**Курсовая работа**

**Решение задачи линейного программирования, теория двойственности**

Присылаемый на проверку архив должен содержать 2 файла:

* файл отчета, содержащий титульный лист, условие задачи, формулы используемых методов, исходный текст программы (с указанием языка реализации), результаты работы программы (можно в виде скриншотов), ответы на вопросы для защиты;
* файл с исходным текстом программы (программу можно писать на любом языке программирования).

**Задание на курсовую работу**

1. Перейти к канонической форме задачи линейного программирования.



1. Написать программу, решающую задачу линейного программирования в канонической форме симплекс-методом с выводом всех промежуточных симплексных таблиц.
2. Решить исходную задачу графически и отметить на чертеже точки, соответствующие симплексным таблицам, полученным при выполнении программы из п.1.
3. Составить двойственную задачу к исходной и найти ее решение на основании теоремы равновесия.
4. Ответить на вопросы для защиты курсовой работы.

Вариант выбирается по последней цифре пароля.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Номер варианта** | ***а*** | ***b*** | ***с*** | ***а*1** | ***b*1** | ***с*1** | ***а*2** | ***b*2** | ***с*2** | ***p*1** | ***p*2** | **Номера вопросов для защиты** |
|  | 12 | 33 | 20 | 5 | 5 | 2 | 1 | 4 | 5 | 6 | 3 | 1,9,11,15 |
|  | 9 | 13 | 16 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 | 5 | 5 | 1 | 2,10,12,16 |
|  | 12 | 33 | 20 | 5 | 5 | 2 | 1 | 4 | 5 | 11 | 1 | 3,8,13,15 |
|  | 10 | 30 | 42 | 2 | 3 | 3 | 1 | 4 | 8 | 4 | 3 | 4,8,10,14 |
|  | 30 | 26 | 54 | 5 | 2 | 3 | 3 | 4 | 11 | 5 | 2 | 5,6,9,18 |
|  | 12 | 14 | 68 | 3 | 1 | 4 | 1 | 2 | 11 | 9 | 2 | 1,7,11,16 |
|  | 11 | 13 | 12 | 4 | 2 | 1 | 1 | 3 | 7 | 7 | 1 | 2,7,9,14 |
|  | 45 | 8 | 30 | 10 | 1 | 3 | 3 | 1 | 5 | 4 | 5 | 3,6,13,17 |
|  | 14 | 13 | 36 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 7 | 6 | 1 | 4,9,12,17 |
|  | 9 | 13 | 16 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 | 5 | 4 | 5 | 5,6,10,14 |

**Вопросы для защиты курсовой работы**

* 1. В какой форме приведена исходная задача линейного программирования?
  2. На переменную не наложено условие неотрицательности, как поступают в этом случае при решении задачи симплекс-методом?
  3. Как в симплексной таблице определить оптимальность соответствующего ей решения?
  4. Как по симплексной таблице определить, что задача не имеет решения (функция не ограничена)?
  5. Как по симплексной таблице определить, что задача не имеет решения (система ограничений несовместна)?
  6. Как выбирается разрешающий элемент для перехода к новому решению (улучшение решения)?
  7. Сформулируйте правило прямоугольников.
  8. Какой метод решения систем линейных уравнений лежит в основе симплекс-метода?
  9. Какая переменная называется искусственной, когда она вводится и какой коэффициент соответствует ей в функции?
  10. Когда оптимальный план М-задачи является оптимальным планом исходной задачи?
  11. Как определяется разрешающий элемент при использовании искусственного базиса?
  12. Что такое зацикливание и когда оно может произойти?
  13. Как по симплексной таблице определить, что задача имеет бесконечно много решений?
  14. Как при графическом решении определить оптимальную точку?
  15. Как определить количество переменных при составлении двойственной задачи?
  16. Чему равно количество ограничений в двойственной задаче?
  17. Когда на переменные двойственной задачи накладывается условие неотрицательности?
  18. Когда ограничение двойственной задачи будет неравенство, соответствующее цели задачи?

**Методические указания к выполнению курсовой работы**

Рассмотрим задачу линейного программирования:

   
1. Перейдем к канонической форме записи введя дополнительные переменные в неравенства:



Расширенная матрица системы

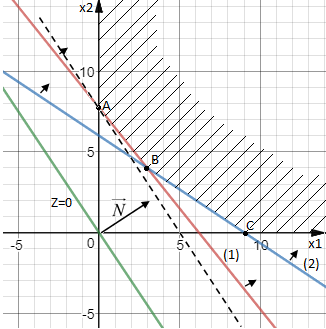
.

В матрице выделен единичный базис, но базисное решение не является опорным, т.к. в правой части содержатся отрицательные коэффициенты. Поэтому необходимо в каждое уравнение ввести искусственные переменные и решать задачу методом искусственного базиса (по заданию это должна делать программа).

2. Решим исходную задачу графически. Каждое неравенство исходной системы ограничений определяет полуплоскость. Запишем уравнения граничных прямых для этих полуплоскостей.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) 5*х*1 + 4*х*2 = 31 | | |  | (2) 2*х*1 + 3*х*2 = 18 | | |
| *х*1 | 0 | 6.2 |  | *х*1 | 0 | 9 |
| *x*2 | 7.8 | 0 |  | *x*2 | 6 | 0 |

Построим прямые по двум точкам.



Каждая прямая разбивает плоскость на две полуплоскости. Для выбора полуплоскостей, определяемых каждым неравенством, подставим координаты «пробной» точки (0;0) в каждое неравенство. Получаем:

5 ⋅ 0 + 4 ⋅ 0 ≥ 31 не верно. Следовательно, отмечаем полуплоскость, не содержащую «пробную» точку (0;0).

2 ⋅ 0 + 3 ⋅ 0 ≥ 18 не верно. Следовательно, отмечаем полуплоскость, не содержащую «пробную» точку (0;0).

Выбранные полуплоскости отметим стрелочками. Найдем пересечение отмеченных полуплоскостей с учетом условия: *х*1,*х*2≥ 0. Заштрихуем полученный неограниченный треугольник *ABC* – область допустимых решений системы ограничений.

Построим линию уровня *Z* = 0: 12*х*1 + 8*х*2 = 0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *х*1 | 0 | 2 |
| *x*2 | 0 | -3 |

Вектор  определяет направление наибольшего возрастания функции *Z*. Построим из начала координат вектор . Этот вектор также показывает направление наибольшего возрастания функции.

Перемещая линию уровня параллельным переносом в направлении вектора , находим первую точку пересечения линии уровня и заштрихованного четырехугольника – точку *А*. Эта точка является точкой минимума функции. Точка *А* получается в результате пересечения прямой (1) и оси Оx1. Для нахождения ее координат решим систему:

–



Находим решение системы: 



3. Составим двойственную задачу. Знаки неравенств уже согласованы с целью задачи.





Двойственная задача:





Найдем оптимальное решение двойственной задачи по теореме равновесия. Запишем условия дополняющей нежесткости.



Подставим в составленную систему оптимальное решение исходной задачи: .



Произведение равно нулю, если один из множителей равен 0. Получаем



Тогда,

Оптимальное решение двойственной задачи . По теореме о минимаксе .

Окончательно, .