

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

| | | | |
|----|---|----|--|
| N | Z | N | Z |
| 1 | $(\sin(2.1) + \cos(1.512))e^{0.536}$ | 2 | $e^{\sqrt{3.18}}/(0.21^2 + 0.893)$ |
| 3 | $\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$ | 4 | $\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$ |
| 5 | $e^{1.64} - 3^{-0.88} + 3.4$ | 6 | $3^{-0.4} - (2.44 + 0.44)^3$ |
| 7 | $1.00 - \ln 2.71 - (0.8)^3$ | 8 | $-2.02^3 + \sqrt{2.02^3 + 5.05 \cdot 4.04}$ |
| 9 | $20.295 \arcsin(9.65/9.95)$ | 10 | $2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$ |
| 11 | $\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$ | 12 | $15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$ |
| 13 | $5.05^2 - 0.21 - \frac{1}{1.718}$ | 14 | $3.13^2 \arcsin(2.122 - 1.88)$ |
| 15 | $(e^{-0.248} + e^{-0.343})/(-0.248 + 0.343)$ | 16 | $0.5e^{2.45} + 6.061e^{-2.45}$ |
| 17 | $(2^{\sqrt{5.12}} - 3^{\sqrt{1.21}})/5.8$ | 18 | $\frac{1}{9.687^3} - 4.0 - 2.587^2$ |
| 19 | $\frac{1}{1.1^2} - \ln(1.15 + 1.26)$ | 20 | $\sqrt{18.12} + \sqrt[3]{11.12} + \sqrt[4]{88.11}$ |
| 21 | $\sin(e^{2.15} - \sqrt{2.51}) + \sqrt{6.523}$ | 22 | $\sin(\ln 2.8 - 0.444)10.5$ |
| 23 | $(\sqrt{1.03} - \sqrt{2.4} - \sqrt{3.52})^2$ | 24 | $1.25^3 + 1.687 - 2.2^2$ |
| 25 | $3.7(\cos(3.7 \cdot 1.7))^2 \sin(1.7)$ | 26 | $(\sqrt{10.1} + 1.423)^2 \cos(0.16)$ |
| 27 | $23.8 \operatorname{arctg}(51.45/5.5)$ | 28 | $\sqrt{\sin(0.895)} - \cos(0.7 + 1.7)$ |
| 29 | $\cos 3.14 + 2.15 - 3.0^3$ | 30 | $\sqrt{8^3 + 15.1^3 + 50.5}$ |

Задание 2.

До скольких значащих цифр следует округлить число $x_0 = 10/7$, чтобы погрешность вычисления величины $f(x_0)$ не превосходила 0.01%?

| | | | | | |
|----|-----------------------------------|----|----------------------------------|----|-------------------------------|
| N | $f(x)$ | N | $f(x)$ | N | $f(x)$ |
| 1 | $\sin x - x + 3 = 0$ | 2 | $\sqrt{x+1} - x + 2 = 0$ | 3 | $\ln x + 2 - \frac{1}{x} = 0$ |
| 4 | $\frac{1}{(x+1)^2} - x^2 + 2 = 0$ | 5 | $e^x - 3^{-x} + 3 = 0$ | 6 | $3^x + (x-2)^3 = 0$ |
| 7 | $1 - \ln x - (x-2)^3 = 0$ | 8 | $\ln x + x - 3 = 0$ | 9 | $e^x - x^2 + 6x = 0$ |
| 10 | $\sqrt{x-1} - x + 4 = 0$ | 11 | $\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x = 0$ | 12 | $\ln x - \sqrt{x-2} = 0$ |
| 13 | $x^2 - 3x - \frac{1}{x+1} = 0$ | 14 | $\ln(x-1) - \frac{1}{x} = 0$ | 15 | $\ln(x+1) + x - 2 = 0$ |
| 16 | $e^x + 2x - 2 = 0$ | 17 | $e^{-x} - x - 3 = 0$ | 18 | $\frac{1}{x^2} + 3 - x = 0$ |
| 19 | $\frac{1}{x^2} - \ln(1-x) = 0$ | 20 | $\sqrt{x-1} - \frac{1}{x+1} = 0$ | 21 | $e^x + x - 2 = 0$ |
| 22 | $\cos x - 3x - 3 = 0$ | 23 | $\sin x - 2x + 4 = 0$ | 24 | $x^3 + x - 3 = 0$ |
| 25 | $e^x - (x-3)^2 + 2 = 0$ | 26 | $e^{-x} - 2x - 4 = 0$ | 27 | $e^x - (x-3)^2 - 1 = 0$ |
| 28 | $\cos x + (x-0.5)^3 = 0$ | 29 | $\cos x + 2 - x^3 = 0$ | 30 | $e^{-x} - (x+2)^2 + 2 = 0$ |

Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon_1 = 0.01$. Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью $\varepsilon_2 = 0.0001$. Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности ε_2 число итераций. Функция $f(x)$ дана в задании 2.

Задание 4.

Дан многочлен третьей степени $P(x) = x^3 + bx^2 + c$. Методом Ньютона найти действительный корень многочлена, расположенный на интервале $(-3, 0)$, с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

| N | b | c | N | b | c | N | b | c | N | b | c | N | b | c |
|----|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|
| 1 | -29 | 2 | 2 | -9 | 22 | 3 | -24 | 7 | 4 | -30 | 1 | 5 | -11 | 20 |
| 6 | -14 | 17 | 7 | -23 | 8 | 8 | -7 | 24 | 9 | -26 | 5 | 10 | -17 | 14 |
| 11 | -22 | 9 | 12 | -15 | 16 | 13 | -20 | 11 | 14 | -21 | 10 | 15 | -5 | 26 |
| 16 | -10 | 21 | 17 | -18 | 13 | 18 | -13 | 18 | 19 | -6 | 25 | 20 | -16 | 15 |
| 21 | -4 | 27 | 22 | -28 | 3 | 23 | -12 | 19 | 24 | -19 | 12 | 25 | -2 | 29 |
| 26 | -27 | 4 | 27 | -25 | 6 | 28 | -8 | 23 | 29 | -3 | 28 | 30 | -1 | 30 |

Задание 5.

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b .

| N | A | | b | N | A | | b | N | A | | b |
|----|--------|--------|-------|----|--------|--------|--------|----|--------|--------|--------|
| 1 | -2,775 | 1,126 | -2,4 | 2 | -1,049 | -1,373 | -2,719 | 3 | -1,361 | 1,545 | -1 |
| | -0,386 | 0,206 | 4,14 | | -1,879 | 2,967 | 8 | | -2,883 | 0,088 | -4 |
| 4 | 1,538 | 2,27 | 3 | 5 | 1,645 | 0,307 | -3 | 6 | -2,65 | 2,496 | 4,292 |
| | -0,716 | -1,399 | 6,8 | | -0,258 | -1,909 | 6,637 | | -0,84 | 2,264 | 3,535 |
| 7 | -1,548 | -1,891 | 5,21 | 8 | 0,559 | -1,179 | -2 | 9 | -1,148 | -0,436 | -6,8 |
| | -0,756 | 2,39 | -0,12 | | -1,4 | -1,383 | 0,03 | | 0,975 | -0,838 | 6,7 |
| 10 | -0,767 | -1,759 | 4 | 11 | 2,843 | 2,331 | 3 | 12 | -0,04 | -1,642 | 3,277 |
| | -0,132 | -2,618 | 6,143 | | -0,484 | -1,293 | 6,8 | | 0,263 | 1,465 | 2,3 |
| 13 | -2,737 | -1,76 | -8 | 14 | 0,478 | 0,51 | 6 | 15 | 0,403 | -1,584 | -4 |
| | 2,294 | -2,43 | 4,1 | | -2,252 | -0,914 | -1,5 | | -0,789 | 0,672 | 5 |
| 16 | -1,706 | -1,11 | 6 | 17 | -1,359 | -1,598 | 2,66 | 18 | -0,689 | -0,325 | -0,5 |
| | 2,573 | -2,104 | -2,7 | | -1,73 | 1,43 | -0,165 | | 0,898 | -0,889 | 4,9 |
| 19 | -2,935 | -2,712 | 5,917 | 20 | 2,456 | -1,853 | 4,685 | 21 | -1,905 | -1,168 | 5,534 |
| | 1,198 | -2,113 | 1,42 | | 2,423 | 1,629 | -5,9 | | -2,928 | 2,83 | -3,69 |
| 22 | 2,299 | -2,178 | 0,47 | 23 | -1,891 | 0,589 | -4,2 | 24 | -2,315 | -0,425 | -6,658 |
| | -1,992 | 0,161 | -5 | | -2,058 | -0,078 | 1,8 | | 1,301 | 1,352 | -5 |
| 25 | 2,073 | 1,033 | 0,294 | 26 | 0,353 | 2,76 | 4,5 | 27 | 2,157 | 0,683 | -5,335 |
| | 2,46 | 1,823 | -2,95 | | 0,362 | -2,092 | -4,113 | | 1,501 | 0,317 | -1,415 |
| 28 | 1,565 | 0,34 | -7 | 29 | -1,63 | -2,774 | 5,85 | 30 | -1,272 | -1,988 | 2,41 |
| | -0,712 | 2,721 | -5 | | 1,789 | 0,435 | 6,836 | | -0,162 | -1,008 | -4,65 |

Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ $Ax = b$, если элементы матрицы A заданы точно, а элементы вектора правых частей b получены в результате округления. Матрица A и вектор b даны в задании 5.

Задание 7.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (LU-разложения).

| N | A | | | | b | N | A | | | | b | N | A | | | | b |
|----|-----|------|------|------|-------|----|-----|------|------|-----|-------|----|-----|------|-----|-----|------|
| 1 | 3 | 9 | -9 | 5 | 116 | 2 | 8 | 6 | 9 | 0 | 38 | 3 | 5 | 7 | -2 | -5 | -48 |
| | 27 | 85 | -73 | 53 | 1044 | | 48 | 37 | 55 | -5 | 274 | | -40 | -63 | 23 | 39 | 371 |
| | 21 | 47 | -104 | 1 | 855 | | -48 | -31 | -47 | -34 | 70 | | -35 | -77 | 34 | 30 | 318 |
| | -21 | -103 | -71 | -124 | -551 | | 40 | 27 | 46 | 0 | 164 | | 0 | 21 | 3 | 9 | -45 |
| 4 | -2 | 1 | 1 | 4 | -3 | 5 | 4 | -7 | -7 | 3 | 59 | 6 | -8 | 0 | 6 | 1 | -22 |
| | -14 | 6 | -2 | 28 | -32 | | -28 | 42 | 41 | -22 | -373 | | 64 | -10 | -44 | -16 | 164 |
| | -2 | 0 | 0 | 10 | -16 | | 36 | -112 | -124 | 25 | 876 | | -16 | 70 | -22 | 58 | 64 |
| | -18 | 2 | -78 | 14 | -86 | | 16 | 28 | 81 | -28 | -681 | | 72 | 30 | -90 | 24 | 348 |
| 7 | -3 | -2 | -7 | 8 | -9 | 8 | 2 | 5 | -10 | 2 | -147 | 9 | 4 | -8 | -9 | -3 | 17 |
| | -24 | -24 | -57 | 73 | -100 | | 14 | 44 | -67 | 18 | -1073 | | -40 | 74 | 81 | 22 | -223 |
| | -3 | -42 | -18 | 45 | -75 | | 0 | 36 | 21 | 8 | -79 | | -8 | -38 | -64 | -60 | -494 |
| | -6 | -12 | 9 | 53 | -314 | | -12 | -3 | 78 | -18 | 867 | | -8 | 10 | 13 | -24 | -147 |
| 10 | 7 | 6 | -10 | -10 | 23 | 11 | -9 | -7 | -6 | 0 | -29 | 12 | 2 | 7 | 1 | -2 | -19 |
| | -7 | -1 | 3 | 13 | 56 | | 45 | 31 | 31 | 1 | 136 | | 6 | 29 | -3 | -6 | -91 |
| | -28 | -34 | 52 | 27 | -311 | | 18 | 54 | -1 | -12 | 149 | | 6 | 21 | -6 | 3 | -12 |
| | 42 | 81 | -131 | -62 | 596 | | 90 | 78 | 40 | -9 | 304 | | -20 | -102 | 59 | -26 | 93 |
| 13 | 4 | -3 | 1 | 0 | 10 | 14 | 7 | 6 | -4 | 9 | -84 | 15 | -7 | -1 | 4 | -8 | 87 |
| | -8 | 4 | -12 | -4 | 32 | | -70 | -64 | 36 | -90 | 884 | | -14 | -10 | 7 | -24 | 297 |
| | 8 | 10 | 87 | 30 | -389 | | -63 | -62 | 34 | -73 | 776 | | 63 | 9 | -35 | 63 | -741 |
| | 4 | -3 | 41 | -8 | 18 | | -14 | -48 | 2 | 16 | 248 | | -7 | 15 | 7 | -5 | -97 |
| 16 | -3 | -5 | -7 | 6 | 137 | 17 | 7 | -1 | 8 | -6 | -62 | 18 | -3 | -10 | 3 | 5 | 13 |
| | 6 | 12 | 17 | -9 | -306 | | -7 | -9 | -3 | 5 | 28 | | 0 | 7 | 0 | 1 | 26 |
| | -21 | -45 | -74 | 30 | 1224 | | -28 | 54 | -64 | 25 | 361 | | 15 | 85 | -6 | -14 | 113 |
| | 3 | -7 | 69 | -58 | -835 | | 42 | 4 | 15 | -61 | -656 | | 12 | -30 | 69 | 31 | 155 |
| 19 | 3 | -6 | -3 | 0 | -30 | 20 | 9 | 0 | 1 | 0 | 57 | 21 | 4 | -10 | -7 | -6 | 55 |
| | 6 | -21 | -1 | -8 | 65 | | 0 | 8 | -9 | 8 | 158 | | 24 | -59 | -45 | -43 | 275 |
| | 15 | -102 | 26 | -64 | 859 | | -45 | 48 | -52 | 38 | 551 | | 16 | -47 | -6 | 29 | 636 |
| | -18 | 126 | -29 | 77 | -1013 | | -90 | 32 | 3 | -43 | -757 | | -4 | 7 | 22 | 43 | 224 |
| 22 | -8 | -2 | 7 | 7 | -15 | 23 | 8 | -5 | 5 | 2 | -45 | 24 | -8 | -1 | 7 | -2 | -53 |
| | -24 | -13 | 19 | 11 | 20 | | 8 | -9 | 11 | 7 | -47 | | -72 | -19 | 72 | -15 | -508 |
| | -48 | 16 | 59 | 88 | -407 | | 8 | 35 | -61 | -49 | -27 | | -24 | 27 | 3 | -6 | -129 |
| | 40 | -39 | 23 | -63 | 86 | | -40 | 5 | 11 | 14 | 237 | | -48 | 44 | -3 | -23 | -171 |
| 25 | -9 | 1 | -8 | 0 | -28 | 26 | 4 | -1 | -3 | 3 | -33 | 27 | -3 | 7 | -3 | -6 | 63 |
| | -27 | 9 | -31 | -3 | -9 | | -24 | -4 | 13 | -15 | 152 | | 0 | 1 | -8 | -2 | 7 |
| | 36 | -34 | 72 | 7 | -191 | | -40 | -70 | -4 | -11 | -54 | | 6 | -9 | -25 | 8 | -118 |
| | -63 | 37 | -91 | -14 | 170 | | 36 | -39 | 6 | -6 | -579 | | -21 | 45 | 11 | -26 | 365 |

| N | A | | | | b | N | A | | | | b | N | A | | | | b |
|----|-----|-----|-----|-----|------|----|-----|----|-----|-----|------|----|-----|-----|-----|-----|------|
| 28 | 8 | 9 | 1 | -4 | 30 | 29 | 3 | -3 | 6 | 1 | 43 | 30 | 4 | 9 | 4 | 3 | 15 |
| | -8 | -16 | 4 | 10 | -108 | | -21 | 17 | -44 | -4 | -353 | | -24 | -61 | -24 | -11 | -27 |
| | -64 | -16 | -43 | -22 | 386 | | 24 | -4 | 54 | 0 | 554 | | 0 | 70 | 9 | -65 | -599 |
| | 56 | 0 | 17 | 76 | -522 | | -27 | 59 | -22 | -70 | 247 | | -8 | 45 | 28 | -45 | -441 |

Задание 9.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом прогонки.

| N | A | | | | | b | N | A | | | | | b | N | A | | | | | b |
|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|------|
| 1 | 4 | 2 | 0 | 0 | 0 | -4 | 2 | 6 | -3 | 0 | 0 | 0 | 36 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -15 |
| | -5 | 10 | -1 | 0 | 0 | -115 | | -6 | 20 | 5 | 0 | 0 | 56 | | 5 | 14 | -3 | 0 | 0 | -25 |
| | 0 | -4 | 18 | -5 | 0 | -60 | | 0 | -4 | 14 | 3 | 0 | -31 | | 0 | -4 | 11 | -2 | 0 | -82 |
| | 0 | 0 | -5 | 19 | 5 | 93 | | 0 | 0 | -2 | 4 | -1 | 23 | | 0 | 0 | -2 | 7 | -2 | -7 |
| | 0 | 0 | 0 | -4 | 8 | 40 | | 0 | 0 | 0 | -5 | 8 | 37 | | 0 | 0 | 0 | -4 | 7 | 60 |
| 4 | 10 | 5 | 0 | 0 | 0 | -55 | 5 | 8 | -4 | 0 | 0 | 0 | 8 | 6 | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 | 11 |
| | -4 | 10 | -2 | 0 | 0 | 18 | | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | -11 | | -4 | 16 | -5 | 0 | 0 | 20 |
| | 0 | -6 | 18 | -4 | 0 | -26 | | 0 | -6 | 20 | -5 | 0 | -153 | | 0 | 1 | 14 | -6 | 0 | -3 |
| | 0 | 0 | 5 | 22 | -6 | -198 | | 0 | 0 | 0 | 6 | -3 | 45 | | 0 | 0 | 2 | 6 | 1 | 9 |
| | 0 | 0 | 0 | -5 | 9 | -13 | | 0 | 0 | 0 | 4 | 7 | -15 | | 0 | 0 | 0 | 3 | 5 | 18 |
| 7 | 12 | -6 | 0 | 0 | 0 | 144 | 8 | 10 | -6 | 0 | 0 | 0 | 12 | 9 | 10 | -6 | 0 | 0 | 0 | -2 |
| | 1 | 4 | 2 | 0 | 0 | -21 | | -2 | 15 | -6 | 0 | 0 | -75 | | 0 | 8 | -4 | 0 | 0 | 36 |
| | 0 | 0 | 5 | 3 | 0 | 12 | | 0 | -1 | 7 | 3 | 0 | -15 | | 0 | -5 | 20 | -6 | 0 | -110 |
| | 0 | 0 | -3 | 12 | -3 | -117 | | 0 | 0 | -6 | 16 | -2 | 52 | | 0 | 0 | 1 | 4 | -2 | 13 |
| | 0 | 0 | 0 | -1 | 2 | 24 | | 0 | 0 | 0 | 3 | 5 | 16 | | 0 | 0 | 0 | -1 | 2 | -18 |
| 10 | 4 | -2 | 0 | 0 | 0 | 6 | 11 | 4 | -2 | 0 | 0 | 0 | 10 | 12 | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 | -4 |
| | -3 | 8 | 2 | 0 | 0 | -34 | | -4 | 10 | -1 | 0 | 0 | -7 | | 1 | 10 | -4 | 0 | 0 | 53 |
| | 0 | -4 | 10 | 2 | 0 | 118 | | 0 | -6 | 17 | 3 | 0 | 64 | | 0 | 0 | 2 | -2 | 0 | -8 |
| | 0 | 0 | 2 | 10 | -4 | 30 | | 0 | 0 | 5 | 21 | -6 | -32 | | 0 | 0 | -5 | 12 | -1 | 66 |
| | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 46 | | 0 | 0 | 0 | -4 | 8 | -44 | | 0 | 0 | 0 | -6 | 11 | -80 |
| 13 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -18 | 14 | 12 | -6 | 0 | 0 | 0 | -12 | 15 | 6 | -3 | 0 | 0 | 0 | 51 |
| | 4 | 18 | 5 | 0 | 0 | 1 | | -4 | 8 | -1 | 0 | 0 | -10 | | -2 | 16 | -6 | 0 | 0 | -2 |
| | 0 | -6 | 21 | 5 | 0 | -16 | | 0 | -6 | 16 | 3 | 0 | -124 | | 0 | -6 | 20 | -5 | 0 | -64 |
| | 0 | 0 | -1 | 2 | 1 | -12 | | 0 | 0 | -3 | 6 | -1 | 49 | | 0 | 0 | 1 | 11 | -5 | -51 |
| | 0 | 0 | 0 | -3 | 6 | 9 | | 0 | 0 | 0 | -3 | 6 | 18 | | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | -28 |
| 16 | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 17 | 6 | -3 | 0 | 0 | 0 | 6 | 18 | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 | -3 |
| | 1 | 6 | 3 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | -4 | | 3 | 14 | -4 | 0 | 0 | -113 |
| | 0 | -2 | 5 | 1 | 0 | 19 | | 0 | 1 | 14 | -6 | 0 | 70 | | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | -6 |
| | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 8 | | 0 | 0 | -1 | 12 | -6 | -10 | | 0 | 0 | -6 | 23 | -6 | 138 |
| | 0 | 0 | 0 | 3 | 6 | -15 | | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | -8 | | 0 | 0 | 0 | -5 | 9 | -30 |

| N | A | b | N | A | b | N | A | b |
|----|--------------|-----|----|--------------|-----|----|--------------|-----|
| 19 | 12 -6 0 0 0 | 54 | 20 | 6 3 0 0 0 | -72 | 21 | 8 4 0 0 0 | 100 |
| | 0 2 1 0 0 | 16 | | -3 16 -6 0 0 | -16 | | 0 6 -3 0 0 | 30 |
| | 0 -3 10 3 0 | -13 | | 0 3 10 2 0 | -30 | | 0 -4 14 3 0 | 88 |
| | 0 0 -4 11 -2 | -32 | | 0 0 -1 4 -2 | 15 | | 0 0 5 20 -5 | 170 |
| | 0 0 0 -5 9 | -70 | | 0 0 0 -1 2 | 6 | | 0 0 0 -1 2 | -24 |
| 22 | 2 1 0 0 0 | -20 | 23 | 8 4 0 0 0 | -32 | 24 | 12 -6 0 0 0 | 144 |
| | 0 3 -2 0 0 | -12 | | 4 10 -2 0 0 | 36 | | -2 6 -1 0 0 | -74 |
| | 0 -3 8 -2 0 | 34 | | 0 2 8 3 0 | -78 | | 0 1 10 -4 0 | 2 |
| | 0 0 -6 22 5 | 113 | | 0 0 2 9 -3 | -65 | | 0 0 -4 12 -3 | -12 |
| | 0 0 0 -3 5 | -26 | | 0 0 0 -5 9 | 91 | | 0 0 0 4 7 | -68 |
| 25 | 4 2 0 0 0 | 34 | 26 | 5 3 0 0 0 | 31 | 27 | 2 -1 0 0 0 | 14 |
| | 0 8 -5 0 0 | -23 | | 4 17 -5 0 0 | 82 | | -4 14 -4 0 0 | -60 |
| | 0 1 7 3 0 | 47 | | 0 5 10 1 0 | 122 | | 0 -5 10 1 0 | 30 |
| | 0 0 -1 9 4 | 110 | | 0 0 -1 7 -3 | -48 | | 0 0 -3 14 4 | -14 |
| | 0 0 0 4 7 | 92 | | 0 0 0 -2 4 | 30 | | 0 0 0 -2 4 | -8 |
| 28 | 9 5 0 0 0 | 52 | 29 | 8 -4 0 0 0 | -48 | 30 | 4 2 0 0 0 | 46 |
| | -5 14 -2 0 0 | 47 | | 1 4 -1 0 0 | -14 | | -1 9 4 0 0 | 94 |
| | 0 2 10 -3 0 | 38 | | 0 -2 11 4 0 | -70 | | 0 0 4 -3 0 | 38 |
| | 0 0 -1 12 -5 | 9 | | 0 0 2 10 -3 | 39 | | 0 0 -4 12 2 | -98 |
| | 0 0 0 -3 5 | 23 | | 0 0 0 -4 7 | 17 | | 0 0 0 -6 10 | 6 |

Задание 10.

Решить систему уравнений $Ax = b$ с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

| N | A | b | N | A | b | N | A | b |
|----|--------------|-------|----|---------------|------|----|--------------|-------|
| 1 | 4 -1 7 80 | -448 | 2 | 90 -8 0 -6 | -252 | 3 | 109 -5 -10 0 | -1140 |
| | 2 -6 106 9 | -221 | | 9 113 1 -5 | -20 | | -6 -5 -1 67 | 15 |
| | 123 -9 6 -9 | -1026 | | -4 3 -1 68 | -184 | | 6 145 -9 -6 | -996 |
| | 5 103 -6 6 | 863 | | 9 1 119 -6 | -961 | | 5 -7 121 -4 | 964 |
| 4 | -5 -4 -6 73 | -257 | 5 | 2 5 -4 71 | 407 | 6 | 129 -9 -3 -9 | -99 |
| | -7 112 5 -5 | -257 | | 96 -1 7 -2 | -630 | | 2 9 0 79 | 32 |
| | 132 9 -5 -6 | -937 | | 6 1 94 4 | -677 | | -4 -1 73 8 | 163 |
| | 7 1 86 -2 | 128 | | -3 99 -1 -10 | -728 | | -4 92 9 5 | -433 |
| 7 | -3 2 62 6 | 324 | 8 | 7 8 -1 114 | -14 | 9 | -5 71 2 -8 | -348 |
| | 72 -3 -2 -1 | -463 | | -1 58 -5 2 | 354 | | 137 -10 -9 7 | -259 |
| | 9 2 3 101 | 776 | | 64 4 -6 -1 | 491 | | 3 -9 7 114 | -992 |
| | 3 103 -7 -2 | 453 | | 8 -4 106 -8 | -278 | | 4 -8 94 0 | -148 |
| 10 | -10 0 -9 101 | 380 | 11 | 68 8 0 0 | -144 | 12 | 141 8 9 -10 | 759 |
| | 139 9 -4 -7 | 858 | | -10 -8 169 -6 | 396 | | 9 -9 151 -6 | -907 |
| | 5 67 -3 2 | 318 | | -4 -3 8 81 | -378 | | 3 7 -4 105 | -430 |
| | -4 0 57 3 | -240 | | -1 108 -10 -6 | -96 | | -9 124 4 9 | -1110 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|----|-----|-----|-----|-----|------|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| N | A | | | | b | N | A | | | | b | N | A | | | | b |
| 13 | 3 | 0 | 2 | 53 | -242 | 14 | 91 | -5 | -2 | 9 | 280 | 15 | 0 | -10 | -8 | 108 | 30 |
| | 1 | 87 | 7 | -4 | -382 | | -3 | 90 | 8 | -1 | -142 | | -10 | 6 | 128 | -4 | -58 |
| | 6 | 7 | 114 | 4 | 431 | | -4 | 2 | -3 | 85 | 51 | | 54 | 6 | 0 | 4 | 198 |
| | 95 | -3 | 9 | -2 | 536 | | 1 | 1 | 23 | -3 | 136 | | -5 | 134 | -3 | -10 | -422 |
| 16 | 0 | 7 | 92 | -2 | -237 | 17 | 0 | 82 | 8 | -3 | -528 | 18 | 96 | 4 | -8 | -7 | 405 |
| | 170 | -10 | 7 | -8 | 304 | | 133 | 8 | 4 | 9 | 695 | | 5 | 7 | 0 | 102 | -743 |
| | 1 | 1 | -5 | 71 | 646 | | 4 | 8 | -9 | 114 | 576 | | 9 | -3 | 100 | 3 | 36 |
| | -3 | 79 | -1 | -9 | -480 | | 8 | 7 | 122 | -3 | 949 | | 1 | 65 | -6 | 4 | -479 |
| 19 | 8 | 9 | 8 | 145 | -188 | 20 | 84 | -4 | 4 | 6 | -586 | 21 | 0 | 52 | 6 | -4 | 188 |
| | -8 | 5 | 96 | -7 | 632 | | -7 | 6 | 118 | 3 | -42 | | 110 | 6 | 8 | -2 | 494 |
| | -1 | 69 | 2 | 8 | -195 | | -6 | -5 | -4 | 117 | 382 | | 0 | -5 | 1 | 26 | -63 |
| | 106 | -4 | 5 | 9 | -815 | | -6 | 73 | 2 | -4 | 247 | | -7 | -1 | 97 | 7 | 343 |
| 22 | 79 | -6 | -5 | 4 | 338 | 23 | -3 | -6 | -10 | 118 | 475 | 24 | -5 | 90 | -7 | -2 | 279 |
| | 3 | 3 | -6 | 90 | -132 | | 6 | -1 | 89 | -1 | 397 | | -9 | -2 | 97 | -2 | -825 |
| | 0 | 48 | -5 | -4 | 445 | | 8 | 157 | 6 | -9 | 1307 | | -4 | 0 | -8 | 103 | -736 |
| | 2 | -6 | 76 | -3 | -114 | | 49 | -4 | 1 | -3 | 398 | | 94 | -8 | 2 | 7 | -466 |
| 25 | -5 | -1 | 5 | 71 | -654 | 26 | 7 | -3 | 140 | -8 | -880 | 27 | -10 | 5 | 4 | 120 | -720 |
| | 80 | -6 | 1 | -2 | 420 | | 2 | 98 | -5 | -5 | 414 | | 78 | -7 | -3 | 1 | -96 |
| | -10 | 100 | 4 | -5 | 3 | | -3 | 0 | -10 | 108 | 72 | | 4 | 68 | -2 | -1 | 430 |
| | 5 | 2 | 66 | -5 | 202 | | 68 | -10 | -1 | 2 | -306 | | 0 | 1 | 50 | -2 | -482 |
| 28 | 4 | 66 | 6 | 2 | -618 | 29 | 149 | -9 | -3 | 9 | -363 | 30 | 8 | 144 | 4 | -10 | -1380 |
| | 138 | 9 | 7 | 9 | -897 | | 6 | 0 | 5 | 93 | 580 | | 142 | -9 | 9 | -10 | 1 |
| | 0 | -5 | -9 | 78 | -503 | | -3 | 7 | 145 | 9 | 1181 | | -1 | -1 | 5 | 84 | -676 |
| | 1 | -7 | 128 | -10 | -1021 | | 8 | 144 | -6 | 8 | -888 | | 2 | 9 | 111 | 4 | -457 |

Задание 12.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точесный график функции и графики многочленов.

| N | таблица | | | | | | N | таблица | | | | | |
|----|---------|------|------|------|-----|------|----|---------|------|------|------|------|------|
| 1 | x | -3,6 | -1,8 | 0 | 1,8 | 3,6 | 2 | x | -4,2 | -2,1 | 0 | 2,1 | 4,2 |
| | y | 1,1 | 2,2 | 4 | 7,1 | 10,1 | | y | -0,4 | -1,2 | -2,6 | -6,3 | -9,8 |
| 3 | x | -2,8 | -1,4 | 0 | 1,4 | 2,8 | 4 | x | -3,6 | -1,8 | 0 | 1,8 | 3,6 |
| | y | -2,6 | -2 | 1,3 | 4,7 | 4,7 | | y | -0,6 | 1,1 | 3,9 | 6,2 | 9,5 |
| 5 | x | -4,2 | -2,1 | 0 | 2,1 | 4,2 | 6 | x | -4,6 | -2,3 | 0 | 2,3 | 4,6 |
| | y | -3,8 | -1,8 | -1,3 | 0,1 | 1,2 | | y | 1,9 | 5,7 | 8,4 | 12 | 12,3 |
| 7 | x | -2,8 | -1,4 | 0 | 1,4 | 2,8 | 8 | x | -2,2 | -1,1 | 0 | 1,1 | 2,2 |
| | y | -3,8 | -0,5 | -0,3 | 3,1 | 4,9 | | y | 3,9 | 3,3 | 0,7 | 0,7 | 2,5 |
| 9 | x | -5,2 | -2,6 | 0 | 2,6 | 5,2 | 10 | x | -1,4 | -0,7 | 0 | 0,7 | 1,4 |
| | y | 3 | 1,8 | -0,8 | 1,9 | 1,9 | | y | -0,4 | 0,7 | -1,7 | -4,1 | -5,2 |
| 11 | x | -3 | -1,5 | 0 | 1,5 | 3 | 12 | x | -3,2 | -1,6 | 0 | 1,6 | 3,2 |
| | y | 2 | 3,3 | 1,4 | 0,3 | -2,8 | | y | -1,2 | -2,6 | -3,3 | -6 | -7,5 |

| N | таблица | | | | | | N | таблица | | | | | |
|----|---------|------|------|------|------|-------|----|---------|------|------|------|-------|------|
| 13 | x | -4,2 | -2,1 | 0 | 2,1 | 4,2 | 14 | x | -3,2 | -1,6 | 0 | 1,6 | 3,2 |
| | y | 3,9 | 2,7 | 3,5 | 4,1 | 6,7 | | y | 2 | 1,7 | 0,7 | 1,4 | 2,1 |
| 15 | x | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 16 | x | -3,8 | -1,9 | 0 | 1,9 | 3,8 |
| | y | 2,1 | 4,7 | 4,7 | 3 | 2,4 | | y | 1 | 2,7 | 4,3 | 4,5 | 5,4 |
| 17 | x | -1,4 | -0,7 | 0 | 0,7 | 1,4 | 18 | x | -1,2 | -0,6 | 0 | 0,6 | 1,2 |
| | y | 2,1 | 2,5 | 4,8 | 7,1 | 7,7 | | y | -2,6 | -0,8 | 1,6 | 2,6 | 5,4 |
| 19 | x | -5,4 | -2,7 | 0 | 2,7 | 5,4 | 20 | x | -5,4 | -2,7 | 0 | 2,7 | 5,4 |
| | y | -3,1 | -3,5 | -3,9 | -7,5 | -10,7 | | y | 2,7 | 3,2 | 7,1 | 8,4 | 11,3 |
| 21 | x | -3,2 | -1,6 | 0 | 1,6 | 3,2 | 22 | x | -2,6 | -1,3 | 0 | 1,3 | 2,6 |
| | y | -1,8 | -4,5 | -7,4 | -9,9 | -12,1 | | y | -3,6 | 0,3 | -1,1 | -3,5 | -6,4 |
| 23 | x | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 24 | x | -1,6 | -0,8 | 0 | 0,8 | 1,6 |
| | y | -2,1 | 1,7 | 5,4 | 8,8 | 11,6 | | y | -2,7 | 0,9 | 4,8 | 5,2 | 6,1 |
| 25 | x | -5,4 | -2,7 | 0 | 2,7 | 5,4 | 26 | x | -2,8 | -1,4 | 0 | 1,4 | 2,8 |
| | y | 2,3 | 5,8 | 8 | 8,6 | 10,9 | | y | -1,5 | -0,3 | -0,8 | -3,9 | -4,4 |
| 27 | x | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 28 | x | -1,6 | -0,8 | 0 | 0,8 | 1,6 |
| | y | -2,9 | -5,9 | -8,4 | -6,7 | -4,2 | | y | -4 | -4,1 | -7,7 | -10,7 | -11 |
| 29 | x | -3,8 | -1,9 | 0 | 1,9 | 3,8 | 30 | x | -4,4 | -2,2 | 0 | 2,2 | 4,4 |
| | y | 3,7 | 5,8 | 7,4 | 11,2 | 14,7 | | y | -2,9 | -5,2 | -3,2 | -1,5 | 1,3 |

Задание 14.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке x_0 .

| N | таблица | | | | | x_0 | N | таблица | | | | | x_0 | N | таблица | | | | | x_0 |
|----|---------|----|----|----|----|-------|----|---------|----|----|----|----|-------|----|---------|----|----|----|----|-------|
| 1 | x | -3 | -2 | -1 | 0 | -1,31 | 2 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 0,82 | 3 | x | -4 | -3 | -2 | -1 | -2,32 |
| | y | -4 | -2 | 0 | 1 | | | y | 3 | 4 | 0 | -2 | | | y | -3 | 0 | -5 | 4 | |
| 4 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 3,52 | 5 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 3,42 | 6 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 1,56 |
| | y | 0 | -1 | -4 | -4 | | | y | 0 | 1 | -5 | 4 | | | y | -3 | -3 | 0 | 3 | |
| 7 | x | -5 | -4 | -3 | -2 | -3,59 | 8 | x | -2 | -1 | 0 | 1 | -0,78 | 9 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 1,55 |
| | y | 3 | 1 | 0 | 4 | | | y | 1 | 0 | 4 | -5 | | | y | -1 | -3 | 0 | 4 | |
| 10 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 1,65 | 11 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 3,55 | 12 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 4,31 |
| | y | 0 | 1 | 2 | -1 | | | y | 0 | -1 | -3 | -2 | | | y | 4 | 0 | 4 | -5 | |
| 13 | x | -4 | -3 | -2 | -1 | -2,65 | 14 | x | -3 | -2 | -1 | 0 | -2,53 | 15 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 3,85 |
| | y | 0 | 1 | 2 | -2 | | | y | 0 | 2 | -3 | -5 | | | y | -5 | 0 | -3 | 3 | |
| 16 | x | -1 | 0 | 1 | 2 | -0,71 | 17 | x | 1 | 2 | 3 | 4 | 1,16 | 18 | x | -1 | 0 | 1 | 2 | 0,18 |
| | y | 1 | -5 | 0 | 1 | | | y | 1 | 2 | 0 | -5 | | | y | -3 | -2 | 0 | -1 | |
| 19 | x | -5 | -4 | -3 | -2 | -4,88 | 20 | x | -3 | -2 | -1 | 0 | -1,57 | 21 | x | -5 | -4 | -3 | -2 | -4,17 |
| | y | 0 | -2 | -2 | 4 | | | y | 0 | 3 | 2 | 2 | | | y | -3 | 0 | 1 | -1 | |
| 22 | x | -3 | -2 | -1 | 0 | -2,19 | 23 | x | 1 | 2 | 3 | 4 | 1,82 | 24 | x | -5 | -4 | -3 | -2 | -3,11 |
| | y | -5 | -1 | 0 | -2 | | | y | 4 | 0 | -2 | -2 | | | y | 1 | 4 | 0 | -3 | |
| 25 | x | 2 | 3 | 4 | 5 | 3,63 | 26 | x | -1 | 0 | 1 | 2 | -0,17 | 27 | x | 2 | 3 | 4 | 5 | 3,18 |
| | y | 1 | 0 | -1 | -5 | | | y | 0 | 4 | -1 | -3 | | | y | 0 | -5 | 2 | 1 | |

| N | таблица | | | | | x_0 | N | таблица | | | | | x_0 | N | таблица | | | | | x_0 |
|----|---------|----|---|----|----|-------|----|---------|----|---|---|----|-------|----|---------|----|----|----|----|-------|
| 28 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 3,27 | 29 | x | -1 | 0 | 1 | 2 | 0,7 | 30 | x | -4 | -3 | -2 | -1 | -2,21 |
| | y | -3 | 0 | -2 | -2 | | | y | -1 | 0 | 4 | -1 | | | y | 0 | -4 | 1 | 1 | |

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционный многочлен Ньютона. С его помощью вычислить приближенное значение функции в точке x_0 и оценить практически погрешность приближения. Записать результат с учетом погрешности.

| N | таблица | | | | | x_0 | N | таблица | | | | | x_0 | N | таблица | | | | | x_0 | | | |
|----|---------|----|----|----|----|-------|-------|---------|---|----|----|----|-------|----|---------|----|---|----|----|-------|----|----|-------|
| 1 | x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | -2,49 | 2 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 1,35 | 3 | x | -5 | -3 | -2 | -1 | 0 | -1,65 |
| | y | -2 | -4 | 2 | 2 | 0 | | | y | -5 | 3 | 4 | 0 | -5 | | | y | -2 | 4 | 2 | -5 | -2 | |
| 4 | x | -5 | -4 | -2 | -1 | 1 | -1,82 | 5 | x | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -5,39 | 6 | x | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 2,11 |
| | y | -5 | 3 | 2 | -1 | 4 | | | y | 0 | 2 | 3 | -3 | -4 | | | y | 4 | 0 | 4 | -3 | 4 | |
| 7 | x | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | -3,65 | 8 | x | -5 | -3 | -1 | 0 | 1 | -2,44 | 9 | x | -2 | -1 | 1 | 2 | 4 | -0,52 |
| | y | 2 | 1 | -1 | -1 | 3 | | | y | -2 | -2 | 3 | 4 | 2 | | | y | -5 | -2 | 3 | 3 | -3 | |
| 10 | x | -3 | -1 | 1 | 2 | 3 | -2,5 | 11 | x | 0 | 2 | 4 | 6 | 7 | 0,88 | 12 | x | -9 | -7 | -6 | -5 | -3 | -5,62 |
| | y | -2 | 0 | 3 | 2 | 4 | | | y | -4 | -3 | -5 | 3 | 4 | | | y | -3 | -1 | -2 | -4 | 2 | |
| 13 | x | -7 | -5 | -3 | -1 | 0 | -6,22 | 14 | x | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 | -0,38 | 15 | x | -1 | 0 | 1 | 2 | 4 | 1,6 |
| | y | 2 | -5 | -4 | -1 | -5 | | | y | 3 | -4 | 3 | -3 | 1 | | | y | -5 | 0 | -2 | 1 | 4 | |
| 16 | x | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 4,27 | 17 | x | -2 | -1 | 1 | 3 | 4 | 1,53 | 18 | x | -8 | -6 | -5 | -3 | -2 | -7,68 |
| | y | -3 | -4 | 0 | 4 | -4 | | | y | 0 | 4 | 4 | -2 | 3 | | | y | -5 | 1 | -3 | 2 | -2 | |
| 19 | x | 0 | 2 | 4 | 5 | 7 | 4,26 | 20 | x | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | -1,38 | 21 | x | -7 | -5 | -4 | -3 | -2 | -4,39 |
| | y | 4 | 3 | -2 | 1 | 1 | | | y | -1 | -5 | 2 | -5 | -2 | | | y | -2 | 0 | -5 | 4 | 2 | |
| 22 | x | -5 | -4 | -3 | -2 | 0 | -4,62 | 23 | x | -2 | 0 | 1 | 2 | 3 | 0,26 | 24 | x | -3 | -1 | 0 | 2 | 3 | -0,56 |
| | y | -3 | 3 | 0 | 1 | 4 | | | y | -1 | 0 | -2 | -4 | 0 | | | y | 0 | -5 | 3 | 1 | -2 | |
| 25 | x | 0 | 2 | 3 | 4 | 6 | 3,69 | 26 | x | -4 | -2 | -1 | 1 | 3 | -0,76 | 27 | x | -7 | -6 | -5 | -4 | -3 | -6,7 |
| | y | 4 | -3 | 2 | 4 | 0 | | | y | -3 | -3 | 0 | -1 | 1 | | | y | 4 | 4 | 3 | -3 | -4 | |
| 28 | x | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 | -0,78 | 29 | x | -8 | -7 | -5 | -4 | -2 | -7,61 | 30 | x | -6 | -4 | -3 | -2 | -1 | -3,78 |
| | y | -5 | -5 | 4 | -4 | 2 | | | y | -5 | 4 | 2 | -4 | 1 | | | y | -1 | -5 | 2 | 1 | -1 | |

Задание 17.

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_a^b f(x) dx$, используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом $h = 0.4$; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами $h = 0.4$ и $h = 0.2$; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом $h = 0.4$.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

| N | $f(x)$ | a | b | N | $f(x)$ | a | b | N | $f(x)$ | a | b |
|----|--------------------------|-----|-----|----|-----------------------|-----|-----|----|----------------------|-----|-----|
| 1 | $e^{1/x}$ | 4,9 | 6,5 | 2 | $\sin(1/x)$ | 2,7 | 4,3 | 3 | $e^{\cos^2 x}$ | 4,8 | 6,4 |
| 4 | $\ln(1+x^2)$ | 4,6 | 6,2 | 5 | $x(\sin x - \cos x)$ | 2 | 3,6 | 6 | $\frac{x^2+1}{x}$ | 1,5 | 3,1 |
| 7 | $\frac{1+\sqrt{x}}{1+x}$ | 4 | 5,6 | 8 | $e^{0.6/(x\sqrt{x})}$ | 2,2 | 3,8 | 9 | e^{-1/x^2} | 3,4 | 5 |
| 10 | $e^{\sin x}$ | 1,5 | 3,1 | 11 | $\sin(1+\sqrt{x})$ | 2,3 | 3,9 | 12 | $\sin(0.5x\sqrt{x})$ | 3,3 | 4,9 |
| 13 | $\frac{x}{1+x^2}$ | 3,6 | 5,2 | 14 | $e^{-\sin(1/x)}$ | 4,6 | 6,2 | 15 | $e^{0.3x^2}$ | 0,8 | 2,4 |

| N | $f(x)$ | a | b | N | $f(x)$ | a | b | N | $f(x)$ | a | b |
|----|------------------|-----|-----|----|----------------------|-----|-----|----|--------------------|-----|-----|
| 16 | $e^{-0.5x^2}$ | 2,1 | 3,7 | 17 | $e^{\cos x}$ | 3,2 | 4,8 | 18 | $e^{-\arctg x}$ | 3 | 4,6 |
| 19 | $\sin(\arctg x)$ | 1,9 | 3,5 | 20 | $e^{-1/(x\sqrt{x})}$ | 1,2 | 2,8 | 21 | $3\sin(0.06x^3)$ | 1 | 2,6 |
| 22 | $4\cos(0.02x^3)$ | 0,9 | 2,5 | 23 | $e^{-\cos x}$ | 2,9 | 4,5 | 24 | $\sqrt{x\sqrt{x}}$ | 4,5 | 6,1 |
| 25 | $e^{-0.1/x}$ | 1,3 | 2,9 | 26 | $2\cos(0.2x^2)$ | 1,6 | 3,2 | 27 | $e^{0.3/x^2}$ | 0,9 | 2,5 |
| 28 | $\sin(1/x^2)$ | 1,5 | 3,1 | 29 | $\ln(1+e^x)$ | 3,2 | 4,8 | 30 | $e^{\sin^2 x}$ | 2,4 | 4 |

Задание 20.

Вычислить центральную и правую разностные производные функции $f(x)$ с шагом $h = 0.1$ в точке $x_0 = \frac{a+b}{2}$. (Функция и величины a и b даны в задании 17). Выполнить априорную оценку погрешности для каждой формулы, сравнить с точным значением производной. Записать результат с учетом погрешности.

Задание 22.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[t_0, T]$ с шагом $h = 0.2$: а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

| N | $f(t,y)$ | t_0 | T | y_0 | N | $f(t,y)$ | t_0 | T | y_0 |
|----|---------------------------------------|----------|-------------|------------|----|---|---------|-------------|------------|
| 1 | $\frac{6}{t^2} + \frac{2y}{t}$ | 1 | 2 | 0 | 2 | $\frac{y}{t-2} + 2(t-2)e^{2t}$ | 0 | 1 | 0 |
| 3 | $2yt^2 + 4t^2$ | 0 | 1 | -1 | 4 | $\frac{y}{t+1} + t + 1$ | 1 | 2 | 0 |
| 5 | $2ty - e^{t^2-t}$ | 0 | 1 | 2 | 6 | $-y \operatorname{tg} t + \sin 2te^{-\cos t}$ | 0 | 1 | 2 |
| 7 | $-y \operatorname{tg} t - \sin 2t$ | 0 | 1 | 2 | 8 | $\frac{3t+1}{t}y + 3t$ | 1 | 2 | 0 |
| 9 | $y \operatorname{ctg} t + 4t \sin t$ | $-\pi/2$ | $1 - \pi/2$ | $-\pi^2/2$ | 10 | $\frac{y}{t-1} + 3(t-1)e^{3t}$ | -1 | 0 | $-2e^{-3}$ |
| 11 | $\frac{y}{t \ln t} + \frac{\ln t}{t}$ | e | $e+1$ | 1 | 12 | $3yt^2 + 6t^2$ | 0 | 1 | 1 |
| 13 | $\frac{y}{t-1} + t^2 - t$ | -1 | 0 | -1 | 14 | $\frac{2t+1}{t}y + t$ | 1 | 2 | 0.5 |
| 15 | $y \cos t + 3 \cos t$ | 0 | 1 | -2 | 16 | $\frac{y}{t+2} + 3(t+2)e^{3t}$ | 0 | 1 | 4 |
| 17 | $\frac{y}{t+3} + (t+3)e^t$ | 1 | 2 | 4 | 18 | $\frac{y}{t-1} + t^2 - 1$ | -1 | 0 | 5 |
| 19 | $\frac{y}{t+2} + (t+2)^2$ | 0 | 1 | 4 | 20 | $-\frac{4t-1}{t}y + 2t$ | 1 | 2 | 1 |
| 21 | $6t - \frac{y}{t}$ | 1 | 2 | 4 | 22 | $-\frac{2y}{t} + \frac{2}{t^2} + 4t$ | 1 | 2 | 3 |
| 23 | $-\frac{3y}{t} + \frac{6}{t^2} - 5t$ | 1 | 2 | 2 | 24 | $y \sin t - 2 \sin te^{\cos t}$ | 0 | 1 | 0 |
| 25 | $y \operatorname{ctg} t + 2 \sin t$ | $\pi/2$ | $\pi/2 + 1$ | π | 26 | $\frac{y}{t} + \frac{2}{t^2} + 3t$ | 1 | 2 | -1 |
| 27 | $\frac{y}{t} + t \sin t + t$ | $\pi/2$ | $\pi/2 + 1$ | $\pi^2/4$ | 28 | $-y \operatorname{tg} t + 3 \cos t$ | 0 | 1 | 1 |
| 29 | $2y + 2e^{4t}$ | 0 | 1 | 3 | 30 | $-\frac{y}{t} + \frac{\cos t}{t}$ | $\pi/2$ | $\pi/2 + 1$ | 0 |

Задание 25.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$ с шагами $h_1 = 1/3$, $h_2 = 1/6$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

| N | $q(x)$ | $f(x)$ | y_0 | y_1 |
|----|---------------|--------------------------------------|-------|-------------|
| 1 | $1 - x$ | $1 - x^2$ | 1 | 2 |
| 2 | $1/(1 + x)$ | $x/(1 + x)$ | 0 | 1 |
| 3 | 5 | e^{2x} | 1 | e^2 |
| 4 | 6 | $6(1 - x + x^3)$ | 1 | 2 |
| 5 | $2(1 + x)$ | $2 - 2/(1 + x)^3$ | 1 | 1/2 |
| 6 | $3/(2 - x)^2$ | $1/(2 - x)^3$ | 1/2 | 1 |
| 7 | 2 | $2x + 2x^2$ | 1 | 3 |
| 8 | $2 + x$ | $(x + 1)e^{x+1}$ | e | e^2 |
| 9 | 1/4 | $((\pi^2 + 1)/4) \sin(\pi(x + 1)/2)$ | 1 | 0 |
| 10 | $1/(1 + x)$ | $-1/(1 + x) + \ln(1 + x) - 1$ | 0 | $\ln 4 - 2$ |
| 11 | 1 | $2 + x - x^2$ | 1 | e |
| 12 | 1/2 | $e^{x/2}/4$ | 1 | \sqrt{e} |
| 13 | $5x^2 - 2$ | $x^2 e^{-x^2}$ | 1 | 1/e |
| 14 | $2 - x$ | $(1 - x)e^{1-x}$ | e | 1 |
| 15 | $e^{x+1} + 1$ | e^2 | e | 1 |
| 16 | $1/(1 + x)$ | 1 | 1 | 2 |
| 17 | $1/(1 + x)$ | $x^2 - 4x - 5$ | 1 | 8 |
| 18 | $1 - x$ | $2 + x(1 - x)^2$ | 0 | 0 |
| 19 | x | $2 + x^2 - x^3$ | 0 | 0 |
| 20 | e^2 | e^{2x} | 2 | $1 + e$ |
| 21 | $1 + x$ | $(1 + x)^2$ | 1 | 2 |
| 22 | $3 + x$ | $6 - x - x^2$ | 2 | 1 |
| 23 | $1 + x$ | $3x + 3$ | 3 | 3 |
| 24 | 1 | $2e^{-x}$ | 1 | 2/e |
| 25 | 1 | $5 \sin 2x$ | 0 | $\sin 2$ |
| 26 | 2 | $2 + 2x$ | 1 | 2 |
| 27 | 1 | $(\pi^2 + 1) \cos(\pi(2x - 1)/2)$ | 0 | 0 |
| 28 | $3\pi^2/4$ | $\pi^2 \sin(\pi x/2)$ | 0 | 1 |
| 29 | $2e^x$ | $xe^x(e^x - 1)$ | 1 | $1 + e$ |
| 30 | $3\pi^2/4$ | $\pi^2 \cos(\pi x/2)$ | 1 | 0 |

Задание 27.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & a < x < b, \quad 0 < t \leq T, \\ u(a, t) = g_1(t), \quad u(b, t) = g_2(t), & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & a \leq x \leq b, \end{cases}$$

используя явную разностную схему. Взять $h = (b - a)/10$, шаг τ выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости приближенного решения от x при $\tau = 0, 2\tau, 4\tau, \dots, T$.

| N | a | b | k | $\varphi(x)$ | $g_1(t)$ | $g_2(t)$ | $f(x, t)$ |
|---|-----|-----|-----|--------------|----------|-------------|------------|
| 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | $\sin(10t)$ | $x(1 - x)$ |

| N | a | b | k | $\varphi(x)$ | $g_1(t)$ | $g_2(t)$ | $f(x, t)$ |
|----|-----|-----|------|--------------|--------------|----------------|---------------------|
| 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | x |
| 3 | 0 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | $10t$ | t |
| 4 | 0 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | $\sin(\pi x)e^{-t}$ |
| 5 | 0 | 1 | 0.25 | 1 | e^{-3t} | $\sin t$ | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 0.4 | 1 | 1 | 1 | $\cos t$ |
| 7 | 0 | 1 | 0.4 | $1 - x^2$ | 1 | t | 0 |
| 8 | 0 | 1 | 0.4 | $1 - x$ | 1 | 0 | 2 |
| 9 | 0 | 2 | 0.5 | 1 | e^{-t} | e^{-5t} | 2 |
| 10 | 0 | 1 | 0.1 | x | $2 \sin t$ | $\cos t$ | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0.2 | $1 - x^2$ | 1 | 0 | $1 - x$ |
| 12 | 0 | 2 | 1 | 1 | e^{-5t} | $\cos t$ | 1 |
| 13 | 0 | 1 | 0.4 | 0 | 0 | 0 | $x(1 - x) \sin t$ |
| 14 | 0 | 2 | 1 | x | 0 | 2 | x |
| 15 | -1 | 1 | 0.2 | $1 - x $ | 0 | 0 | 1 |
| 16 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | x |
| 17 | 0 | 1 | 0.1 | $x(1 - x)$ | $5t$ | $5t$ | 0 |
| 18 | 0 | 1 | 0.4 | $x - x^2$ | 0 | $1 - e^{-t}$ | 0 |
| 19 | 0 | 1 | 0.5 | $x - x^2$ | $1 - e^{-t}$ | t | 0 |
| 20 | 0 | 1 | 0.25 | x^3 | 0 | 1 | 5 |
| 21 | -1 | 1 | 2 | x^2 | 1 | 1 | 0 |
| 22 | -1 | 1 | 0.2 | 0 | 0 | 0 | $1 - x^2$ |
| 23 | 0 | 1 | 0.1 | x^2 | 0 | 1 | t |
| 24 | 0 | 1 | 0.5 | $1 - x^3$ | e^{-t} | $1 - e^{-t}$ | 0 |
| 25 | 0 | 1 | 1 | $ x - 0.5 $ | 0.5 | 0.5 | 0 |
| 26 | -1 | 1 | 0.5 | $1 - x^2$ | 0 | 0 | x |
| 27 | 0 | 1 | 1 | 1 | e^t | e^{10t} | 0 |
| 28 | -1 | 1 | 0.5 | x^2 | 1 | 1 | x |
| 29 | 0 | 1 | 1 | $(1 - x)^2$ | $1/(1 + t)$ | 0 | $1 - x^2$ |
| 30 | 0 | 1 | 0.2 | $\sin x$ | 0 | $\sin(1 + 2t)$ | $1 - x$ |