Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ"

Кафедра "Автоматизированные системы управления"

Э.К.Лецкий

Модели информационных процессов на основе дискретных процессов Маркова

Рекомендовано редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия
для студентов профилей
"Автоматизированные системы обработки информации и управления",
"Информационные системы и технологии на транспорте"

МОСКВА-2014

УДК 004
Л 33

Лецкий Э.К. Модели информационных процессов на основе дискретных процессов Маркова: Учебное пособие. – М.: МИИТ, 2014. – 25 с.

В учебном пособии рассматривается способ получения функции распределения вероятностей длительностей информационного процесса в случае, когда процесс относится к категории дискретных однородных процессов Маркова с непрерывным временем (т.е. длительности всех операций процесса – случайные величины распределены по экспоненциальному закону, а закономерность развития процесса определяется матрицей переходных вероятностей). Даны элементы теории Марковских процессов, рассмотрены содержательные примеры.

Для студентов специальностей и профилей “Автоматизированные системы обработки информации и управления”, “Информационные системы и технологии”.

Ил. 9, табл.1, библ. – 2 назв.

Рецензенты: д.т.н., проф. Шубинский И.Б., ОАО “НИИАС”

д.ф.-м.н. Филимонов А.М. (МИИТ)

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 Введение

Информационный процесс – это упорядоченное множество операций, осуществляемых над информацией с определенной целью.

Под операциями будем понимать совокупность действий, связанных со сбором, передачей, хранением, обработкой и представлением данных.

При этом "данные" – это информация, представленная в виде, допускающем осуществление операций с использованием средств вычислительной техники.

Информационная технология – совокупность методов, способов, приёмов реализации операций над информацией [1].

Информационная система – это средство реализации информационного процесса с использованием определённой информационной технологии.

В настоящее время термин "информационная система" (ИС) используется лишь по отношению к системам, построенным на основе вычислительной и коммуникационной техники.

Другое определение ИС: "совокупность аппаратно-программных средств, а также работающего с ними персонала (пользователей), предназначенная для сбора, передачи, хранения, обработки и представления данных" [1].

В этом определении подчёркивается человеко-машинный характер ИС (ранее для подобных систем был принят термин "автоматизированная система", вообще говоря, не утративший своего значения в настоящее время). Термин "информационная система" мы будем использовать как общий для обозначения всего класса человеко-машинных (автоматизированных) систем, построенных на базе аппаратно-программных средств вычислительной и коммуникационной техники.

Любая теория есть совокупность закономерностей, выявленных при изучении реальных (физических, социальных и прочих) процессов (объектов, явлений и пр.), позволяющая прогнозировать эти процессы, воздействовать на них, создавать объекты с желаемыми свойствами. Выявленные закономерности представляются в виде модели процесса, явления, объекта и т.д.

В [1] дана классификация моделей объектов (процессов, явлений и пр.). В данном пособии речь пойдёт только об аналитических математических моделях, в наибольшей степени приемлемых для оценки характеристик информационных процессов на этапе проектирования информационных систем. Математическая модель позволяет количественно оценить те или иные показатели, характеризующие информационный процесс. Основное требование, предъявляемое к математической модели, – адекватность реальному объекту, т.е. соответствие принятых при построении модели допущений, ограничений особенностям реального объекта. Это требование определяет стратегию изучения информационных процессов с помощью математических моделей: сначала требуется выявить особенности процесса (или системы), которые должны быть отражены в модели, затем выбрать необходимый математический аппарат и определить структуру модели, далее необходимо оценить параметры построенной модели и, наконец, провести расчеты требуемых характеристик. При возможности в дальнейшем следует провести экспериментальное исследование объекта, т.е. осуществить множество измерений на реальном информационном процессе или на действующей информационной системе; при этом целесообразно с использованием аппарата математической статистики убедиться в адекватности принятой модели путём сопоставления расчётных и наблюдаемых данных [2].

Очевидно, что всякая математическая модель позволяет описать и рассчитать определённый набор характеристик информационного процесса или ИС. Поэтому, в общем случае, один и тот же информационный процесс (или система) может иметь множество различных моделей. В данном пособии рассмотрены задачи оценки временных характеристик информационных процессов, а в качестве математического аппарата использована теория случайных процессов.

2 Графическое представление информационного процесса

Любой информационный процесс может быть представлен в виде графа (графа состояний), вершины которого соответствуют операциям, производимым с данными (сбор, передача, обработка и т.д.), а дуги указывают на возможные переходы между операциями. На рис.1 показан информационный процесс, состоящий из 3-ех операций (S_1, S_2, S_3), где вершина S_4 соответствует состоянию после завершения процесса.

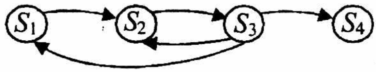

Рис.1.Пример графического представления информационного процесса

Поскольку рассматривается задача расчёта временных характеристик информационного процесса, то для каждой операции должны быть определены длительности выполнения. Эти длительности могут быть известными точно (детерминированными) или неопределёнными (например, случайными). Кроме того, должны быть известны закономерности протекания процесса, определяющие переходы между операциями. Совокупность этих характеристик позволяет построить математическую модель процесса, предназначенную для расчета временных характеристик.

3 Особенности информационных процессов и обоснование использования теории случайных процессов

Длительность операции над информацией при выбранной технологии выполнения зависит от объёма данных и их качественных характеристик (например, достоверности). Как правило, эти характеристики различны для последовательности документов (запросов, задач и пр.), поступающих в информационную систему. В силу этого целесообразно при расчете характеристик информационных процессов и систем рассматривать длительности операций как случайные величины. Помимо этого, возможна ситуация, когда различны последовательности операций, выполняемых даже над документами (запросами, задачами и т.п.) одного и того же вида. Например, операция исправления данных должна выполняться лишь в случае наличия и обнаружения ошибки, т.е. может осуществляться в одних случаях и не осуществляться в других. Это означает, что информационный процесс может быть представлен случайным процессом, как правило, с конечным числом возможных значений (значение процесса в момент t – это номер (или наименование) выполняемой в момент t операции).

В качестве моделей информационных процессов в данном пособии использованы модели дискретных случайных процессов Маркова (Марковских процессов).

4 Элементы теории процессов Маркова

4.1 Определение Марковского процесса

Случайный процесс $X(t)$ называется Марковским процессом (МП), если при известном значении процесса в момент t^* (это значение обозначим $x(t^*)$) будущие значения (т.е. значения процесса $X(t)$ при $t > t^*$) зависят только от $x(t^*)$ и не зависят от $x(t)$ $t < t^*$ (т.е. "при известном настоящем будущее не зависит от прошлого").

Процесс называется дискретным МП, если $X(t)$ принимает конечное или счетное множество значений. Обозначим $S_0, S_1, S_2,\dots S_n$ – состояния (значения) дискретного МП.

Дискретный случайный процесс может быть с непрерывным временем или с дискретным временем (когда значения процесса рассматриваются в заданные дискретные моменты времени). Дискретный МП с дискретным временем называется **цепью Маркова**.

Переходная вероятность – характеристика, определяющая закономерность поведения дискретного МП.

МП называется **однородным,** если закономерности его поведения не изменяются во времени. Пусть в момент времени t_1 значение $x(t_1)$ процесса $X(t)$ равно S_j, а в момент t_2 $x(t_2) = S_i$.Тогда переходная вероятность

$$p(t_1, t_2, S_j, S_i) = p\,(S_j, S_i, t_2 - t_1) \qquad (1)$$

т.е. зависит только от интервала времени $(t_2 - t_1)$.

Закономерность поведения однородной цепи Маркова с равными интервалами Δt между моментами времени случайного процесса, принимающего значения $S_0,\dots S_n$, характеризуется матрицей P одношаговых переходных вероятностей:

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdots & p_{0n} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n0} & p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где p_{ij} – вероятность перехода из S_i в S_j за один интервал времени Δt (за один шаг).

Матрица P – квадратная, все элементы находятся в диапазоне $0 \le p_{ij} \le 1$. При этом $\sum_{j=0}^{n} p_{ij} = 1$, т.е. сумма элементов любой строки равна 1.

На рис. 2 показано графическое представление однородной цепи Маркова. Отметим, что сумма вероятностей, записанных над исходящими дугами любого состояния, всегда равна 1.

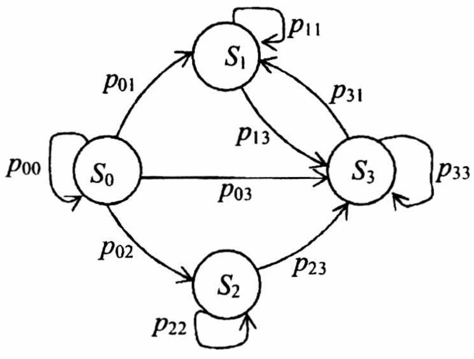

Рис.2. Графическое представление однородной цепи Маркова

В случае дискретного Марковского процесса с непрерывным временем переход из состояния в состояние проис-

Поглощающее состояние: это замкнутое множество состояний, состоящее из одного состояния.

На рис.5 показан пример поглощающего состояния (состояние S_2).

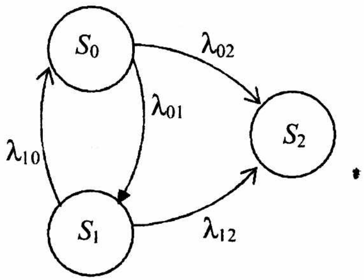

Рис.5. Пример поглощающего состояния

4.3 Система уравнений Колмогорова для вероятностей состояний Марковского процесса с непрерывным временем

Рассмотрим дискретный Марковский процесс на интервале $(t, t+\tau)$, где t – текущее время, а $S_0,\ldots, S_n$ – состояния МП.

Обозначим через $p_{ij}(\tau)$ – элемент матрицы переходных вероятностей за время τ. Для вероятности состояния S_j в момент $t+\tau$ имеем

$$p_j(t+\tau) = \sum_{r=0,\, r\neq j}^{n} p_r(t)p_{rj}(\tau) + p_j(t)p_{jj}(\tau) \qquad (4)$$

Очевидно, что

$$p_{jj}(\tau) = 1 - \sum_{r=0,\, r\neq j}^{n} p_{jr}(\tau) \qquad (5)$$

Тогда, подставляя (5) в (4) и перенося $p_j(t)$ в правую часть (4), получим

$$p_j(t+\tau) - p_j(t) = \sum_{r=0,\, r\neq j}^{n} p_r(t) p_{rj}(\tau) - \\ - p_j(t) \sum_{r=0,\, r\neq j}^{n} p_{jr}(\tau) \qquad (6)$$

Левую и правую части выражения (6) делим на τ и переходим к пределу при $\tau \to 0$. При этом в левой части мы будем иметь производную $p_j(t)$ по t, в правой части, согласно (3), вместо $p_{rj}(\tau)$ и $p_{jr}(\tau)$ получим соответственно величины λ_{rj} и λ_{jr}. Система уравнений для вероятностей $p_j(t)$ будет иметь следующий вид:

$$\frac{dp_j(t)}{dt} = \sum_{r\neq j} p_r(t)\lambda_{rj} - p_j(t) \sum_{r\neq j} \lambda_{jr}, \quad j = 0,1,2,...,n; \\ \sum_{j=0}^{n} p_j(t) = 1 \qquad (7)$$

Выражения (7) – это система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний дискретного МП с непрерывным временем.

Для решения (т.е. для нахождения $p_0(t),..., p_n(t)$) нужно задать начальные условия $p_0(0),..., p_n(0)$.

Существует следующее формальное правило записи системы уравнения Колмогорова:

– число слагаемых в уравнении для состояния S_i равно числу дуг связанных с данным состоянием;

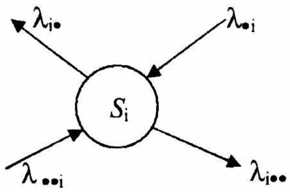

Рис.6. К формальному правилу записей уравнений Колмогорова

– если дуги выходят из S_i, то слагаемое берётся со знаком "-", если входит, то "+";
– каждое слагаемое равно произведению интенсивности перехода по дуге на вероятность состояния, из которого дуга выходит.

Для состояния S_i (рис.6) имеем:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = -p_i(t)\lambda_{i\bullet} - p_i(t)\lambda_{i\bullet\bullet} + p_{\bullet}(t)\lambda_{\bullet i} + p_{\bullet\bullet}(t)\lambda_{\bullet\bullet i} \qquad (8)$$

Решение находится обычно операторным методом путём перехода от оригиналов функций $p_i(t)$ к их изображениям $p_i^0(s)$ с помощью преобразования Лапласа.

4.4 Пример решения системы уравнений Колмогорова операторным методом

На рис.7 приведен граф состояний некоторого процесса, состоящего из двух операций S_0 и S_1. Процесс начинается с операции S_0 (т.е. $p_0(0) = 1$), завершается, попадая в состояние S_2. Требуется найти функцию $p_2(t)$ – вероятность состояния

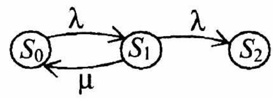

Рис.7. Граф состояний процесса раздела 3.4

S_2 в момент t (т.е. вероятность того, что процесс будет длиться не более времени t). Отметим, что если ввести случайную величину T – длительность информационного процесса, то функция распределения $F_T(t)$ равна:

$$F_T(t) = \text{Вер}\,(T \leq t) = p_2(t) \qquad (9)$$

Пользуясь формальным правилом и графом состояний процесса (рис.7), запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \\ \dfrac{dp_1(t)}{dt} = -(\lambda + \mu) p_1(t) + \lambda p_0(t) \\ \dfrac{dp_2(t)}{dt} = \lambda p_1(t) \\ p_0(t) + p_1(t) + p_2(t) = 1 \end{cases} \qquad (10)$$

Начальные условия

$p_0(0) = 1;\ p_1(0) = p_2(0) = 0$

Преобразуем по Лапласу левые и правые части каждого уравнения системы уравнений (10) (с учётом таблицы 1):

$$\begin{cases} sp_0^0(s) - 1 = p_1^0(s)\mu - p_0^0(s)\lambda & (11) \\ sp_1^0(s) = p_0^0(s)\lambda - p_1^0(s)(\lambda + \mu) & (12) \\ sp_2^0(s) = p_1^0(s)\lambda & (13) \\ p_0^0(s) + p_1^0(s) + p_2^0(s) = \dfrac{1}{s} & (14) \end{cases}$$

Из (11) $$p_0^0(s) = \frac{1 + \mu p_1^0(s)}{s + \lambda} \quad (15)$$

Из (13) $$p_2^0(s) = \frac{\lambda}{s} p_1^0(s) \quad (16)$$

Подставляем (15) и (16) в (14):

$$\frac{1}{s+\lambda} + \frac{\mu}{s+\lambda} p_1^0(s) + p_1^0(s) + \frac{\lambda}{s} p_1^0(s) = \frac{1}{s} \quad (17)$$

Разрешим (17) относительно $p_1^0(s)$:

$$p_1^0(s) = \frac{\dfrac{1}{s} - \dfrac{1}{s+\lambda}}{1 + \dfrac{\mu}{s+\lambda} + \dfrac{\lambda}{s}} = \frac{s + \lambda - s}{s(s+\lambda) + \mu s + \lambda(s+\lambda)} = \frac{\lambda}{(s+\lambda)^2 + \mu s} =$$

$$= \frac{\lambda}{s^2 + s(2\lambda + \mu) + \lambda^2} = \frac{\lambda}{(s - s_1)(s - s_2)}, \quad (18)$$

где s_1 и s_2 – корни уравнения $s^2 + s(2\lambda + \mu) + \lambda^2 = 0$.

Пользуясь (16), находим $p_2^0(s) = \dfrac{\lambda^2}{s(s-s_1)(s-s_2)}$. (19)

Переходим от изображения $p_2^0(s)$ к оригиналу $p_2(t)$ (см. табл. 1, последняя строка):

$$p_2(t) = \lambda^2\left(\frac{e^{s_1 t}}{s_1(s_1-s_2)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2(s_2-s_1)} + \frac{1}{s_1 s_2}\right) \qquad (20)$$

Для проверки правильности полученного результата (20) следует убедиться, что при $t = 0$ имеем $p_2(0) = 0$, а при t, стремящемся к бесконечности, вероятность $p_2(t)$ должна стремиться к 1.

Таблица 1 Преобразования по Лапласу

Оригинал $p(t)$	Изображение по Лапласу $p^0(s)$
$\dfrac{dp(t)}{dt}$	$sp^0(s)-p(0)$
$p(t)=c$ $(const)$	$\dfrac{c}{s}$
t	$\dfrac{1}{s^2}$
e^{at}	$\dfrac{1}{(s-a)}$
te^{at}	$\dfrac{1}{(s-a)^2}$
$\dfrac{l(e^{at}-e^{bt})}{(a-b)}$	$\dfrac{l}{(s-a)(s-b)}$
$\dfrac{a+d}{a-d}e^{at}+\dfrac{b+d}{b-a}e^{bt}$	$\dfrac{s+d}{(s-a)(s-b)}$
$\dfrac{e^{at}}{a(a-b)}+\dfrac{e^{bt}}{b(b-a)}+\dfrac{1}{ab}$	$\dfrac{1}{s(s-a)(s-b)}$

5 Расчет функций распределения вероятностей длительностей информационного процесса на основе моделей однородных дискретных Марковских процессов

5.1 Предпосылки использования моделей дискретных Марковских процессов

Использование модели дискретного Марковского процесса с непрерывным временем при расчете временных характеристик информационных процессов означает, что интенсивность завершения любой операции процесса – постоянная величина (т.е. не зависит ни от предыстории процесса, ни от времени, ни от длительности пребывания в этом состоянии). Например, операции S_0 и S_i процесса, изображенного на рис.7, завершаются с интенсивностями λ и $(\lambda+\mu)$ соответственно. Покажем, что если интенсивность завершения операции (т.е. сумма интенсивностей на дугах, исходящих из состояния, соответствующего операции) постоянная величина, то длительность операции – случайная величина, распределённая по экспоненциальному закону. Для этого найдём функцию распределения длительностей некоторой операции S_i, интенсивность завершения которой постоянна и равна λ_i. Представим процесс выполнения операции в виде графа, изображенного на рис. 8.

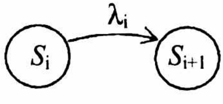

Рис.8. Граф состояний для получения закона распределения длительностей операции S_i

На рис.8 состоянию S_i соответствует рассматриваемая операция, а состояние S_{i+1} – это состояние после завершения операции (т.к. процесс завершается после выполнения операции S_i, то состояние S_{i+1} является поглощающим). При этом функция распределения $F_i(t)$ случайной величины T_i (длительность операции S_i) равна вероятности $p_{i+1}(t)$ состояния S_{i+1} в момент t, при условии, что в момент $t = 0$ имеем $p_i(0) = 1$. Для нахождения $F_i(t) = p_{i+1}(t)$ составим и решим относительно $p_{i+1}(t)$ систему дифференциальных уравнений Колмогорова (см. разделы 4.3 и 4.4):

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = -p_i(t)\lambda_i$$

$$\frac{dp_{i+1}(t)}{dt} = p_i(t)\lambda_i \qquad (21)$$

$$p_i(t) + p_{i+1}(t) = 1$$

Начальные условия: $p_i(0) = 1$.

Преобразуем систему (21) по Лапласу:

$$sp_i^0(s) - 1 = -\lambda_i p_i^0(s)$$

$$sp_{i+1}^0(s) = \lambda_i p_i^0(s) \qquad (22)$$

$$p_i^0(s) + p_{i+1}^0(s) = 1/s$$

Из первого уравнения системы (22) находим

$$p_i^0(s) = \frac{1}{s + \lambda_i} \qquad (23)$$

Пользуясь таблицей 1, находим

$$p_i(t) = e^{-\lambda_i t} \qquad (24)$$

Отсюда $p_{i+1}(t) = F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$ (25)

Полученное выражение для $F_i(t)$ является функцией распределения экспоненциального закона с параметром λ_i.

Итак, первая предпосылка использования моделей дискретных Марковских процессов с непрерывным временем: длительности всех операций информационного процесса – случайные величины, распределённые по экспоненциальному закону (естественно, в общем случае, с различными значениями параметра закона распределения).

Обратим внимание на то, что в графе состояний процесса переход от операции S_i может осуществляться к ряду иных операций (см., например, рис.6, где из состояния S_i выходят две дуги). В этом случае значение параметра закона распределения длительностей операции S_i определяется суммой интенсивностей по всем исходящим дугам (для рис.6 имеем: $\lambda_i = \lambda_{i\bullet} + \lambda_{i\bullet\bullet}$). При этом величины λ_{ij} интенсивностей перехода из состояния "i" в состояние "j" определяется следующим образом

$$\lambda_{ij} = \lambda_i p_{ij}, \qquad (26)$$

где p_{ij} – вероятность перехода из состояния S_i в состояние "S_j" после завершения операции S_i, а λ_i – параметр закона распределения длительности i-ой операции

Очевидно, что

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1, \qquad (27)$$

где n – число вершин в графе состояний.

Таким образом, вторая предпосылка использования моделей Марковских дискретных процессов: закономерность протекания процесса определяется матрицей P переходных вероятностей размером (n x n), причем, если n – число вершин в графе состояний, то число операций информационного процесса (n –1), т.к. вершина n (состояние S_n) соответствует состоянию после завершения информационного процесса.

5.2 Содержательный пример расчета функции распределения длительностей информационного процесса

Рассмотрим следующий информационный процесс:

Операция 1: сообщение передается по каналам передачи данных, среднее время передачи m_1; после передачи выполняется операция 2;

Операция 2: на приёмной стороне осуществляется контроль принятого сообщения, среднее время контроля m_2; при этом с вероятностью q обнаруживается ошибка, и в этом случае переходят к операции 3; если ошибка не обнаружена (вероятность 1-q), то осуществляется переход к операции 4;

Операция 3: на передающую сторону посылается сообщение об ошибке, среднее время передачи m_3; после этого вновь выполняется операция 1;

Операция 4: сообщение размещается в базе данных, среднее время m_4.

Информационный процесс завершен. Требуется найти функцию $F_T(t)$ распределения вероятностей длительностей информационного процесса.

Решение задачи осуществляется в следующем порядке:
А). Строим граф состояний процесса (рис.9)

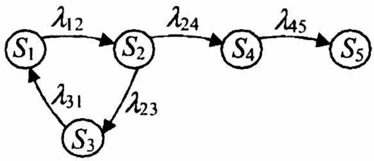

Рис.9. Граф состояний примера раздела 5.2

В графе рис.9: S_1 – операция передачи сообщения;
S_2 – контроль; S_3 – передача сообщения об ошибке;
S_4 – размещение в базе данных; S_5 – завершение информационного процесса.
При этом матрица P^* переходных вероятностей имеет следующий вид

$$P^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & 1-q & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (28)$$

Отметим, что в отличие от (2) элементы P_{ij}^* матрицы P^* – это вероятности переходов по завершению операции "i". Соответственно интенсивности переходов равны:

$$\lambda_{12} = \frac{1}{m_1}; \; \lambda_{23} = q\frac{1}{m_2}; \; \lambda_{24} = (1-q)\frac{1}{m_2}; \qquad (29)$$

$$\lambda_{31} = \frac{1}{m_3}; \quad \lambda_{45} = \frac{1}{m_4}$$

В) Т.к. $F_T(t) = p_5(t)$, то для нахождения $p_5(t)$ составляем систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = -p_1(t)\lambda_{12} + p_3(t)\lambda_{31} = -p_1(t)\frac{1}{m_1} + p_3(t)\frac{1}{m_3}$$

$$\frac{dp_2(t)}{dt} = p_1(t)\lambda_{12} - p_2(t)(\lambda_{24} + \lambda_{23}) = p_1(t)\frac{1}{m_1} - p_2(t)\frac{1}{m_2}$$

$$\frac{dp_3(t)}{dt} = p_2(t)\lambda_{23} - p_3(t)\lambda_{31} = p_2(t)\frac{q}{m_2} - p_3(t)\frac{1}{m_3}$$

$$\frac{dp_4(t)}{dt} = p_2(t)\frac{1-q}{m_2} - p_4(t)\frac{1}{m_4} \qquad (30)$$

$$\frac{dp_5(t)}{dt} = p_4(t)\frac{1}{m_4}$$

$$p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) + p_4(t) + p_5(t) = 1$$

С) Решаем систему (30) при начальных условиях:

$p_1(0) = 1;\ p_2(0) = p_3(0) = p_4(0) = p_5(0) = 0$

Для этого

– преобразуем систему (30) по Лапласу:

$$sp_1^0(s) - 1 = -p_1^0(s)\frac{1}{m_1} + p_3^0(s)\frac{1}{m_3}$$

$$sp_2^0(s) = p_1^0(s)\frac{1}{m_1} - p_2^0(s)\frac{1}{m_2}$$

$$sp_3^0(s) = p_2^0(s)\frac{q}{m_2} + p_3^0(s)\frac{1}{m_3} \qquad (31)$$

$$sp_4^0(s) = p_2^0(s)\frac{1-q}{m_2} - p_4^0(s)\frac{1}{m_4}$$

$$sp_5^0(s) = p_4^0(s)\frac{1}{m_4}$$

$$p_1^{(0)}(s) + p_2^{(0)}(s) + p_3^{(0)}(s) + p_4^{(0)}(s) + p_5^{(0)}(s) = 1/s$$

– решаем систему алгебраических уравнений (31) относительно $p_1^{(0)}(s)$,..., $p_5^{(0)}(s)$ (см. раздел 4.4);

– находим с помощью таблицы 1 по изображению по Лапласу (выражению $p_5^{(0)}(s)$) оригинал $p_5(t)$.

Найденная функция $p_5(t)$ (вероятность того, что процесс закончиться за время t) и есть функция $F_T(t)$ распределения случайной величины T – длительности информационного процесса ($F_T(t)$ – это вероятность того, что случайная величина T примет значение меньшее t).

Литература

1. Информационные технологии на железнодорожном транспорте: Учебник для вузов ж.-д. транспорта/ Э.К. Лецкий, В.И.Панкратов, В.В. Яковлев и др.; Под ред. Э.К.Лецкого, Э.С. Поддавашкина, В.В. Яковлева. – М.: УМК МПС России, 2001 г. – 668 с.
2. Прикладная статистика: Исследование зависимостей/ С.А.Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1985 г. – 487 с.

Св.план 2014 г. поз.

Лецкий Эдуард Константинович

Модели информационных процессов на основе дискретных процессов Маркова

Учебное пособие

Подписано в печать 06.12.14 Формат 60x84/16 Тираж 100 экз.
Усл.-печ.л. 1,75 Заказ № 1112

127994 Москва, УПЦ ГИ МИИТ,
ул. Образцова, д.9, строение 9