

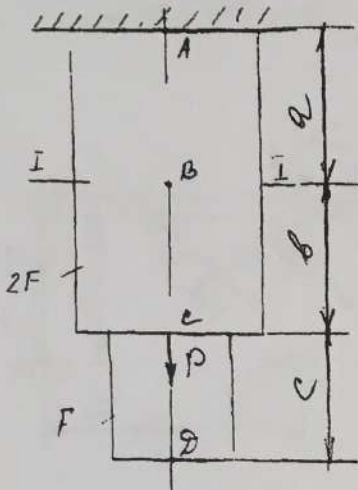
131370  
авб зрл

1 стр.

Задача 1

9

Дано:  $F = 11 \text{ см}^2$ ,  $a = 2,3 \text{ м}$ ,  $b = 2,7 \text{ м}$ ,  $c = 2 \text{ м}$ ;  
 $P = 1300 \text{ Н}$ ;  $\gamma = 78 \text{ кН/м}^3$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , схема X



Решение

На основании принципа независимости действия сил поперек перемещению  $\tilde{\delta}_1$ , сечением I-I равно  $\tilde{\delta}_1 = \tilde{\delta}_{1P} + \tilde{\delta}_{1G}$

$\tilde{\delta}_{1P}$  - перемещение от действия силы P,

$\tilde{\delta}_{1G}$  - перемещение от действия собственного веса

Таким образом  $\tilde{\delta}_{1P} = \Delta l_{ABP}$ ,  $\tilde{\delta}_{1G} = \Delta l_{ABG}$

Поэтому  $\tilde{\delta}_{1P} = \Delta l_{ABP} = \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot F}$ , где  $N_2 = P = 1300 \text{ Н}$ ;  $l = a = 2,3 \text{ м}$   
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $F = 11 \text{ см}^2$ .

$$\tilde{\delta}_{1P} = \frac{1300 \cdot 2,3}{2 \cdot 10^5 \cdot 11 \cdot 10^{-4}} = 136 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Определим удлинение  $\Delta l_{ABG}$  участка AB длиной a от собственного веса стержня. Оно вызывается весом участков BC и CD ( $G_{BC}$ ,  $G_{CD}$ ) и собственным весом  $G_{AB}$ .

Таким образом  $\Delta l_{ABG} = \frac{G_{BC} \cdot a}{E \cdot F_{AB}} + \frac{G_{CD} \cdot a}{E \cdot F_{AB}} + \frac{G_{AB} \cdot a}{2E \cdot F_{AB}}$ , где  $F_{AB} = 2F = 22 \text{ см}^2$ ,

$$G_{BC} = \gamma \cdot 2F \cdot b = 78 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-4} \cdot 2,7 = 463,3 \text{ Н}$$

$$G_{CD} = \gamma \cdot F \cdot c = 78 \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot 2 = 171,6 \text{ Н}$$

$$G_{AB} = \gamma \cdot 2F \cdot a = 78 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-4} \cdot 2,3 = 394,7 \text{ Н}$$

$$\text{Таким образом } \Delta l_{ABG} = \frac{463,3 \cdot 2,3}{2 \cdot 10^5 \cdot 22 \cdot 10^{-4}} + \frac{171,6 \cdot 2,3}{2 \cdot 10^5 \cdot 22 \cdot 10^{-4}} + \frac{394,7 \cdot 2,3}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 22 \cdot 10^{-4}} = 10,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\text{Таким образом, удлинение стержня } \tilde{\delta}_1 = 136 \cdot 10^{-7} + 10,3 \cdot 10^{-7} = 146,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Согласно I-I перемещается вниз на

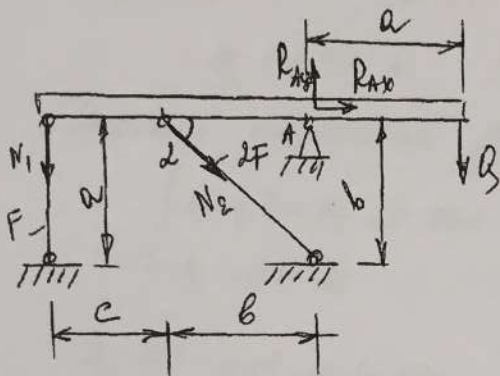
$$\delta_1 = 146,3 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,01463 \text{ мм}$$

# 2 смп

## Смп №6 задача 2

①

Дано:  $F = 11 \text{ кН}$ ;  $a = 2,3 \text{ м}$ ;  $b = 2,7 \text{ м}$ ;  $c = 2,0 \text{ м}$ ;  $P = 1300 \text{ Н}$   $n = 1,5$ ;  
 $[σ] = 100 \text{ МПа}$ ,  $σ_T = 240 \text{ МПа}$



Решено.

1. Определение усилий и напряжений в стержнях.

Указываем усилия  $N_1, N_2$  и реакции опор  $A (R_{Ax}, R_{Ay})$ .

Составим уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0 & R_{Ax} + N_2 \cdot \cos \alpha = 0 \\ \sum Y_i = 0 & R_{Ay} - N_1 - N_2 \cdot \sin \alpha - Q = 0 \\ \sum M_A = 0 & N_1 \cdot 4,7 + N_2 \cdot 2,7 \cdot \sin \alpha - Q \cdot 2,3 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

П.к. уравнения содержат четыре неизвестных силы, то задача является статически неопределимой, для составления дополнительных уравнений совместности деформаций, рассмотрим деформацию системы.

Рассмотрим треугольники

$$\triangle ABB_1 \text{ и } \triangle ACC_1; \quad \frac{AB}{AC} = \frac{BB_1}{CC_1}$$

$$\text{где } AB = 4,7 \text{ м}; \quad AC = 2,7 \text{ м}$$

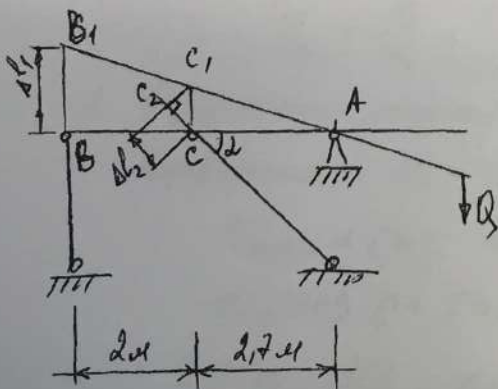
$$BB_1 = \Delta l_1; \quad CC_1 = \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha}, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\text{формула } \frac{4,7}{2,7} = \frac{\Delta l_1 \cdot \sin \alpha}{\Delta l_2}$$

$$4,7 \cdot \Delta l_2 = 2,7 \cdot \Delta l_1 \cdot \sin \alpha$$

$$\Delta l_2 = 0,406 \cdot \Delta l_1$$

На основании закона Гука  $\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$ ; получаем



3 стп.

2

$$\frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot F_2} = 0,406 \cdot \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot F_1}; \quad l_1 = 2,3 \text{ м); } l_2 = \sqrt{2,7^2 + 2,7^2} \approx 3,84$$

$$\frac{N_2 \cdot 3,8}{E \cdot 2F} = 0,406 \cdot \frac{N_1 \cdot 2,3}{E \cdot F};$$

$$N_2 = 0,49 \cdot N_1 \quad (2)$$

Решаем совместно уравнения (1) и (2)

$$\begin{cases} N_1 \cdot 4,7 + N_2 \cdot 2,7 \cdot \sin \alpha - Q \cdot 2,3 = 0 \\ N_2 = 0,49 \cdot N_1 \end{cases}$$

$$N_1 \cdot 4,7 + 0,49 \cdot N_1 \cdot 2,7 \cdot \sin \alpha - Q \cdot 2,3 = 0$$

$$5,64 \cdot N_1 - Q \cdot 2,3 = 0$$

$$N_1 = 0,408 \cdot Q$$

$$N_2 = 0,49 \cdot 0,408 \cdot Q = 0,199 \cdot Q$$

Напряжения в стержнях

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{0,408 \cdot Q}{11 \cdot 10^{-4}} = 370,9 \cdot Q$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{0,199 \cdot Q}{22 \cdot 10^{-4}} = 90,5 \cdot Q$$

2. Определим допускаемую нагрузку  $Q_{доп}$ .

Напряжения  $\sigma_1 = \sigma_{max}$ , тогда по условию прочности

$$\sigma_{max} \leq [\sigma], \text{ получим}$$

$$\sigma_1 = 370,9 \cdot Q \leq [\sigma], \text{ где } [\sigma] = 100 \text{ МПа}$$

$$Q = \frac{100}{370,9} = 0,27 \text{ МН} = 270 \text{ кН}$$

3. Определим предельную грузоподъемность системы.

Найдем предельные усилия, которые возникнут в стержнях, когда напряжения в них достигают предела текучести

4 стр.

$$N_1^{np} = \sigma_T \cdot F_1 = 240 \cdot 10^6 \cdot 11 \cdot 10^{-4} = 2640 \cdot 10^2 \text{ Н} = 264 \text{ кН}$$

$$N_2^{np} = \sigma_T \cdot F_2 = 240 \cdot 10^6 \cdot 22 \cdot 10^{-4} = 5280 \cdot 10^2 \text{ Н} = 528 \text{ кН}$$

Представим в (1)

$$N_1 \cdot 4,7 + N_2 \cdot 2,7 \cdot \sin d - Q \cdot 2,3 = 0$$

$$Q^k = \frac{N_1 \cdot 4,7 + N_2 \cdot 2,7 \cdot \sin d}{2,3} = \frac{264 \cdot 4,7 + 528 \cdot 2,7 \cdot \sin d}{2,3} = 978 \text{ кН}$$

Эквивалентная нагрузка

$$Q_{\text{эон}} = \frac{Q^k}{[\eta]} = \frac{978}{1,5} = 652 \text{ кН}$$

4. Сравнение результатов.

Значение  $Q_{\text{эон}}$ , полученное по методу допускаемых нагрузок, больше критического метода допускаемых напряжений.

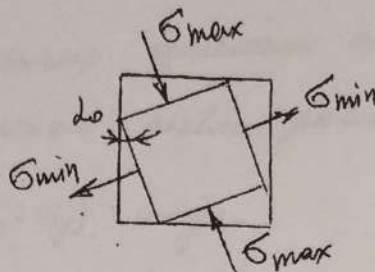
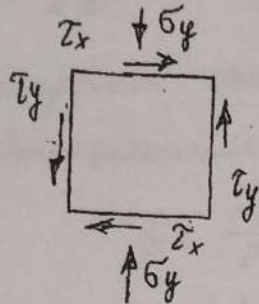
$$\frac{652 - 431}{431} \cdot 100 = 51,2 \%, \text{ что подтверждает,}$$

что метод допускаемых напряжений не позволяет определить полную несущую способность системы, т.к. для стержней неопределенных систем переход одного элемента в пластическую стадию работы, не означает наступления предельного состояния.

5 смп

Задача 3

Дано:  $\sigma_x = 30 \text{ МПа}$ ;  $\tau_x = 100 \text{ МПа}$ ;  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $\mu = 0,3$ .  
 $\sigma_y = 70 \text{ МПа}$ .



Решение.

Согласно схеме нулевым  $\sigma_x = 0 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_y = -70 \text{ МПа}$

$\tau_x = 100 \text{ МПа}$

Определим главные напряжения

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}$$

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{0 - 70}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(0 + 70)^2 + 4 \cdot 100^2} = -35 \pm 105,3;$$

нулевым  $\sigma_{\max} = -140,9 \text{ МПа}$   $\sigma_{\min} = 70,9 \text{ МПа}$

Определим направления главных осей

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 100}{0 + 70} = 2,86, \text{ откуда}$$

$$2\alpha_0 = 70^\circ; \quad \alpha_0 \approx 35^\circ$$

2. Нахождение максимальных касательных напряжений.

$$\tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \text{ тогда}$$

$$\tau_{\max/\min} = \pm \frac{(-140,9 - 70,9)}{2} = \pm 105,9 \text{ МПа}$$

3. Определение относительных деформаций.

Используем обобщенный закон Гука:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_y); \quad \epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_x); \quad \epsilon_z = -\frac{\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot (0 - 0,3 \cdot (-70)) = 10,5 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot ((-70) - 0,3 \cdot 0) = -35 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_z = -\frac{0,3}{2 \cdot 10^5} \cdot (0 - 70) = 10,5 \cdot 10^{-5}$$

4. Нахождение относительного изменения объема.

Относительное изменение объема равно

$$D = \frac{1-2\mu}{E} \cdot (\sigma_x + \sigma_y), \text{ тогда}$$

$$D = \frac{1-2 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^5} \cdot (0 - 70) = -14 \cdot 10^{-5};$$

5. Определение удельной потенциальной энергии деформации.

Удельную потенциальную энергию деформации определяем по формуле:

$$u = \frac{1}{2E} \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\mu \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y) + \frac{\tau_x^2}{2G},$$

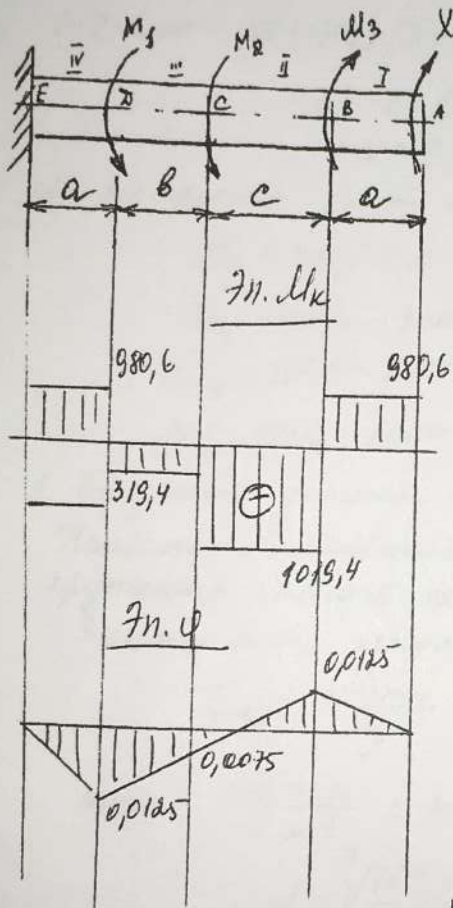
где модуль сдвига  $G = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)} = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot (1+0,3)} = 9769 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Тогда 
$$u = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} \cdot (0^2 + 70^2 - 2 \cdot 0,3 \cdot 0 \cdot (-70)) + \frac{100^2}{2 \cdot 9769 \cdot 10^5} =$$

$$= 7727 \cdot 10^{-5} = 0,07727 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$$

## Задача 4

Дано: схема  $\bar{I}$ ,  $a = 1,3 \text{ м}$ ;  $b = 1,6 \text{ м}$ ;  $c = 2 \text{ м}$ ,  $M_1 = 1300 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $M_2 = 700 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  
 $M_3 = 2000 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $[T] = 35 \text{ МПа}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .



## Решение

1. Определим значения крутящего момента.

Для определения значений момента  $X$  используем метод сечений.

I участок  $0 \leq z \leq 1,3 \text{ м}$

$$M_{k1} + X = 0, \quad M_{k1} = -X$$

II участок  $1,3 \leq z \leq 3,3 \text{ м}$

$$M_{k2} + M_3 + X = 0, \quad M_{k2} = -X - M_3$$

III участок  $3,3 \leq z \leq 4,9 \text{ м}$

$$M_{k3} + M_3 + X - M_2 = 0, \quad M_{k3} = -M_3 - X + M_2$$

IV участок  $4,9 \leq z \leq 6,2 \text{ м}$

$$M_{k4} + M_3 + X - M_2 - M_1 = 0, \quad M_{k4} = -M_3 - X + M_2 + M_1$$

Угол поворота сечения  $A$  относительно условно неподвижного сечения  $B$  равен углу закручивания участка  $AB$ .

$$\varphi_{BA} = \frac{M_{k1} \cdot a}{G \cdot J_p}, \quad \text{где } J_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Угол закручивания участка  $BC$ :

$$\varphi_{CB} = \frac{M_{k2} \cdot c}{G \cdot J_p} = \frac{(-X - M_3) \cdot c}{G \cdot J_p}$$

Угол закручивания участка  $CD$ :

$$\varphi_{DC} = \frac{M_{k3} \cdot b}{G \cdot J_p} = \frac{(-X - M_3 + M_2) \cdot b}{G \cdot J_p}$$

Угол закручивания участка  $DE$ :

$$\varphi_{ED} = \frac{M_{k4} \cdot a}{G \cdot J_p} = \frac{(-X - M_3 + M_2 + M_1) \cdot a}{G \cdot J_p}$$

Т.к. по условию  $\varphi_{EA} = 0$ ,

8 стр

(2)

$\varphi_{EA} = \varphi_{BA} + \varphi_{CB} + \varphi_{DC} + \varphi_{ED}$ , то

$$\frac{1}{C \cdot J_p} \cdot ((-X - 2000 + 700 + 1300) \cdot 2 + (-X - 2000 + 700) \cdot 8 + (-X - 2000) \cdot 2 + (-X) \cdot 2) = 0$$

Прообразим и подставим значения:

$$(-X - 2000 + 700 + 1300) \cdot 1,3 + (-X - 2000 + 700) \cdot 1,6 + (-X - 2000) \cdot 2 - X \cdot 1,3 = 0$$

$$-6,2 \cdot X = 6080$$

$$X = -980,6 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

2. Построение эпюр крутящих моментов.

$$M_{k1} = 980,6 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{k2} = 980,6 - 2000 = -1019,4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{k3} = 980,6 - 2000 + 700 = -319,4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{k4} = 980,6 - 2000 + 700 + 1300 = 980,6 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

3. Выберем диаметр вала.

Наиболее напряженным участком является участок ED, т.к. крутящий момент самый большой на этом участке.

Диаметр вала находим из условия прочности

$$\tau_{max} = \frac{M_{kmax}}{W_p} \leq [\tau], \text{ где } M_{kmax} = 1019,4 \text{ Н}\cdot\text{м}; W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

$$\text{тогда } \frac{1019,4 \cdot 16}{\pi \cdot d^3} \leq 35 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1019,4 \cdot 16}{\pi \cdot 35 \cdot 10^6}} = 0,053 \text{ м} \approx 53 \text{ мм}$$

4. Построение эпюр углов

Формулы момента инерции сечения:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{314 \cdot 0,06^4}{32} = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$$

Тогда получим

$$\varphi_{BA} = \frac{980,6 \cdot 1,3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,24 \cdot 10^{-6}} = 0,0125 \text{ рад}$$

$$\varphi_{CB} = \frac{-1019,4 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,24 \cdot 10^{-6}} = -0,020 \text{ рад}$$

$$\varphi_{DC} = \frac{-319,4 \cdot 1,6}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,24 \cdot 10^{-6}} = 0,005 \text{ рад}$$

$$\varphi_{ED} = \frac{980,6 \cdot 1,3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,24 \cdot 10^{-6}} = 0,0125 \text{ рад}$$



9 стр

3

Угол поворота сечения C

$$\varphi_{CA} = \varphi_{CB} + \varphi_{BA} = -0,02 + 0,0125 = -0,0075 \text{ рад}$$

Угол поворота сечения D

$$\varphi_{DA} = \varphi_{DC} + \varphi_{CA} = -0,005 - 0,0075 = -0,0125 \text{ рад}$$

Угол поворота сечения E

$$\varphi_{EA} = \varphi_{ED} + \varphi_{DA} = 0.$$

5. Определение наибольшего относительного угла закрутки вала.

Наибольший относительный угол закрутки вала (на  $1 \text{ м}$ ) найдем на наиболее нагруженном участке вала.

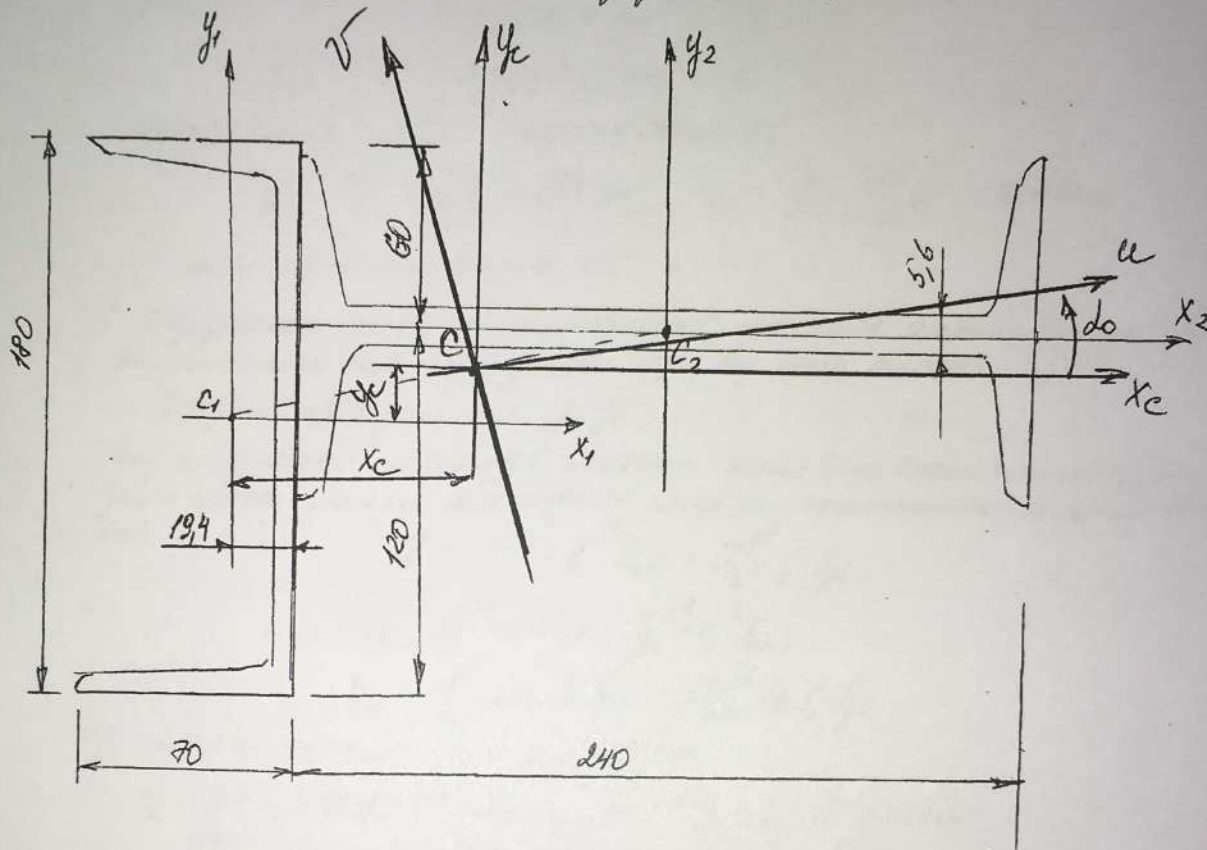
$$\varphi_0 = \frac{M_{\text{max}}}{G \cdot J_p} = \frac{1019,4 \cdot 32}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^4} = \frac{1019,4 \cdot 32}{8 \cdot 10^{10} \cdot 314 \cdot 0,06^4} = 0,01 \text{ рад/м}^2 = 0,57 \text{ град/м}$$

10 смп

Задача 1 (кр №2)

①

Дано: сечение  $\bar{x}$ , швеллер №18 двутавр №24.



Исходные данные: швеллер №18  $F_{шв} = 20,7 \text{ см}^2$ ;  $J_{x_1} = 1090 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_1} = 86 \text{ см}^4$ ;  
 $z_0 = 1,94 \text{ см}$ ;  $h_1 = 18 \text{ см}$ ;  $b_1 = 70 \text{ мм}$   
 двутавр №24:  $F_{дв} = 34,8 \text{ см}^2$ ;  $J_{x_2} = 198 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_2} = 3160 \text{ см}^4$ ;  $h_2 = 24 \text{ см}$ ;  $b_2 = 115 \text{ см}$ .

Решение.

1. Определим положение центра тяжести сечения.

Общая площадь  $F = F_{шв} + F_{дв} = 20,7 + 34,8 = 55,5 \text{ см}^2$

В качестве вспомогательных осей выберем центральные оси швеллера  $x_1, y_1$ . Тогда же моменты площади всего сечения относительно этих осей:  $S_{x_1} = S_{x_1}^{шв} + S_{x_1}^{дв}$ ,  $S_{y_1} = S_{y_1}^{шв} + S_{y_1}^{дв}$

$S_{x_1}^{шв} = S_{y_1}^{шв} = 0$ , т.к. оси  $x_1, y_1$  для швеллера центральные

$S_{x_2}^{дв} = S_{y_2}^{дв} = 0$ , т.к. оси  $x_2, y_2$  - центральные оси двутавра

$S_{x_1}^{дв} = S_{x_2} + b \cdot F_{дв}$ ;  $S_{y_1}^{дв} = S_{y_2} + a \cdot F_{дв}$

11 см

$$a = 1,94 + 12 = 13,94 \text{ см}; \quad b = 9 - 6 = 3 \text{ см}$$

$$\text{Тогда } S_{x_1}^{96} = 3 \cdot 34,8 = 104,4 \text{ см}^3 = S_{x_1}$$

$$S_{y_1}^{96} = 13,94 \cdot 34,8 = 485,1 \text{ см}^3 = S_{y_1}$$

Координата центра тяжести сегмента.

$$y_c = \frac{S_{x_1}}{F} = \frac{104,4}{55,5} = 1,88 \text{ см}; \quad x_c = \frac{S_{y_1}}{F} = \frac{485,1}{55,5} = 8,74 \text{ см}$$

центр тяжести сегмента т.С

2. Определим осевых и центральных моментов инерции сегмента относительно осей, проходящих через его центр тяжести.

Через т.С проведем оси  $x_c y_c$

Для определения моментов инерции составного сегмента воспользуемся зависимостью между моментами инерции относительно параллельных осей:

$$J_{x_c} = J_{x_1}^{96} + b_1^2 \cdot F_{96} + J_{x_2}^{96} + b_2^2 \cdot F_{96},$$

$$J_{y_c} = J_{y_1}^{96} + a_1^2 \cdot F_{96} + J_{y_2}^{96} + a_2^2 \cdot F_{96};$$

$$J_{x_c y_c} = J_{x_1 y_1}^{96} + a_1 \cdot b_1 \cdot F_{96} + J_{x_2 y_2}^{96} + a_2 \cdot b_2 \cdot F_{96}$$

$$\text{т.е. } a_1 = -x_c = -8,74 \text{ см}; \quad b_1 = -y_c = -1,88 \text{ см}$$

$$a_2 = a - x_c = 13,94 - 8,74 = 5,2 \text{ см}; \quad b_2 = b - y_c = 3 - 1,88 = 1,12 \text{ см}$$

$$J_{x_1 y_1}^{96} = 0, \text{ т.к. ось } x_1 - \text{ ось симметрии швеллера,}$$

$$J_{x_2 y_2}^{96} = 0, \text{ т.к. оси } x_2 y_2 - \text{ оси симметрии двутавра.}$$

$$\text{Получаем } J_{x_c} = 1090 + 1,88^2 \cdot 20,7 + 198 + 1,12^2 \cdot 34,8 = 1404,82 \text{ см}^4$$

$$J_{y_c} = 86 + 8,74^2 \cdot 20,7 + 3460 + 5,2^2 \cdot 34,8 = 6068,215 \text{ см}^4$$

$$J_{x_c y_c} = (-8,74) \cdot (-1,88) \cdot 20,7 + 5,2 \cdot 1,12 \cdot 34,8 = 542,8 \text{ см}^4$$

3. Определим положение главных центральных осей

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}} = \frac{2 \cdot 542,8}{6068,215 - 1404,82} \approx 0,233$$

$$2\alpha = 13^\circ \quad \alpha = 6,5^\circ. \text{ Проводим главные оси сегмента } u, v.$$

4. Определим моменты инерции относительно главных центральных осей.

$$J_{\max/\min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{y_c} - J_{x_c})^2 + 4 \cdot J_{x_c y_c}^2}$$

$$J_{\max/\min} = \frac{1404,82 + 6068,215}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(6068,215 - 1404,82)^2 + 4 \cdot 542,8^2}$$

$$J_{\max} = 6130,56 \text{ см}^4; \quad J_{\min} = 1542,47 \text{ см}^4$$

12 emp

Задача 2

①

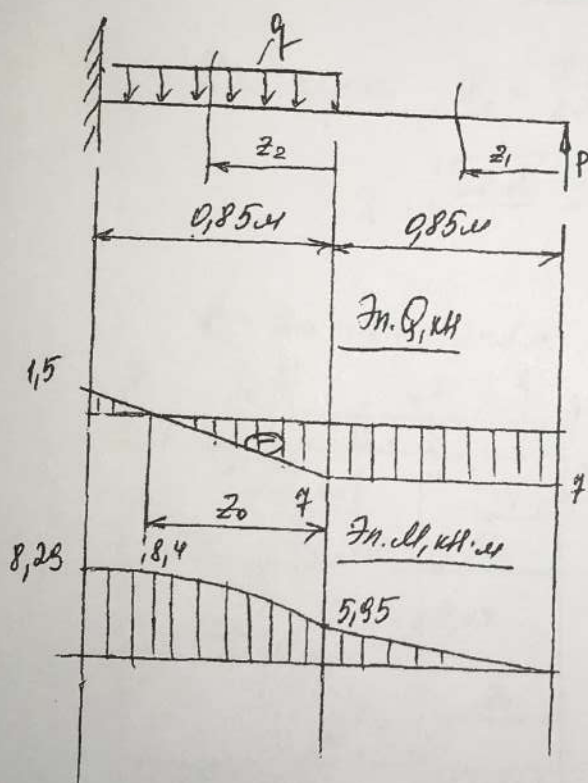
Дано:  $l_1 = 1,7 \text{ м}$ ;  $l_2 = 10 \text{ м}$ ;  $\frac{a_1}{a} = 3$   $\frac{a_2}{a} = 7$ ;  $\frac{a_3}{a} = 5$ ;

$M = 3 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $P = 7 \text{ кН}$ ;  $q = 10 \text{ кН/м}$

Решение.

Схема "а"

$l_1 = 10a = 1,7 \text{ м}$ ;  $a = 0,17 \text{ м}$ ;  $a_3 = 5a = 5 \cdot 0,17 = 0,85 \text{ м}$



1. Построение опор Q, M.

$0 \leq z_1 \leq 0,85 \text{ м}$

$$Q_y = -P = -7 \text{ кН}$$

$$M_x = P \cdot z_1$$

$$z_1 = 0 \quad M_x = 0$$

$$z_1 = 0,85 \text{ м} \quad M_x = P \cdot 0,85 = +5,95 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$0 \leq z_2 \leq 0,85 \text{ м}$

$$Q_y = -P + q \cdot z_2$$

$$M_x = P \cdot (0,85 + z_2) - q \cdot \frac{z_2^2}{2}$$

$$z_2 = 0 \quad Q_y = -P = -7 \text{ кН}$$

$$M_x = P \cdot 0,85 = +5,95 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$z_2 = 0,85 \text{ м} \quad Q_y = -P + q \cdot 0,85 =$$

$$= -7 + 10 \cdot 0,85 = 1,5 \text{ кН}$$

$$M_x = P \cdot 1,7 - q \cdot \frac{0,85^2}{2} = 8,28 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

при  $z_2 = z_0 \quad Q_y = -P + q \cdot z_0 = 0$

$$z_0 = \frac{P}{q} = \frac{7}{10} = 0,7 \text{ м}$$

13 см

$$M_{max} = P \cdot 1,55 - q \cdot \frac{9,7^2}{2} = 7,155 - 10 \cdot \frac{9,7^2}{2} = 8,4 \text{ кН}\cdot\text{м} \quad (2)$$

2. Проверка сечения.

Из условий прочности находим

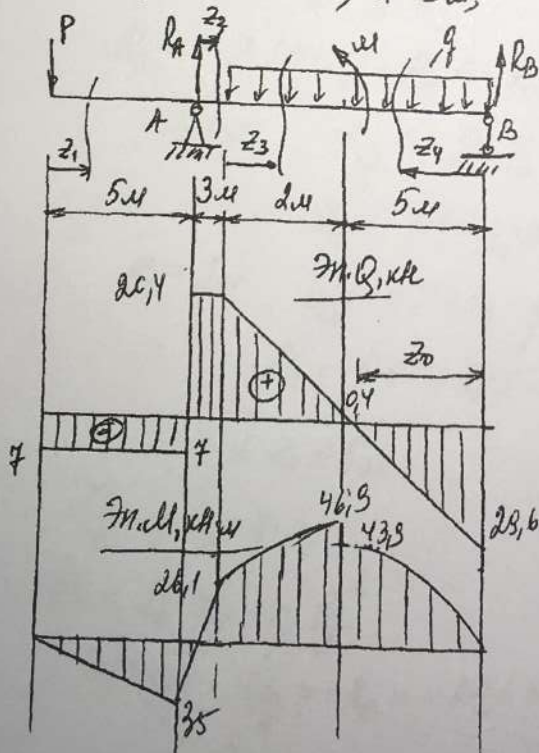
$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{8,4 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}}{8 \cdot 10^6 \text{ Па}} = 1050 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 1050 \text{ см}^3$$

Для круга  $W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ , отсюда

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1050}{3,14}} = 22 \text{ см}$$

Схема "б"

$$l_2 = 10a = 10 \text{ м}; a = 1 \text{ м}; a_3 = 5a = 5 \text{ м}; a_2 = 4a = 4 \text{ м}$$



1. Определение опорных реакций.

$$\begin{cases} \sum \mathcal{M}_A = 0 & P \cdot 5 + 11 - q \cdot 7 \cdot 6,5 + R_B \cdot 10 = 0 \\ \sum \mathcal{M}_B = 0 & P \cdot 15 - R_A \cdot 10 + 11 + q \cdot 7 \cdot 3,5 = 0 \end{cases}$$

$$R_B = \frac{-P \cdot 5 - 11 + q \cdot 7 \cdot 6,5}{10} = \frac{-7 \cdot 5 - 3 + 10 \cdot 7 \cdot 6,5}{10} = 28,6 \text{ кН}$$

$$R_A = \frac{P \cdot 15 + 11 + q \cdot 7 \cdot 3,5}{10} = \frac{7 \cdot 15 + 3 + 10 \cdot 7 \cdot 3,5}{10} = 24,4 \text{ кН}$$

Проверка:  $\sum \mathcal{F}_i = 0$

$$-P + R_A - q \cdot 7 + R_B = 0$$

$$-7 + 24,4 - 10 \cdot 7 + 28,6 = 0$$

14 cm

3

2. Записать эпюры  $Q, M$ .

$$0 \leq z_1 \leq 5 \text{ м}$$

$$Q_y = -P = -7 \text{ кН}$$

$$M_x = -P \cdot z_1$$

$$z_1 = 0 \quad M_x = 0$$

$$z_1 = 5 \text{ м} \quad M_x = -P \cdot 5 = -35 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$0 \leq z_2 \leq 3 \text{ м}$$

$$Q_y = -P + R_A = -7 + 24,4 = 17,4 \text{ кН}$$

$$M_x = -P \cdot (5 + z_2) + R_A \cdot z_2$$

$$z_2 = 0 \quad M_x = -P \cdot 5 = -35 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$z_2 = 3 \text{ м} \quad M_x = -P \cdot 8 + R_A \cdot 3 = -7 \cdot 8 + 24,4 \cdot 3 = 26,1 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$0 \leq z_3 \leq 2 \text{ м}$$

$$Q_y = -P + R_A - q \cdot z_3$$

$$M_x = -P \cdot (8 + z_3) + R_A \cdot (3 + z_3) - q \cdot \frac{z_3^2}{2}$$

$$z_3 = 0 \quad Q_y = -P + R_A = -7 + 24,4 = 17,4 \text{ кН}$$

$$M_x = -P \cdot 8 + R_A \cdot 3 = -7 \cdot 8 + 24,4 \cdot 3 = 26,1 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$z_3 = 2 \text{ м} \quad Q_y = -P + R_A - q \cdot 2 = -7 + 24,4 - 10 \cdot 2 = 0,4 \text{ кН}$$

$$M_x = -P \cdot 10 + R_A \cdot 5 - q \cdot \frac{2^2}{2} = -7 \cdot 10 + 24,4 \cdot 5 - 10 \cdot 2 = 46,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$0 \leq z_4 \leq 5 \text{ м}$$

$$Q_y = -R_B + q \cdot z_4$$

$$M_x = R_B \cdot z_4 - q \cdot \frac{z_4^2}{2}$$

$$z_4 = 0 \quad Q_y = -R_B = -29,6 \text{ кН}$$

$$M_x = 0$$

15 см

4

$$z_4 = 5 \text{ м} \quad Q_y = -R_B + q \cdot 5 =$$

$$M_x = R_B \cdot 5 - q \cdot \frac{5^2}{2} =$$

$$\text{при } z_4 = z_0 \quad Q_y = -R_B + q \cdot z_0 = 0$$

$$z_0 = \frac{R_B}{q} = \frac{29,6}{10} = 2,96 \text{ м}$$

$$M_{\text{max}} = R_B \cdot 2,96 - q \cdot \frac{2,96^2}{2} = 29,6 \cdot 2,96 - 10 \cdot \frac{2,96^2}{2} = 43,8 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

3. Проверка прочности.

Из условия прочности可知

$$W_x = \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{46,9 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}}{160 \cdot 10^6 \text{ Па}} = 293,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 293,1 \text{ см}^3$$

по таблице сортаментов выбираем двутавр 24а

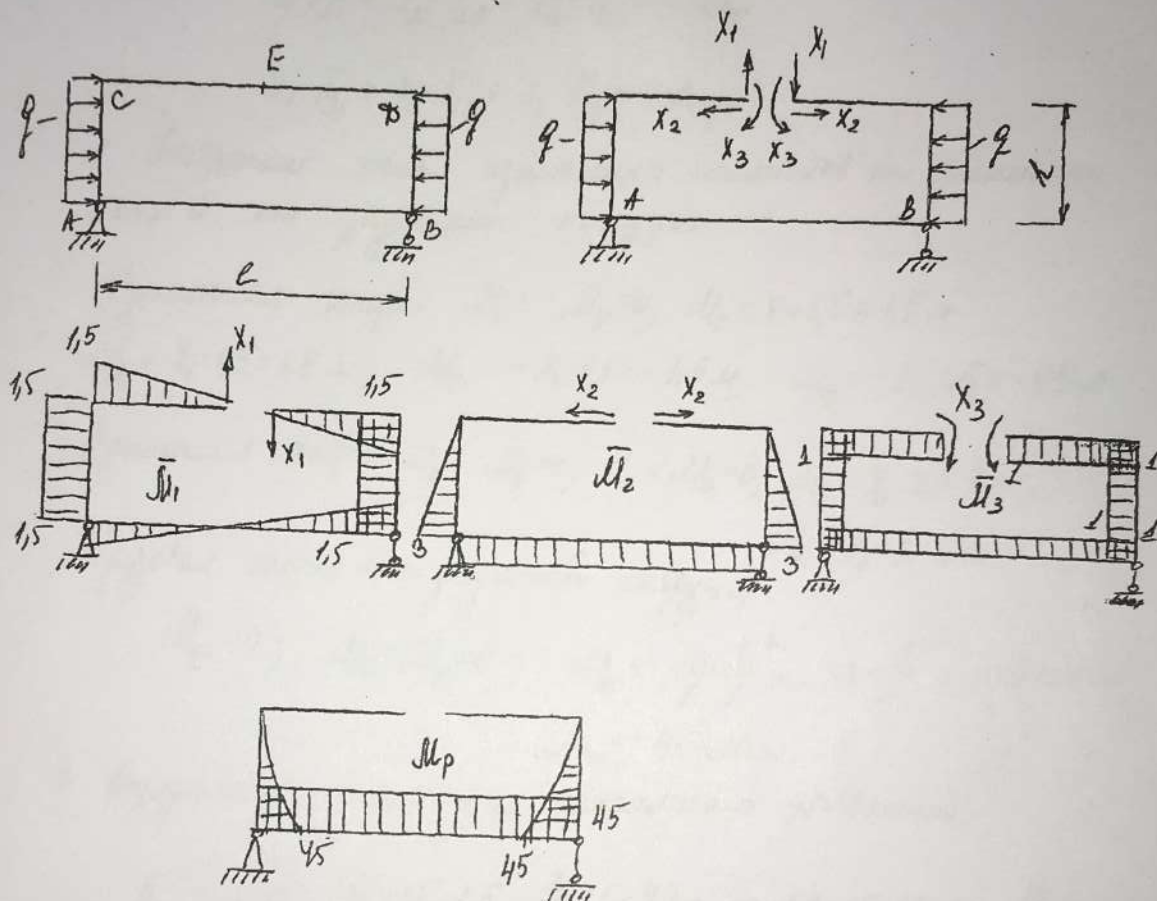
$$W_x^{\text{табл}} = 317 \text{ см}^3$$

16 смп

(1)

Задача 1 с.р. 26

Дано:  $l=3\text{ м}$ ;  $h=3\text{ м}$ ;  $q=10\text{ кН/м}$ ;  $k=1,1$ ;  $a=0,7\text{ м}$ ;  $b=1,4$



Решение

1. Определение степени статической неопределенности.

$\mathcal{N}=3$  (система трестов статически неопределима, т.к. имеет один замкнутый контур, прикрепленный к земле тремя опорными стержнями).

Выбираем эквивалентно систему (Э.С.), контур делаем разорванным.



17 см.

2. Составим систему канонических уравнений.

②

$$X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} + X_3 \cdot \delta_{13} = -\Delta_{1p}$$

$$X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} + X_3 \cdot \delta_{23} = -\Delta_{2p}$$

$$X_1 \cdot \delta_{31} + X_2 \cdot \delta_{32} + X_3 \cdot \delta_{33} = -\Delta_{3p}$$

3. Построим опорные и избыточные моменты от единичных сил и от заданной нагрузки.

Единичная опора  $M_1$ :  $M_E = 0$ ;  $M_C = X_1 \cdot 1,5 = 1,5 \text{ м}$

$M_A = X_1 \cdot 1,5 = 1,5 \text{ м}$ ;  $M_D = -X_1 \cdot 1,5 = -1,5 \text{ м}$ ;  $M_B = -X_1 \cdot 1,5 = -1,5 \text{ м}$

Единичная опора  $M_2$ :  $M_E = 0$ ;  $M_C = M_D = 0$ ;  $M_A = X_2 \cdot 3 = 3 \text{ м}$ ;

Трехкратная опора (от заданной нагрузки):  $M_B = X_2 \cdot 3 = 3 \text{ м}$

$$M_E = 0; \quad M_C = M_D = 0; \quad M_A = -9 \cdot \frac{3^2}{2} = -10 \cdot \frac{3^2}{2} = -45 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_B = -45 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

4. Определим коэф-ты канонических уравнений.

$$\delta_{11} = \frac{1}{kEJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,5 \cdot 4 \right) + \frac{1}{EJ} \cdot (2 \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot 3) = \frac{17,6}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 2 \right) + \frac{1}{kEJ} \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = \frac{42,5}{EJ};$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{kEJ} \cdot (1 \cdot 3 \cdot 1) + \frac{1}{EJ} \cdot (1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2) = \frac{8,73}{EJ};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1,5 \right) + \frac{1}{kEJ} \cdot (3 \cdot 3 \cdot 0) - \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1,5 \right) = 0$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( -\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \right) - \frac{1}{kEJ} \cdot (3 \cdot 3 \cdot 1) = -\frac{17,2}{EJ};$$

18 см

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \frac{1}{kEJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 1 \right) - \frac{1}{kEJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 1 \right) - \frac{1}{EJ} \cdot (15 \cdot 3 \cdot 1) + \frac{1}{EJ} \cdot (15 \cdot 3 \cdot 1) = 0$$

(3)

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( -\frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 3 \cdot 15 \right) + \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 3 \cdot 15 \right) = 0$$

$$\Delta_{2P} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( -\frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 2 \right) - \frac{1}{kEJ} \cdot (45 \cdot 3 \cdot 3) = -\frac{642}{EJ}$$

$$\Delta_{3P} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \right) + \frac{1}{kEJ} \cdot (45 \cdot 3 \cdot 1) = \frac{212,7}{EJ}$$

5. Найдите реакции  $X_1, X_2, X_3$ .

Подставим найденные значения коэф-ов в канонические уравнения.

$$\begin{cases} X_1 \cdot 17,6 + X_2 \cdot 0 + X_3 \cdot 0 = 0 & (1) \\ X_1 \cdot 0 + X_2 \cdot 42,5 + X_3 \cdot (-17,2) = 672 & (2) \\ X_1 \cdot 0 + X_2 \cdot (-17,2) + X_3 \cdot 8,73 = -212,7 & (3) \end{cases}$$

Решим систему уравнений:

Из (1)  $X_1 = 0$

Из (2)  $\Rightarrow 42,5 \cdot X_2 = 672 + 17,2 \cdot X_3$

$$X_2 = 15,8 + 0,4 \cdot X_3$$

Подставим в (3)  $-17,2 \cdot X_2 + 8,73 \cdot X_3 = -212,7$

$$-17,2 \cdot (15,8 + 0,4 \cdot X_3) + 8,73 \cdot X_3 = -212,7$$

$$-241,76 - 6,88 \cdot X_3 + 8,73 \cdot X_3 = -212,7$$

$$1,85 \cdot X_3 = 59,06 \Rightarrow X_3 = 31,9 \text{ кН}; \text{ тогда}$$

$$X_2 = 15,8 + 0,4 \cdot X_3 = 15,8 + 0,4 \cdot 31,9 = 28,56 \text{ кН}$$

$$X_1 = 0; \quad X_2 = 28,56 \text{ кН}; \quad X_3 = 31,9 \text{ кН}$$

б. Построение окончательной эпюры внутренних силовых факторов  $M, N, Q$ . (4)

Окончательную эпюру изгибающих моментов строим, вписывая значения в характерных точках:

$$M = M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2 + M_3 \cdot X_3 + M_4$$

$$M_A = 1,5 \cdot 0 + 3 \cdot 28,56 + (-1) \cdot 31,9 - 45 = 8,78 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_C = 1,5 \cdot 0 + 0 - 1 \cdot 31,9 + 0 = -31,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_B = -1,5 \cdot 0 + 0 - 1 \cdot 31,9 + 0 = -31,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_D = -1,5 \cdot 0 + 3 \cdot 28,56 + (-1) \cdot 31,9 - 45 = 8,78 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Определим значения поперечной силы  $Q$  в характерных точках.

Участок CD

$$Q_D = 0; \quad Q_C = 0; \quad Q_D = 0$$

Участок CA

$$Q_C = -X_2 = -28,56 \text{ кН}$$

$$Q_A = -X_2 + q \cdot 3 = -28,56 + 10 \cdot 3 = 1,44 \text{ кН}$$

Участок BD

$$Q_D = X_2 = 28,56 \text{ кН}$$

$$Q_B = X_2 - q \cdot 3 = 28,56 - 10 \cdot 3 = -1,44 \text{ кН}$$

Участок AB

$$Q_A = 0$$

$$Q_B = 0$$

20 стр.

5

Определим значения продольной силы  $N$ .

Участок CD

$$N_{CD} = -X_2 = -28,56 \text{ кН}$$

Участок CA

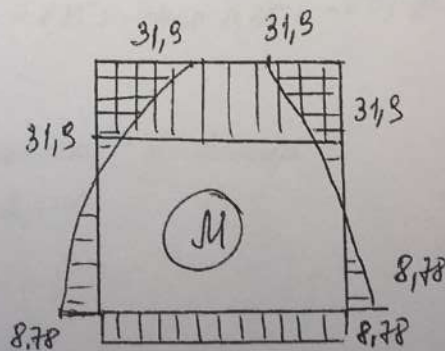
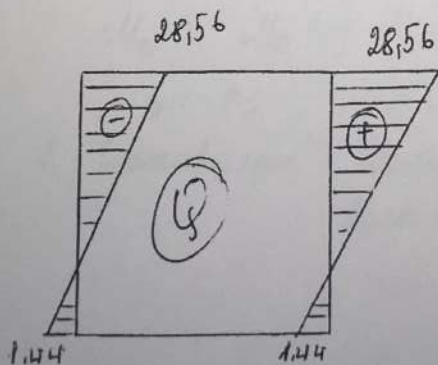
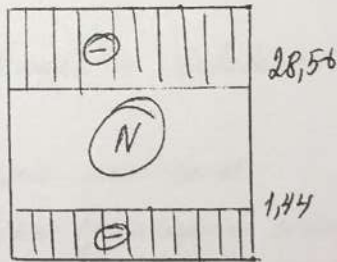
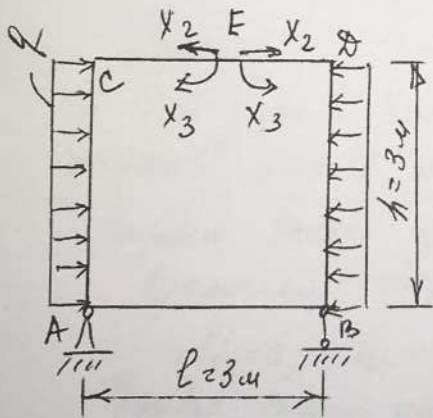
$$N_{CA} = 0$$

Участок AB

$$N_{AB} = X_2 - q \cdot 3 = 28,56 - 10 \cdot 3 = -1,44 \text{ кН}$$

Участок DB

$$N_{DB} = 0$$



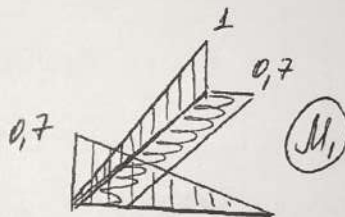
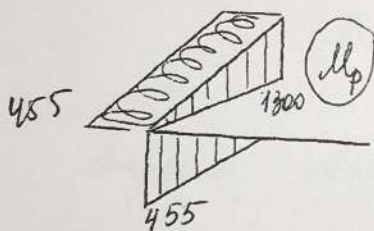
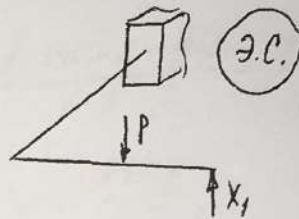
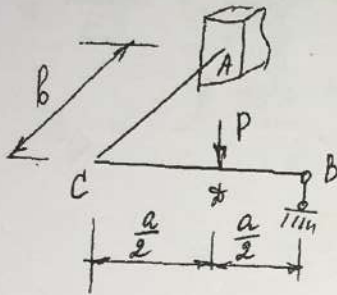
21 сmp.

(6)

Сечение  $\delta''$

$q = 10 \text{ кН/м}; k = 1,1; P = 1300 \text{ Н}; a = 0,7 \text{ м}; b = 1 \text{ м}.$

Сечение  $\bar{x}$



Решение

1. Для данной схемы выбираем охватывающую систему, отбросив связь в опоре B.

Ищем опорные изгибающие моменты:

Средняя опора  $M_1$  (от единичной силы  $X_1$ ):

$M_B = 0; M_C = X_1 \cdot 0,7 = 0,7 \text{ м}; M_A = X_1 \cdot 1 = 1 \text{ м}$

Грузовая опора моменты  $M_p$  (от заданной нагрузки):

$M_B = 0; M_A = 0; M_C = -P \cdot 0,35 = -1300 \cdot 0,35 = -455 \text{ Н}\cdot\text{м}$

$M_A = -P \cdot 1 = -1300 \text{ Н}\cdot\text{м}.$

2. Составим каноническое уравнение

$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1p} = 0$

22 см.

(7)

3. Определим коэф-ты этого уравнения.

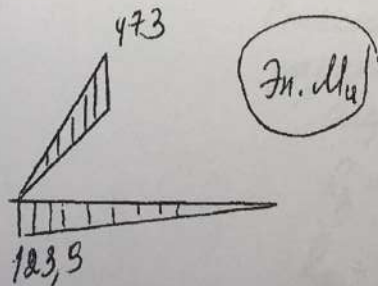
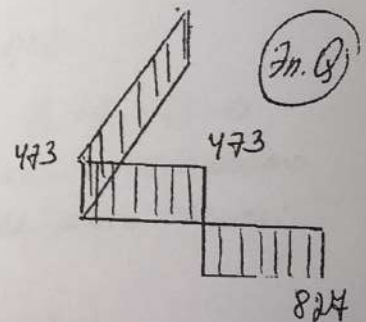
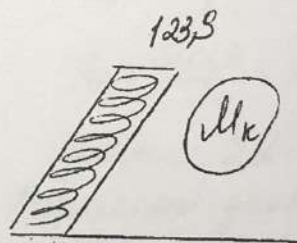
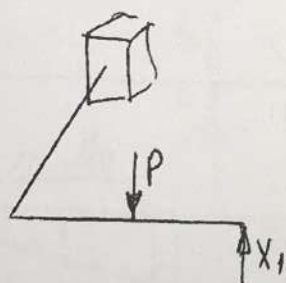
$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,7}{EJ} + \frac{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1}{EJ} + \frac{0,7 \cdot 1 \cdot 0,7}{G \cdot J_p} = \\ &= \frac{0,448}{EJ} + \frac{0,49}{G \cdot J_p} = \frac{0,448}{EJ} + \frac{0,49}{0,4E \cdot 2J} = \frac{1,061}{EJ}; \\ \Delta_{1P} &= - \frac{\frac{1}{2} \cdot 455 \cdot 0,35 \cdot 0,583}{EJ} - \frac{\frac{1}{2} \cdot 1300 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1}{EJ} - \frac{455 \cdot 1 \cdot 0,7}{G \cdot J_p} = \\ &= - \frac{479,6}{EJ} - \frac{318,5}{0,4E \cdot 2J} = - \frac{877,7}{EJ}; \end{aligned}$$

4. Подставим значения коэффициентов в каноническое уравнение.

$$X_1 \cdot 1,061 - 877,7 = 0$$

$$X_1 = 824 \text{ Н}$$

Сделаем дополнительные опоры



## Задача 2 стр 26

Дано: схема  $\bar{X}$  ступень  $n$  Дка;  $l = 2 \text{ м}$ ;  $Q = 13 \text{ кН}$

$H = 7 \text{ кН}$ ;  $n = 850 \text{ от/сек}$ .

Для ступени  $n$  Дка:  $J_x = 3800 \text{ см}^4$ ;  $W_x = 317 \text{ см}^3$

Решение

1. Определим частоту собственных колебаний  $\omega_0$ .

Сформулируем задачу изгибаемого элемента от действия единичной силы  $Q_0 = 1$ , приложенной в точке приложения силы  $Q$ .

Определим опорные реакции:

$$\begin{cases} \sum m_A = 0 & R_B \cdot 2 - Q_0 \cdot 3,3 = 0 \\ \sum m_B = 0 & R_A \cdot 2 - Q_0 \cdot 1,3 = 0 \end{cases}$$

$$R_B = \frac{Q_0 \cdot 3,3}{2} = 1,65$$

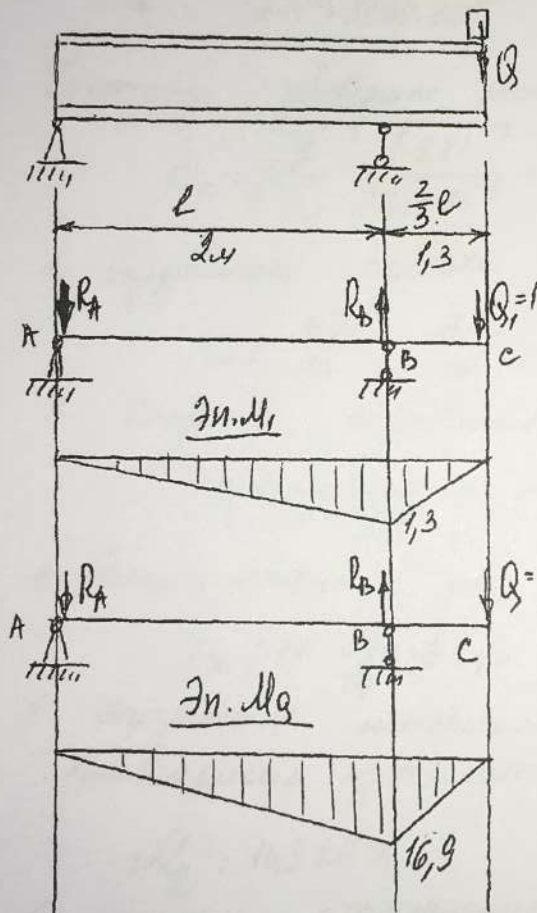
$$R_A = \frac{Q_0 \cdot 1,3}{2} = 0,65$$

$$\text{Проверка: } \sum Y_i = -R_A + R_B - Q_0 = 0$$

Впишем значения изгибающего момента в характерных точках:

$$m_A = 0; \quad m_C = 0$$

$$m_B = -Q_0 \cdot 1,3 = -1,3 \text{ м}$$



Сформулируем задачу  $m_B$  от действия заданной силы  $Q = 13 \text{ кН}$

Опорные реакции

$$R_B = 21,45 \text{ кН}$$

$$R_A = 8,45 \text{ кН}$$

Значения изгибающего момента:

24 стр.

$$M_A = 0; \quad M_C = 0;$$

$$M_B = Q \cdot 1,3 = -16,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Определим прогиб  $\delta_{ст}$  графо-аналитическим методом:

$$\delta_{ст} = \frac{1}{EJ_x} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 16,9 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3 + \frac{1}{2} \cdot 16,9 \cdot 1,3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3 \right) = \frac{24,167}{EJ_x}$$

$$\delta_{ст} = \frac{24,167 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800 \cdot 10^{-8}} = 3,18 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3,18 \text{ мм}$$

Частота свободных колебаний

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Q}{\delta_{ст}}} = \sqrt{\frac{9,81}{3,18 \cdot 10^{-3}}} = 55,5$$

2. Определим частоту вынуждающей силы  $\omega$ .

$$\omega = \frac{n \cdot 2\pi}{60} = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 850}{30} = 88,9 \text{ 1/с}$$

3. Коэф-т качества колебаний.

$$\beta = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{88,9}{55,5}\right)^2} = -0,64$$

4. Динамический коэф-т определим:

$$k_{д} = 1 + \frac{f_H}{f_Q} \cdot \beta = 1 + \frac{H}{Q} \cdot \beta = 1 + \frac{7}{13} \cdot 0,64 = 1,34$$

5. Определим наибольшую нормальную напряженность.

Наибольший изгибающий момент возникает в сеч. В

$$M_B = 16,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Определим статические напряжения в сеч. В

$$\sigma_{ст} = \pm \frac{M_B}{I \cdot W_x} = \pm \frac{16,9 \cdot 10^3}{2 \cdot 317 \cdot 10^{-6}} = \pm 24 \cdot 10^6 \text{ Па} = \pm 24 \text{ МПа}$$

Наибольшие нормальные напряжения в балках:

$$\sigma_{д} = k_{д} \cdot \sigma_{ст} = 1,34 \cdot 24 = 36,2 \text{ МПа}$$



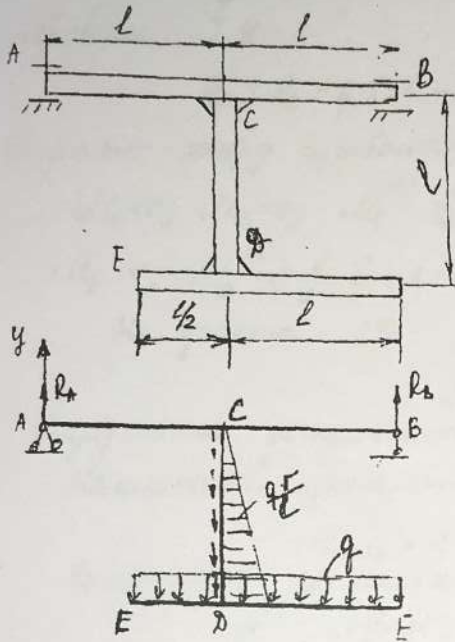
25 стр

Задача 3

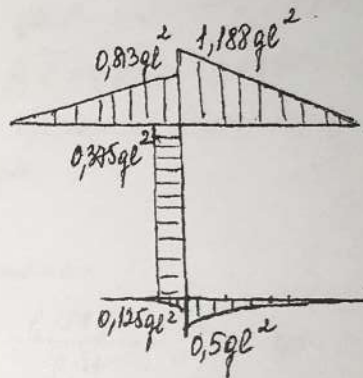
Дано:  $l = 45 \text{ см}$ ;  $d = 23 \text{ мм}$   
 система  $x$ .

$[S] = 100 \text{ мм}^2$ ,  $f = 78 \text{ кН/мм}^2$

③



Эпюра M



Решение

1. Построение эпюр изгибающих моментов от сил инерции, возникающих на участках малого сечения.

Интенсивность инерционных сил

$$q_i = \frac{f \cdot F \cdot \omega^2}{g} \cdot r$$

Интенсивность сил инерции на участке DE

$$q_i^{DE} = \frac{f \cdot F \cdot \omega^2}{g} \cdot l = q$$

Интенсивность сил инерции, действующих на участке CD изменяется по линейному закону, в т.ч.  $r_C = 0$ , т.к.

$$q_i^C = \frac{f \cdot F \cdot \omega^2}{g} \cdot r_C = 0, \quad r_C = 0. \quad \text{В точке D}$$

$$q_i^D = \frac{f \cdot F \cdot \omega^2}{g} \cdot r_D = \frac{f \cdot F \cdot \omega^2}{g} \cdot l = q$$

Определим реакции связей. Для этого составим уравнения равновесия относительно точки A и B

$$\sum M_B = 0 - R_A \cdot 2l + q \cdot 1,5l \cdot 0,75l + \frac{1}{2} q \cdot l \cdot l = 0$$

$$R_A = 0,813 ql$$

26 стр

$$\sum M_A = 0 \quad R_B \cdot 2l - q \cdot 1.5l \cdot 1.25l - \frac{1}{2} q \cdot l \cdot l = 0$$

$$R_B = 1,1889q$$

Проверка:  $\sum Y = 0$

$$R_A + R_B - q \cdot 1.5l - \frac{1}{2} q \cdot l = 0,8139ql + 1,1889ql - 1,5ql - 0,5ql = 0$$

Составим таблицу эквивалентных моментов

$$M_A = 0, M_B = 0; M_C^{пр} = R_A \cdot l = 0,8139ql^2; M_C^{пр} = R_B \cdot l - 1,1889ql^2;$$

$$M_D = 0, M_E^{пр} = q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = 0,125ql^2; M_E^{пр} = q \cdot l \cdot 0,5l = 0,5ql^2$$

На участке CD:  $M_C = q \cdot 0,5l \cdot 0,25l - q \cdot l \cdot 0,5l = -0,375ql^2;$

$$M_C = R_A \cdot l - R_B \cdot l = 0,8139ql^2 - 1,1889ql^2 = -0,375ql^2$$

2. Определить допускаемую число оборотов в минуту  
Наибольший эквивалентный момент:

Наибольший эквивалентный момент

$$M_{max} = 1,1889ql^2$$

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{1,1889ql^2}{W} = \frac{1,188 \cdot F \cdot \omega^2 \cdot l^3}{g \cdot W}, \text{ где}$$

$W = \frac{\pi d^3}{32}$  - момент сопротивления сечения,  $F = \frac{\pi d^2}{4}$  - площадь сечения.

Тогда  $\tau_{max} = \frac{1,188 \cdot F \cdot \omega^2 \cdot l^3 \cdot 32}{4 \cdot g \cdot \pi \cdot d^3} = \frac{9,504 \cdot F \cdot \omega^2 \cdot l^3}{g \cdot d}$

Приравняем максимальное допускаемое напряжение

$$\tau_{max} = [\tau] \Rightarrow \frac{9,504 \cdot F \cdot \omega^2 \cdot l^3}{g \cdot d} = [\tau],$$

откуда  $\omega_{доп} = \sqrt{\frac{g \cdot d \cdot [\tau]}{9,504 \cdot F \cdot l^3}}$

$n$  - число оборотов, совершаемых валом за 1 мин

Тогда  $n_{доп} = \frac{2\pi \cdot n_{доп}}{60} = \frac{\pi \cdot n_{доп}}{30}$

Таким образом

$$n_{доп} = \frac{30 \cdot \omega_{доп}}{\pi} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g \cdot d \cdot [\tau]}{9,504 \cdot F \cdot l^3}}$$

$$n_{доп} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{23 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 100 \cdot 10^6}{9,504 \cdot 78 \cdot 10^3 \cdot 0,45^3}} = 174,6 \text{ об/мин}$$

27 сmp

Задача 4.

①

Дано:  $M_u = 300 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $M_k = 270 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $d = 40 \text{ мм}$   $\sigma_B = 570 \text{ МПа}$   
 $\sigma_T = 270 \text{ МПа}$ ;  $\rho = 2,3 \text{ мм}$ ;  $\frac{D}{d} = 1,2$ .

Решение.

1. Определим максимальные напряжения при изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{M_u}{W_x}, \text{ где } W_x = \frac{\pi d^3}{32};$$

тогда  $\sigma_{\max} = \frac{32 \cdot M_u}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 300}{3,14 \cdot 40^3 \cdot 10^{-6}} = 47,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 47,8 \text{ МПа}$ .

Поскольку шкив цилиндрический, то

$$\sigma_d = \sigma_{\max} = 47,8 \text{ МПа}; \quad \sigma_m = 0;$$

Максимальные касательные напряжения

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p}, \text{ где } W_p = 2 \cdot W_x = \frac{\pi d^3}{16}$$

$$\tau_{\max} = \frac{270 \cdot 16}{\pi \cdot d^3} = \frac{270 \cdot 16}{3,14 \cdot 40^3 \cdot 10^{-6}} = 21,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 21,5 \text{ МПа}$$

Шкив ступицей, то  $\tau_m = \tau_d = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{21,5}{2} = 10,75 \text{ МПа}$ .

2. По эллиптическим формулам найдем предельные напряжения при кручении и предельные выносливости при кручении и изгибе:

$$\tau_T = 0,58 \cdot \sigma_T = 0,58 \cdot 270 = 156,6 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{-1} = (0,55 - 0,0001 \cdot \sigma_B) \cdot \sigma_B = (0,55 - 0,0001 \cdot 570) \cdot 570 = 281 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,6 \cdot \sigma_{-1} = 0,6 \cdot 281 = 168,6 \text{ МПа}$$

28 стр

3. Эффективные коэффициенты концентрации напряжений  $k_\sigma$  и  $k_\tau$ .

$$k_\sigma = k_\tau = \frac{d_0}{1 + (1 + \frac{d}{d}) \cdot 10^{-(0,33 + \frac{\sigma_T}{712})}}; \quad \frac{p}{d} = \frac{2,3}{40} = 0,0575 \text{ по графику}$$

$d_0 = 1,95$

$$k_\sigma = k_\tau = \frac{1,95}{1 + (1 + \frac{2}{40}) \cdot 10^{-(0,33 + \frac{270}{712})}} = 1,624$$

Находим коэффициенты  $k_{d\sigma}$  и  $k_{d\tau}$ , учитывающие влияние размеров

$$k_{d\sigma} = k_{d\tau} = 1 - 0,154 \lg \frac{d}{7,5} = 1 - 0,154 \lg \frac{40}{7,5} = 0,888$$

5. Определим общие коэффициенты концентрации напряжений  $k$ .

$$k = \frac{k_\sigma}{k_{d\sigma}}; \quad k = \frac{k_\tau}{k_{d\tau}}$$

$$k = \frac{1,624}{0,888} = 1,83$$

6. Коэф-ты запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям.

$$n_\sigma = \frac{\sigma_1}{k\sigma_d + \psi\sigma_m}; \quad n_\tau = \frac{\tau_1}{k\tau_d + \psi\tau_m}$$

Учитывая, что  $\sigma_m = 0$ , то

$$n_\sigma = \frac{\sigma_1}{k\sigma_d} = \frac{281}{1,83 \cdot 47,8} = 3,2$$

Коэффициент, учитывающий влияние средних касательных напряжений.

$$\psi_\tau = \frac{901 + 10^{-4} \cdot \sigma_B}{k} = \frac{901 + 10^{-4} \cdot 570}{1,83} = 0,037$$

29 см

Тогда

$$n_T = \frac{168,6}{1,83 \cdot 10,75 + 0,037 \cdot 10,75} = 8,4$$

③

7. Найдем общий коэффициент запаса прочности.

$$n = \frac{n_0 \cdot n_T}{\sqrt{n_0^2 + n_T^2}} = \frac{3,2 \cdot 8,4}{\sqrt{3,2^2 + 8,4^2}} = 2,99.$$