта 3, сила внешнего сопротивления 3 (по условию задачи сила тяги *F3*=0).

Дифференциальное уравнение движения центра масс автомобиля на

участке *CD*:

*m* *x*=∑ = - *R3* - *G*sinα*3*.

Откуда с учетом *G*=*mg*

*x*   *R*3  *g* sin ** .

*m* 3

(1.13)

По данным примера *R*3=6кН, *α*3=5°.

Следовательно

*x*  

6103

4103

= - 9,81∙0,087=-2,35 м/с2 .

(1.14)

Интегрируя данное выражение дважды по времени, получим:

*x* =-2,35*t* +*c*5 ,

*x* = -1,17*t*2+ *c*5+ *c*6 .

(1.15)

(1.16)

Постоянные интегрирования определяем по начальным условиям при

*t*=0, *x* 0 = *С* = 8,59 м/с, *x*0=0.

Подставив эти значения в (1.15) и (1.16), получим:

*c*5 =8,59 м/с, *c*6 = 0.

Следовательно, на этом участке

*x* = -2,35*t* + 8,59 ,

*x* = -1,17*t*2 + 8,59 .

(1.17)

(1.18)

Время движения автомобиля на участке *CD t* =*t*3 определяем из урав- нения (1.17), пользуясь условием, что в точке *D* скорость *vD* = 0, т.к. автомо- биль останавливается. Из (1.17) получаем:

0 =- 2,35*t*3+8,59.

Откуда *t* ₃ = , = 3,65 c.

 ,

Длину участка *CD* пути находим из уравнения (1.18), подставив в него время *t=t*3 :

 = - 1,17*t*2 +8,59*t* = -1,17∙3,65+8,59∙3,65 = 15,77 м.

Пользуясь результатами расчетов, построим в соответствующих мас- штабах графики движения, скорости и ускорения автомобиля для каждого участка дороги.

Для построения названных графиков на участке *АВ* используем соот- ветственно выражения (1.8), (1.7) и (1.4). При этом учтем, что время *t* нахож- дения автомобиля на этом участке изменяется от 0 до 7,24 с.

Для участка *CD* графики движения, скорости и ускорения определяют- ся соответственно выражениями (1.18), (1.17) и (1.14). Заметим, при построе- нии графиков отсчет времени *t* ведется с момента времени, соответствующе- го началу участка, то есть в точке *С* принимается *t*=0.

На участке *ВС* автомобиль движется равноускоренно с ускорением

*а* = = , , = 0,507 м/с2 .

(1.19)

Следовательно, уравнениями движения и скорости на данном участке соответственно являются:

*x*2 = 3,52*t+*0,507*t*2/2,

 2 = 3,52+0,507*t .*

При этом время *t* изменяется от 0 до 10с.

(1.20)

(1.21)

В соответствии с зависимостями (1.4), (1.7), (1.8), (1.14), (1.17), (1.18), (1.19), (1.20) и (1.21) формируем массивы данных для построения графиков движения, скорости и ускорения автомобиля (таблица.1.2).

Таблица 1.2 – Массив данных для построения графиков движения, ско- рости и ускорения автомобиля

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Участок AB | *t, c* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7,24 |  |
| *x1 ,*м | 0 | 2,1 | 4,4 | 6,9 | 9,7 | 12,6 | 15,8 | 19,1 | 20 |
|  1, м/с | 2 | 2,21 | 2,42 | 2,63 | 2,84 | 3,05 | 3,26 | 3,47 | 3,52 |
| *a*1 м/с2 | 0,21 |
| Участок BC | *t,* c | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *x*2, м | 0 | 3,77 | 8,05 | 12,84 | 18,14 | 23,94 | 30,25 | 37,06 | 44,38 | 52,21 | 60,55 |
|  2, м/с | 3,52 | 4,03 | 4,53 | 5,04 | 5,55 | 6,05 | 6,56 | 7,07 | 7,58 | 8,08 | 8,59 |
| *а*2, м/с2 | 0,507 |
| Участок CD | *t*, c | 0 | 1 | 2 | 3 | 3,65 |  |
| *x3, м* | 0 | 7,42 | 12,5 | 15,24 | 15,77 |
|  3, м/с | 8,59 | 6,24 | 3,89 | 1,54 | 0 |
| *a*3 м/с2 | -2,35 |

На рисунках 1.5, 1.6 и 1.7 сверху показаны графики движений автомо- биля соответственно на участках *АВ*, *ВС*, и *CD.* Ниже на тех же рисунках

изображены для этих движений графики скоростей и ускорений.



*а)*



*б)*



*в)*

Рисунок 1.5 – Графики движения *(а),* скорости *(б)* и ускорения *(в)* ав- томобиля на участке *АВ* пути



*а)*



*б)*



*в)*

Рисунок 1.6 – Графики движения *(а),* скорости *(б)* и ускорения *(в)* ав- томобиля на участке *ВС* пути



*а)*



*б)*



*в)*

Рисунок 1.7 – Графики движения *(а),* скорости *(б)* и ускорения *(в)* ав- томобиля на участке *CD* пути

Автомобиль преодолевает участок *АВ* препятствия длины 20 м за 7,24с.

Совершает движение равноускоренно с ускорением *a*1=0,21 м/с2. При этом скорость его возрастает от 2 до 3,52 м/с.

На участке *ВС* движение также равнопеременное, ускорение равно 0,507 м/с2. На этом участке скорость автомобиля изменяется от 3,52 м/с до 8,59 м/с. Автомобиль преодолевает данный участок длины 60,55 м за 10 с.

На участке *CD* сила тяги равна 0, автомобиль движется по инерции равнозамедленно до полной остановки в течение 3,65 с. При этом длина уча- стка пути составляет 15,77м.

# 2. Содержание второго задания

Механическая система, состоящая из трех или четырех тел, приходит в движение под действием сил тяжести из состояния покоя. Начальное поло- жение системы показано на рисунках 2.1-2.5. Учитывая трение скольжения тела 1 (варианты 1, 3-6, 8-10, 16, 18, 21, 24, 26, 27, 29, 30) и тела 4 (варианты

7,12,13,22,23,25), а также трение качения тела 3 (варианты 2, 4, 6-8, 10, 12, 13,

17, 18, 22, 23, 25) и тела 4 (варианты 11, 14-16, 19, 20, 27-29), пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, предполагаемых нерастя- жимыми, определить:

1. Скорость тела 1 в тот момент времени, когда пройденный им путь станет равным *S*1.
2. Ускорения тел, движущихся поступательно и ускорения центров масс тел, совершающих плоскопараллельное движение; угловые ускорения тел, совершающих вращательное и плоскопараллельное движения.
3. Реакции внешних и внутренних связей системы.
4. Выбрав в качестве обобщенной координаты пройденный телом 1

путь *S* и составив уравнение Лагранжа второго рода, найти зависимости

*S* 

=*f*1(*t*), *S* = *f*2(*t*) и *S= f*3(*t*). Полученные зависимости изобразить графически в пределах движения 0<*S*< *S1* заданной системы.

Необходимые для расчета данные приведены в таблицах 2.1 и 2.2. Бло- ки и катки, радиус инерции которых в таблицах не указаны, считать одно- родными сплошными цилиндрами.

В задании приняты следующие обозначения: *m*1, *m*2, *m*3, *m*4 – массы тел 1, 2, 3, 4; *i*2*x*, *i*3*x* – радиусы инерции тел 2 и 3 относительно осей, проходящих через их центры масс перпендикулярно к плоскости движения; *f* – коэффици- ент трения скольжения; *δ* – коэффициент трения качения тела.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | R2 = R , r2 = r R3 = 0,075R | 2 | R2 = R , r2 = r , r3 =1,2r |
| 3 | R2 = R , r2 = r | 4 | R2 = R , r2 = r , r3 =0,8r |
| 5 | R2 = R3 = R , r3 = r | 6 | R3 = R , r3 = r , R2 =0,75R |

Рисунок 2.1



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 7 | R2 = 0,8R , R3 =R , r3 = r | 8 | R2 = 0,75R , R3 = R , r3 = r |
| 9 | R2 = R , R3 = 1,2R , r3 = r | 10 | R2 = R , r2 = r , R3 = 0,5R |
| 11R2 = R3 = R , r2 = r , R4 = 0,75R | 12R2 = R , r2 = r , r3 = 0,75r |



Рисунок 2.2



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 13 | R2 = 0,75R , R3 = R , r3 = r | 14 | R2 = R , r2 = r , R4 =0,8R |
| 15 | R2 = R , r2 = r , R3 = 0,8R , r3 = 0,9r , R4 = r | 16 | R2 = R , r2 = r , R3 = 1,1R , r3 = r , R4 = 0,4R |
| 17R2 = R , r2 = r , R3 = 1,1R , r3 = 1,25r | 18 | R2 = R , r2 = r , R3 = 0,7R , r3 = 0,75r |

Рисунок 2.3



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 19 | R2 = R , r2 = r , R3 = 0,8R , r3 = 0,9r , R4 = 0,7R | 20 | R2 = R , r2 = r ,R3 = 0,8R , R4 = 0,7R |
| 21 | R2 = R , r2 = r | 22 | R2 = R , r2 = rR3 = 0,75R , r3 = 0,5r |
| 23 | R2 = R , R3 = 0,8R , r3 = r | 24 | R2 = R , R3 = 1,2R , r3 = r |

Рисунок 2.4



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 25R2 = R , r2 = r , R3 = 0,8R | 26 | R2 = R , r2 = r |
| 27R2 = R , r2 = r , R3 = 0,8R , r3 = 0,75r , R4 = 0,7R | 28 | R2 = R , r2 = r , R3 = 0,75R , r3 = 0,7r , R4 = 0,6R |
| 29 | R2 = R , r2 = r , R3 = 1,2R , r3 =1,2r , R4 = 0,8R | 30 | R2 = R , R3 = 0,75R ,r3 = r |

Рисунок 2.5

Таблица 2.1 – Исходные данные ко второму заданию

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вар. № | *m1* | *m2* | *m3* | *m4* | *i2x* | *i3x* | *f* | δ,м |
| 1 | 8*m* | 3*m* | *m* | *m* | *r* 2 | - | 0,2 | - |
| 2 | 5*m* | *m* | *m* | - | *r* 2 | - | - | 0,001 |
| 3 | *m* | 5*m* | *m* | *m* | *r* 2 | - | 0,2 | - |
| 4 | 6*m* | 2*m* | *m* | - |  2 | - | 0,1 | 0,001 |
| 5 | 4*m* | *m* | *m* | *m* | - | 1,5  | 0,15 | - |
| 6 | 3*m* | *m* | 2*m* | - | - | 1,2  | 0,2 | 0,001 |
| 7 | 4*m* | 2*m* | *m* | *m* | - |  2 | 0,15 | 0,001 |
| 8 | 4*m* | *m* | 2*m* | - | - | 1,5  | 0,1 | 0,0015 |
| 9 | 8*m* | 2*m* | *m* | 2*m* | - |  2 | 0,1 | - |
| 10 | 5*m* | *m* | *m* | - | 1,5  | - | 0,1 | 0,001 |
| 11 | 6*m* | 2*m* | *m* | *m* |  2 | - | - | 0,0015 |
| 12 | 4*m* | 2*m* | *m* | *m* |  2 | - | 0,2 | 0,0015 |
| 13 | 6*m* | *m* | 2*m* | 4*m* | - | 1,5  | 0,1 | 0,001 |
| 14 | 2*m* | *m* | 2*m* | *m* |  2 | - | - | 0,001 |
| 15 | 6*m* | 3*m* | 2*m* | *m* |  2 | 1,5  | - | 0,0015 |
| 16 | 8*m* | 2*m* | 3*m* | *m* |  2 |   | 0,15 | 0,001 |
| 17 | 5*m* | *m* | *m* | - |  2 |   | - | 0,002 |
| 18 | 4*m* | 2*m* | *m* | - |   |  2 | 0,1 | 0,001 |
| 19 | 6*m* | 3*m* | 2*m* | *m* | 1,3  | 1,2  | - | 0,001 |
| 20 | *m* | 2*m* | *m* | *m* | 1,4  | - | - | 0,0015 |
| 21 | 4*m* | 2*m* | *m* | *m* |  2 | - | 0,1 | - |
| 22 | 3*m* | 2*m* | 2*m* | *m* |  2 |  2 | 0,1 | 0,001 |
| 23 | 4*m* | *m* | *m* | 4*m* | - |  2 | 0,1 | 0,0005 |
| 24 | 8*m* | *m* | 2*m* | *m* | - |   | 0,15 | - |
| 25 | 8*m* | 2*m* | *m* | 3*m* |  2 | - | 0,15 | 0,001 |
| 26 | 8*m* | *m* | 2*m* | 2*m* | 1,2  | - | 0,1 | - |
| 27 | 4*m* | *m* | *m* | *m* |   |  2 | 0,15 | 0,001 |
| 28 | *m* | 3*m* | 2*m* | *m* |   |  2 | - | 0,001 |
| 29 | *m* | 3*m* | 4*m* | *m* |  2 | 1,4  | 0,1 | 0,0005 |
| 30 | 8*m* | *m* | *m* | *m* | - | 1,2  | 0,1 | - |

Таблица 2.2 – Дополнительные сведения ко второму заданию

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №группы |    | *m*, кг | *r*, м | s ,м |
| 1 | 3 | 10 | 0,30 | 1,0 |
| 2 | 2,25 | 6 | 0,22 | 0,8 |
| 3 | 2 | 15 | 0,25 | 0,5 |
| 4 | 1,75 | 5 | 0,35 | 0,3 |
| 5 | 2,5 | 12 | 0,20 | 0,6 |
| 6 | 2,75 | 8 | 0,27 | 0,4 |

# Теоретические сведения ко второму заданию

Задание рассчитано на исследование движения механической системы путем использования общих теорем динамики.

Первый пункт задания заключается в определении скорости тела 1 по- сле прихода системы в заданное положение из состояния покоя путем ис- пользования теоремы об изменении кинетической энергии:

*T-T*0 = + ,

(2.1)

где *T* – кинетическая энергия механической системы в конечном положении (в конечный момент времени); *T*0 – кинетическая энергия механической сис- темы в начальном положении (в начальный момент времени); сумма работ внешних сил, приложенных к системе, на перемещении ее из началь- ного положения в конечное; сумма работ внутренних сил системы на том же перемещении (при выбранных условиях во всех вариантах задания она равна нулю).

Кинетическую энергию *Т* механической системы в любой момент вре-

мени следует представить как сумму кинетических энергий входящих в нее твердых тел. При этом для поступательно движущихся тел

*Т* = *m* 2,

*n*

для вращающихся тел вокруг неподвижных осей

(2.2)

(2.3)

*Т* = *J* 2,

*B x*

для совершающих плоскопараллельное движение тел

*Т* = *m* +*J*

*nn cx*

 2,

(2.4)

где *m*-масса тела; – скорость любой точки поступательно движущегося тела в рассматриваемый момент времени; *Jx* – момент инерции тела относительно оси вращения; – мгновенная угловая скорость вращения тела; с – скорость центра масс тела в рассматриваемый момент времени; *Jcx* – момент инерции тела относительно оси *Х*, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения.

В заданиях сумма работ внешних сил на перемещении системы из на- чального положения в конечное будет складываться:

а) из работ сил тяжести тел

*АG* =*mgh* ,

(2.5)

где *g* – ускорение свободного падения; *h-* высота, на которую опускается или поднимается центр масс тела в поле силы тяжести (знак «+» выбирается, если тело опускается вниз, знак «-» - в противном случае);

б) из работ сил трения скольжения

*AF* =- *F*mp*S* =-*fN*1*S*,

(2.6)

где *f* –коэффициент трения скольжения тела; *N1* –модуль реакции трущихся тел; *S* – путь, пройденный телом при скольжении;

в) из работ сил сопротивления качению катков

*AM* = - *Mc* ,

(2.7)

где *Mc*=δ*N* – момент сил сопротивления качению катка; δ – коэффициент тре- ния качения катка; *N* – модуль нормальной реакции поверхности качения; – угол поворота катка при качении.

Подставляя найденные выражения кинетической энергии системы и суммы работ внешних сил в выражение (2.1), можно получить уравнение для определения скорости тела 1 в системе.

Выполнение второго пункта задания основано на применении общего уравнения динамики:

*δ* + *δ* = 0,

(2.8)

где *δ* – сумма элементарных работ всех действующих активных сил на любом возможном перемещении системы; δ – сумма элементарных работ всех сил инерции на любом возможном перемещении системы.

При этом действующие активные силы тяжести и силы реакции внеш- них связей определяются исходя из масс тел, представленных в задании.

Силы инерции тела, движущегося поступательно с ускорением *a* , при-

водятся к равнодействующей

*F* u = -*ma* ,

(2.9)

приложенной к центру масс его и направленной противоположно направле- нию движения.

Силы инерции тела, вращающегося вокруг неподвижной оси с угловым ускорением *ℇ*, приводятся к паре сил, момент которой

 *u* = -*Jxℇ*,

где *Jx* – момент инерции относительно оси вращения.

(2.10)

Силы инерции тела, совершающего плоскопараллельное движение, приводятся к вектору

и к паре сил, момент которой

*F* u = -*ma* c

 *u* = -*Jс ε*,

(2.11)

(2.12)

где *a* c – ускорение центра масс тела; *ℇ* – угловое ускорение тела; *Jс* – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс тела перпен- дикулярно плоскости его движения.

Рассматриваемые в заданиях механические системы представляют со- бой совокупность твердых тел, поэтому для составления уравнения (2.8) нужно к действующим на каждое тело активным силам прибавить силы

инерции и моменты пар сил инерции, а затем применить принцип возможных перемещений.

При этом элементарные работы активных сил и сил инерции на

возможном перемещении *δSk* соответственно равны:

*δ* = *δSk* ,

(2.14)

*δ* = - *δSk*

(здесь - угол между направлениями сил и перемещения).

Элементарные работы активных моментов и моментов пар сил инерции соответственно можно подсчитать по выражениям:

*δ = δ k*,

(2.15)

*δ = δ k*,

где *δ k* – возможный угол поворота тела.

Далее, с учетом выражений (2.14) и (2.15) представляется общее урав- нение динамики (2.8) в развернутом виде:

 *δSk* k +  *δ k* - *δSk* - *δ k* = 0.

(2.16)

Установив зависимости между *δSk* и *δ k* и выразив эти величины через какую-нибудь одну, можно существенно упростить выражение (2.16) и под- готовить его к выполнению второго пункта задания.

Для выполнения третьего пункта задания следует воспользоваться принципом Даламбера, заключающимся в том, что при движении механиче- ской системы геометрическая сумма внешних, внутренних сил и сил инерции равна нулю для каждой точки механической системы.

При этом желательно придерживаться следующего порядка:

* изобразить на рисунке каждое тело системы в отдельности, прило- жить к ним силы тяжести, реакции внешних и внутренних связей и силы инерции;
* используя найденные в предыдущем пункте ускорения, вычислить модули сил инерции и величины моментов сил инерции каждого из нарисо- ванных тел;

- составить уравнения кинетостатики для каждого тела.

В результате получается замкнутая система уравнений, решение кото- рой позволяет определить составляющие реакций внешних и внутренних свя- зей.

Заметим, в вариантах 15,16,19,27-29 для того, чтобы система уравнений стала замкнутой, необходимо дополнительно задать горизонтальную состав- ляющую реакции оси вращения третьего тела *N*3*x*. Будем предполагать, что *N*3*x*=3*mg*.

Четвертый пункт задания выполняется с помощью уравнений Лагранжа второго рода.

Так как система имеет одну степень свободы, то для нее выбирается только одна обобщенная координата, в качестве которой рекомендуется при- нять перемещение первого тела, то есть *S*=*q*. Тогда уравнение Лагранжа вто- рого рода будет иметь вид:

 ( )- = *Q*,

(2.17)

 *q*

где *Т*- кинетическая энергия механической системы; *Q* – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате *q*.

Выражение кинетической энергии было найдено в первом пункте дан- ного задания, поэтому достаточно ее переписать, заменив 1 на *q* .

Обобщенную силу *Q* следует определять как величину, равную коэф- фициенту при приращении обобщенной координаты в выражении полной элементарной работы действующих на систему сил.

Для этого необходимо:

* изобразить на рисунке активные силы *F* ;
* обобщенной координате *q* дать возможное перемещение *δq*;
* найти сумму работ нарисованных сил на данном возможном переме- щении системы;
* выделить в выражении полной элементарной работы коэффициент

при приращении обобщенной координаты.

Далее заметим, что задания составлены таким образом, что частная производная от кинетической энергии по обобщенной координате *∂Т*/*∂q* во всех вариантах равна нулю.

Вычислив частную производную *∂Т*/*∂ q* , затем – полную *d(∂Т*/*∂ q* )/*dt*

производную по времени и подставив найденный результат вместе с обоб- щенной силой в уравнение (2.17), следует получить зависимость *q* = *S* =*f*1*(t)*, а

после интегрирования -

*S* 

*f* 2 *t*

и *S* = *f*3*(t)*. Полученные зависимости необ-

ходимо изобразить графически в пределах 0<*S< S*1.

# Пример выполнения второго задания

Пример. Механическая система, состоящая из четырех тел (рис.2.6): грузов 1 и 4, блока 2 и катка 3, кинематически связанных между собой нерас- тяжимыми нитями, приходит в движение под действием сил тяжести из со- стояния покоя. Учитывая трение скольжения тела 4, трение качения тела 3, пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, определить:

1. Скорость тела 1 в тот момент времени, когда пройденный им путь станет равным *S*1.
2. Ускорения тел, движущихся поступательно, и ускорения центров масс тел, совершающих плоскопараллельное движение, угловые ускорения тел, совершающих вращательное и плоскопараллельное движения.
3. Реакции внешних и внутренних связей системы.
4. Выбрав в качестве обобщенной координаты пройденный телом 1 путь *S* и составив уравнение Лагранжа второго рода, найти зависимости *S* =

*f*1*(t)*, *S* = *f*2*(t)* и *S* = *f*3*(t)*. Полученные зависимости изобразить графически в пределах движения заданной системы 0<*S<*1,2.

Необходимые для расчета данные следующие: *R*2 = *R*3 = *R*; *r*3 = *r*, *m*1 = 3*m; m2* = 2*m; m*3 = *m*4 = *m; i*3*x* = 2; *f* = 0,1; *δ* = 0,001м; *R/r* = 1,5; *m* = 5 кг, *r* = 0,25 м; *S*1 =1,2 м (здесь *m*1 , *m*2 , *m*3 , *m*4 - массы соответственно тел 1,2,3 и 4; *i*3

– радиус инерции тела 3 относительно оси, проходящей через его центр масс

перпендикулярно плоскости движения; *f* – коэффициент трения скольжения;

*δ* – коэффициент трения качения тела 3).



Рисунок 2.6 – Схема механической системы к выполнению второго за- дания

Решение

При определении скорости тела 1 в момент времени, когда пройденный им путь *S*1 будет равным 1,2 м, воспользуемся теоремой об изменении кине- тической энергии (2.1). Так как в начальный момент времени механическая система находилась в покое, то *Т*0=0. По условию задания соединяющие тела системы нити предполагаются нерастяжимыми, проскальзывание между те-

лами отсутствует, поэтому 0. Тогда выражение (2.1) примет упрощен-

ный вид:

 .

(2.18)

Вычислим кинетическую энергию *Т* системы, когда груз 1 пройдет путь, равный 1,2 м. Груз 1 совершает поступательное движение, значит

*Т* = *m* = .

(2.19)

1 1

Блок 2 вращается вокруг неподвижной оси, поэтому

*Т* =  *J* .

2 2

Момент инерции *J*2 блока 2 не задан, поэтому определяем его как для сплошного цилиндра по формуле:

*J* = *m* =2,25 *mr2*,

(2.20)

2 *2*

а угловую скорость находим из равенства:

= = .

(2.21)

2 ,

Таким образом, кинетическая энергия блока 2 примет вид:

*Т* = *m* .

(2.22)

2

Так как каток 3 совершает плоскопараллельное движение, то

*Т* = *m*₃ + *J*

3 с 2

 .

(2.23)

Поскольку соединительные нити предполагаются нерастяжимыми,

скорость точки *А* катка 3 = . Точка *р* является мгновенным центром скоростей третьего тела, значит

= = = .

3 ₃ ₃ ₃

 ₃ ₃

(2.24)

Из выражения (2.24) следует, что

= = , = ∙ ₃

= .

(2.25)

3 с ₃ ₃

Момент инерции катка 3 определится по заданному радиусу инерции *i*3

по формуле:

*Jс* = *m*₃ = *2mr2*.

Тогда, подставляя (2.25) и (2.26) в (2.23), получим:

*Т*3 = 0,34*m* .

(2.26)

(2.27)

Кинетическая энергия груза 4

*Т* = *m* .

(2.28)

4 *4*

Из выражения (2.24) вытекает, что

 4 = = ₃ ₃ = 0,2 . .

 ₃+ ₃

Тогда из (2.28) с учетом (2.29) следует, что

42

(2.29)

(2.30)

*Т*4 = 0,02*m* .

Теперь, складывая равенства (2.19), (2.22), (2.27) и (2.30), найдем кине- тическую энергию всей системы:

*Т* = *Т*1*+ Т*2*+ Т*3*+ Т*4 = 2,36*m* .

(2.31)

Найдем сумму работ всех внешних сил, приложенных к системе, на за- данном ее перемещении. Для этого покажем на схеме все приложенные к системе внешние силы (см. рисунок 2.6). Работу силы тяжести *G*1 груза 1 найдем по формуле (2.5):

*AG* = *G*1*S*1 *= m*1*gS*1*=3mgS*1*.*

Аналогично определяется работа силы тяжести катка 3:

*AG*₃ =- *m3ghc=*-*mgSc*sin30°

(2.32)

(2.33)

(здесь *hc*- смещение центра масс *С* катка по вертикали в заданном перемеще- нии системы, *Sc* – путь, пройденный точкой *С* при этом смещении).

Путь, пройденный точкой *С*, можно определить из выражения (2.25), представив=3 *1*/5 в виде *S* с=0,6 *S* 1. Интегрируя это равенство, получим:

*Sc* = 0,6*S*1.

Тогда окончательно получим:

*AG*₃ = -0,3*mgS*1.

(2.34)

Аналогичным образом из выражения (2.25) несложно получить, что

 = .

3

(2.35)

Работа сил сопротивления качению катка 3 определяется по формуле (2.7). В данном примере

*Mc* = *δN*3 = *δm*3*g*cos30° = 0,5 *mg*. Тогда с учетом выражений (2.35) и (2.36) получим:

*A* ₃ *= -*0,2*mgS* .

(2.36)

(2.37)

*M* 1

Работа силы тяжести груза 4

*AG4* =-*m4gS4*·sin30*°* = - 0,1 *mgS*1.

(2.38)

где *S*4=0,2*S*1 (путь, пройденный телом 4, найдено из выражения (2.29) путем интегрирования).

Работу силы трения скольжения груза 4 определяем по формуле (2.6):

*АF*4 =- *fN*4*S*4 = -*fm*4*g*cos30°∙ 0,2*S*1 = -0,1 *fmgS*1.

(2.39)

Наконец, складывая равенства (2.32), (2.34), (2.37), (2.38) и (2.39), по- лучим:

∑ = (2,6-0,1 *f* – 0,2)*mgS*1*.*

(2.40)

Подставляя выражения (2.31) и (2.40) в (2.18), после преобразований имеем:

2,6  0,1 3  0,1  0,2 3  0,01/ 0,25  9,811,2

2,36

**1  

2,6  0,1 3  *f*  0,2 3  ** / *r gS*

2,36

1

 3,6*м* / *с*

Далее, применяя общее уравнение динамики (2.8), найдем ускорения тел, движущихся поступательно и ускорения центров масс тел, совершающих плоскопараллельное движение, угловые ускорения тел, совершающих враща- тельное и плоскопараллельное движения.

В соответствии с этим уравнением изобразим на схеме системы актив- ные силы и силы инерции (рисунок 2.7).



Рисунок 2.7 – Схема механической системы к выполнению п.2 задания 2

Так как тело 1 совершает поступательное движение, элементарные си-

лы инерции всех точек его приводятся в соответствии с выражением (2.9) к равнодействующей, равной по модулю

 = *m*1*a*1 *=* 3*ma*1,

линия действия которой проходит через центр масс этого тела.

(2.41)

Блок 2 вращается вокруг неподвижной оси, поэтому силы инерции то- чек этого тела приводятся согласно выражению (2.10) к паре сил с моментом, абсолютная величина которого =*J*2*ℇ*2. Здесь момент инерции *Jх* определя- ется равенством (2.20), а угловое ускорение *ℇ2* находится из (2.21) дифферен- цированием по времени:

*ℇ* = .

2 ,

Тогда

 = 1,5*ma*1r.

(2.42)

Согласно выражений (2.11) и (2.12) элементарные силы инерции катка 3 приводятся в его центре масс к силе =*m3aс* и паре сил с моментом, рав- ным по абсолютной величине =*Jсℇ3*. Момент инерции *Jс* найден раньше в выражении (2.26), а ускорение *aс* и угловое ускорение *ℇ3* определяются из (2.25) дифференцированием по времени:

Отсюда

*ℇ* = , *a*

3

*с*

= .

 = 0,6*ma*1, = 0,8*ma*1*r*.

(2.43)

Тело 4 движется поступательно, значит

 = *m*4*a*4 = 0,2*ma*1,

где *a4*=0,2*a1*(находится из (2.29) дифференцированием по времени).

(2.44)

Теперь дадим системе возможное перемещение и составим общее уравнение динамики согласно выражению (2.16):

*G*1*δS*1- *G*3*δScsin*30°- *G*4*δS*4 *sin*30°-*F4δS4*-*Mcδ* 3*- δS1*- *δSc*- *δS*4- *δ 2*-

- *δ* 3=0.

(2.45)

Так как наложенные на механическую систему связи являются стацио- нарными, удерживающими и голономными, все возможные перемещения системы выражаются через возможное перемещение *δS1* соответственно:

*δ* = = , *δ*

=

= 0,4

*δS* = *δS*

 ₃ = 0,6*δS* ,

2 ,

3 ₃+ ₃

 , *c*

1 ₃ ₃ 1

*δS* = *δS* = ₃ ₃ = 0,2*δS* .

(2.46)

4 1 ₃ ₃ 1

Подставляя в выражение (2.45) найденные ранее момент силы трения качения (2.36), силу трения скольжения *F*4=*fm*4*q*cos30*°*=0,5 *fmg*, а также выражения возможных перемещений (2.46), получим:

1

Откуда

(2,6-0,1 *f* -0,2)*g*- 4,72*a*

= 0 .

(2.47)

 , , ,

 , , ∙ , , , ,

*a1* = = , = 5,365 м/с2.

 , ,

Теперь, используя полученные выше зависимости, находим:

*ac* = 0,6*a*1 = 0,6∙5,365 = 3,219 м/с2,

*a*4 = 0,2*a*1 = 0,2∙5,365 = 1,073 м/с2,

 ,

*ℇ*2 = , = , ∙ , = 14,307 1/с2,

*ℇ* 5, 5 2

3 = 0,4 = 0,4 0,25 = 8,584 1/с .

Для выполнения пункта 3 задания изобразим по отдельности тела ме- ханической системы (рисунок 2.8), приложив к ним силы тяжести, реакции внешних и внутренних связей и силы инерции.

В соответствии с принципом Даламбера, система сил, приложенных к

телу 1 (рисунок 2.8, а), находится в равновесии, подтверждаемом уравнени- ем:

*Fky* = *T*12 *+* - *G*1 = 0.

Отсюда с учетом *G*1=*m*1*g*=3 *mg* и равенства (2.41)

*T*12 = *G*1 - = 3*m*(*g*-*a*1) =3∙5(9,81-5,365) = 66,675 H.

(2.48)

 

а б



в г

Рисунок 2.8 – Схема сил в механической системе к выполнению п.3 за- дания 2

Составим уравнения равновесия системы сил, приложенных к блоку 2(рис.2.8, б) в виде:

*Fkx* = *N*2*x*-*T*23 cos30° = 0,

*Fky* = *N*2*y*- *T*23sin30°- *G*2- *T*21 = 0,

*m*0( *F* k) = *T*23*R*2- *T*21*R*2+  = 0.

(2.49)

(2.50)

(2.51)

Из (2.51), учитывая, что *T*21=*T*12, а момент найден в (2.42), следует

*T*23 = *T*32 = *T*12- = *T*12- *ma*1 = 66,675-5∙5,365 = 39,852 Н.

Тогда из (2.49) и (2.50) следует:

*N*2*x*=*T*23 cos30°=39,852∙cos30*°*=34,128 Н,

*N*2*y* = *T*23sin30*°*+*G*2*+T*12 = 39,852∙0,5+98,1+66,675 = 184,701 Н.

Следовательно

*N*2*=* + ,128 + 18 , 01 187,827 Н.

Составим уравнения равновесия для системы сил, приложенных к кат- ку 3 (рисунок 2.8, в):

*Fkx'* = *F*3+ *T*32 *T*34- *G*3 sin30*°* = 0,

*Fky'* = *N*3- *G*3 cos30° = 0,

*mp*( *F* k)=+*Mc*+ *T*34(*R*3-*r*3)+ ₃+*G*3 ₃+ sin30*°*-*T*32(*R*3+*r*3)= 0.

(2.52)

(2.53)

(2.54)

Из (2.54) с учетом полученных ранее результатов следует:

*T34*= =

= , , , , , , , , , , = 34,129 Н ,

 , ,

где *R*3 = *R=* 1,5*r* = 1,5∙0,25 = 0,375м;

 = 0,8*ma1r =* 0,8∙5∙5,365∙0,25 = 5,365 Нм;

 *=* 0,5 ∙*δmg* = 0,5 ∙0,001∙5∙9,81 = 0,042 Нм;

 0,6*ma*1 *=* 0,6∙5∙5,365 = 16,095 Н;

*G*3 *= m*3*g = mg =* 5∙ 9,81 = 49,05 H.

Теперь из (2.52) можно определить силу трения скольжения:

*F*3 *=* +*T*34+*G*3 sin30°-*Т*23 = 16,095+34,129+49,06∙0,5-39,852=60,014 Н,

а из (2.53)

*N*3 = *G3* cos30° = 49,05∙0,866 = 42,5 Н.

Заметим, соотношение (2.52) было использовано ранее при определе- нии момента сил трения качения *М*3.

Уравнения равновесия системы сил, приложенных к грузу 4:

*Fkx'* = *Т*43 *F*4-*G*4sin30°=0,

*Fky'* = *N*4- *G*4 cos30*°*=0.

(2.55)

(2.56)

В уравнении (2.55) все величины уже известны, поэтому оно может служить для проверки проведенных расчетов. Подставляя в него найденные ранее величины, получим:

34,129-5,4-4,2-5∙9,81∙0,5≈0.

Заметим, равенство (2.56) уже было использовано ранее при определе- нии работы сил трения скольжения *A F*4.

Наконец, приступим к выполнению пункта 4 задания. Выберем в каче- стве обобщенной координаты пройденный телом 1 путь *S* (рисунок 2.7), то есть *S=q*. Тогда уравнение Лагранжа второго рода будет иметь вид (2.17).

Кинетическая энергия системы была определена в п.1 выражением (2.31). Выразив в нем через *q* ,получим:

*T=*2,36*m*2 *q* 2 .

(2.57)

Для определения обобщенной силы сообщаем системе возможное пе- ремещение и вычислим на этом перемещении сумму работ всех действую- щих внешних сил в виде:

*δАк*=*G*1∙*δS*1 – *G*3*δSc* sin30*°*-*M*c∙*δ* 3-*G*4*δS*1∙sin30°- *F*4*δS*4.

(2.58)

Заметим, здесь силы инерции и моменты сил инерции не отражены, так как обобщенные силы инерции уже выражены через кинетическую энергию системы в уравнении Лагранжа второго рода.

С учетом выражений (2.46), выделив в выражении (2.58) коэффициент при *δS*1, получим:

*Q*= *G*1-0,6*G*3 sin30°-0,4 *M*3/*r*-0,2*G*4 sin30°-0,2*F*.

Откуда с учетом полученных выше результатов и исходных данных имеем:

*Q*=2,6*mg*.

Теперь, подставив (2.57) и (2.59) в выражение (2.17) получим:

4,72*m q*=2,6*mg*.

(2.59)

(2.60)

Далее, интегрируя выражение (2.60) по времени *t* с учетом начальных условий *S* *0*=0, *S0*=0, получим:

*S* =0,55*gt*,

*S*=0,275*gt2 .*

(2.61)

(2.62)

Приняв в выражении (2.62) *S*= *S1*=1,2 м, находим время движения сис- темы *t*=0,67 с.

В соответствии с зависимостями (2.60), (2.61) и (2.62) формируем мас- сивы данных для построения графиков *S*=*f*1(*t*), *S* = *f*2(*t*) и *S*=*f*3(*t*) (таблица 2.3).

Таблица 2.3 – Массив данных для построения графиков движения сис-

темы

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Время t,c | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,67 |
| Ускорение *S*, м/с2 | 5,39 | 5,39 | 5,39 | 5,39 | 5,39 | 5,39 | 5,39 | 5,39 |
| Скорость *S* , м/с | 0 | 0,539 | 1,078 | 1,617 | 2,156 | 2,695 | 3,234 | 3,611 |
| Перемещение *S*, м | 0 | 0,027 | 0,108 | 0,242 | 0,431 | 0,674 | 0,970 | 1,200 |

На рисунке 2.9 показаны построенные по этому массиву графики

=*f*1(*t*), *S* = *f*2(*t*) и *S*=*f*3(*t*).

*S* 





*S,м*

Рисунок 2.9 – Графики движения *S*=*f*1(*t*), *S* = *f*2(*t*) и *S*=*f*3(*t*) исследуемой механической системы

# 3. Контрольные вопросы для самопроверки при подготовке к за- щите расчетно-графической работы

Вопросы к первому заданию

1. Что называется материальной точкой?
2. О чем гласит второй закон динамики?
3. Каковы дифференциальные уравнения движения точки в декартовых координатах?
4. Каковы уравнения движения точки в проекциях на оси естественного трехгранника?
5. В чем заключается первая задача динамики?
6. В чем заключается вторая задача динамики?
7. Как определяются значения произвольных постоянных, появляю- щихся при интегрировании дифференциальных уравнений движения матери- альной точки?
8. Что называется количеством движения материальной точки?
9. Что называется элементарным импульсом силы?
10. Как направлены вектора количества движения и импульса силы?
11. Каковы размерности скорости и ускорения в системе СИ?
12. Каковы размерности количества движения и импульса силы в сис- теме СИ?
13. В чем заключается теорема об изменении количества движения ма- териальной точки?
14. При каком условии материальная точка при действии на нее не- скольких сил будет двигаться прямолинейно равномерно?
15. При каком условии материальная точка будет двигаться ускоренно (замедленно)?

Вопросы ко второму заданию

* 1. Как определяется кинетическая энергия твердого тела при поступа- тельном, вращательном и плоскопараллельном движениях?
	2. Как определяется кинетическая энергия механической системы?
	3. Как определить элементарную работу силы?
	4. Как выражается работа силы на конечном перемещении?
	5. В чем заключается теорема об изменении кинетической энергии сис- темы?
	6. Как определяется сила инерции?
	7. Как приводятся силы инерции к заданному центру при поступатель- ном, вращательном и плоскопараллельном движениях твердого тела?
	8. В чем заключается принцип Даламбера для механической системы?
	9. В чем заключается принцип возможных перемещений?
	10. Каким образом гласит общее уравнение динамики?
	11. Что подразумевается под обобщенными координатами системы?
	12. Как вычисляются обобщенные силы системы?
	13. Каковы уравнения Лагранжа второго рода?

# Список рекомендуемой литературы

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики [Текст]: Учеб. для вузов. – 10-е изд., перераб. и доп. /Тарг С.М. – М.: Высш. шк., 1986.- 416 с.: ил.
2. Лачуга, Ю.Ф. Теоретическая механика [Текст]: Учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений /Лачуга Ю.Ф., Ксендзов В.А. – 3-е изд., пе- рераб. и доп.- М.: Колос, 2010.- 576 с.: ил.
3. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [Текст]: Учеб. пособие для технических вузов /Яблонский А.А. [и др.]: под ред. А.А.Яблонского.- М.: Интеграл-Пресс, 2005.- 384с.
4. Бать, М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах [Текст]: в 2 т. /Бать М.И. [и др.]. Том 1: Статика и кинематика. Том 2: Динамика. – 9-е изд., стер.- Санкт-Петербург: Из-во «Лань», 2009.-1312 с.

# Оглавление

Предисловие… 3

* 1. [Содержание первого задания… 4](#_TOC_250007)
		1. [Теоретические сведения к первому заданию 15](#_TOC_250006)
		2. [Пример выполнения первого задания… 18](#_TOC_250005)
	2. [Содержание второго задания… 28](#_TOC_250004)
		1. [Теоретические сведения ко второму заданию 35](#_TOC_250003)
		2. [Пример выполнения второго задания… 40](#_TOC_250002)
	3. [Контрольные вопросы для самопроверки при подготовке к защите расчетно-графической работы 52](#_TOC_250001)

[Список рекомендуемой литературы 54](#_TOC_250000)

Сборник заданий

и методическое руководство к расчетно-графической работе по курсу теоре- тической механики. Часть 2 (Сост. С.С.Алатырев, И.С.Кручинкина)

Учебно-методическое пособие

Формат 60 х 84/16. Бумага писчая. Печать оперативная.

Усл. печ. л. 3,4. Тираж 100 экз. Заказ №

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение выс- шего профессионального образования «Чувашская государственная сельско- хозяйственная академия»

Отпечатано в полиграфическом отделе ФГБОУ ВПО ЧГСХА , 428003, г.Чебоксары, ул.К.Маркса, 29.

56