ФГБОУ ВО
«Уральский государственный экономический университет»

МАТЕМАТИКА

Для студентов направления «Менеджмент»

«Государственное муниципальное управление»

заочной формы обучения

2 семестр

Екатеринбург, 2016

Курс «Математика» является обязательным в цикле естественнонаучных дисциплин Федерального компонента государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Основные положения дисциплины «Математика» являются фундаментом математического образования дипломированного специалиста, имеющим важное значение для успешного изучения специальных дисциплин, которые предусмотрены учебной программой для каждой специальности.

График самостоятельной работы по изучению теоретического материала; выполнению практических и контрольных заданий по дисциплине приведен в Таблице 1.

Таблица 1.

График самостоятельной работы по дисциплине «Математика»

Содержание	Сроки сдачи	Критерии оценки
1.Изучение теоретического материала (учебно-методический комплекс)		
2.Решение контрольной работы (подробные рекомендации по выполнению и оформлению контрольной работы см. в УМК по математике)	за 1 месяц до сессии	Контрольная работа – 35 баллов.
3. Подготовка к итоговой аттестации	во время сессии	

К сессии Вам необходимо изучить теоретический материал и выполнить все практические задания в соответствии с графиком изучения и отчетности по дисциплине; предоставить все материалы для проверки преподавателю в указанные сроки. Баллы, полученные за выполнение контрольной работы, будут учитываться при итоговой аттестации.

Для получения итоговой аттестации по дисциплине студент в течение семестра должен выполнить практические задания. Выбор варианта производится по начальной букве фамилии студента:

Начальные буквы фамилий студентов	Вариант
А	1
Б	2
В	3
Г	4
Д, Е, Ё	5
Ж	6
З, И, Й	7
К	8
Л	9
М	10
Н	11
О	12
П	13
Р	14
С	15
Т	16
У, Ф	17
Х, Ц,Ч,	18
Ш, Щ, Ъ, Ы, Ь	19
Э, Ю, Я	20

Варианты заданий контрольной работы

Задание 1. (5 баллов)

Вычислить производную сложной функции:

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$y=\sqrt{3x+ctg\left(x+\frac{1}{x}\right)}$; $y=\left(x^2-5x\right)^{2x-3}$	11	$y=\frac{1-\cos 2x}{1+\sin^2 x}$; $y=arctg\sqrt{6x-1}$

2	$y=\ln\left(\frac{\sqrt[3]{x-3}}{2x+1}\right)$; $y=\sqrt{2x-\sin 2x}$	12	$y=\sin^2 x-\arcsin x^2$; $y=\lg 5x$
3	$y=\left(x^3-\frac{1}{x}\right)\cdot\sqrt{x^2+1}$; $y=\left(\arcsin\sqrt{1-4x}\right)^{2x}$	13	$y=\ln\sqrt{\frac{e^x}{x+e^{2x}}}$; $y=e^x\sqrt{1-e^{2x}}+\arcsin e^x$
4	$y=\frac{1}{\sqrt{x+\arccos^2 x}}$; $y=(\sin 2x)^{4x}$	14	$y=\sqrt{1+tg\left(x+\frac{1}{x}\right)}$; $y=(x+1)\arcsin e^{-2x}$
5	$y=\frac{\ln x-\arcsin 4x}{arctgx^2}$; $y=\ln x^3+\cos\ln x$	15	$y=\frac{\log_5 x+\arcsin x}{x^4}$; $y=e^{2arctgx}$
6	$y=\frac{(3x-2)^2}{3x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-4}$; $y=e^{2x}(2-\sin 2x-\cos 3x)$	16	$y=\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$; $y=2\cdot tg^4(x^2+1)$
7	$y=\ln(\arccos\frac{1}{\sqrt{x}})$; $y=\sin^2(3x)+\frac{x(x-1)}{x+2}$	17	$y=arctg\sqrt{\frac{3-x}{x-2}}+\frac{1}{2}\ln\frac{1-x}{1+x}$; $y=3^{arctg(x^2)}$
8	$y=x\cdot\sin(\cos^2 x)$; $y=\arcsin\sqrt{\frac{x}{1+x}}$	18	$y=\frac{1}{tg^2(2x)}$; $y=\frac{\sin x-x\cos x}{\cos x+x\sin x}$
9	$y=arctg\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$; $y=(e^{\cos x}+3)^2$	19	$y=e^{x^2}\cdot arcctg(2x+5)$;
10	$y=\frac{\arccos x}{x}+\frac{1}{2}\ln\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{1+\sqrt{1-x^2}}$; $y=\ln^2(\sin 2x)$	20	$y=2^{x^4}\cdot tg(3x)$; $y=arctg\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$

Задание 2. (по 3 балла за каждый) Вычислить пределы функций (в пунктах а, б с помощью замечательных пределов; в пунктах в, г используя правило Лопиталя)

Вариант 1.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2+3x}{\sin 3x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-7}\right)^{\frac{x}{2}}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}(1-\cos x)\cdot ctgx$.

Вариант 2.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3}{\cos^3 x-\cos x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x+4}\right)^{x+4}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}-2}{1-\cos x}$, г) $\lim\limits_{x\to 0,5}\sin(2x-1)\cdot tg\pi x$.

Вариант 3.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\cdot tg3x}{1-\cos 6x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6x-7}{6x+3}\right)^{x-1}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x^2+x}$, г) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(x-\dfrac{\pi}{2})\cdot tgx$.

Вариант 4.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{5x^2}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x+2}\right)^{x}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1-x^2-2x}{\sin^2 x}$, г) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\cos x\cdot tg5x$.

Вариант 5.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2 3\sqrt{x}}{5x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{x}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot(e^{1/x}-1)$.

Вариант 6.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{2xtgx}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{10x-3}{10x-1}\right)^{5x}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-x}{\sin x-x^2}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}x\cdot\ln x$.

Вариант 7.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cdot ctg2x}{\sin 3x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+5}{3x-1}\right)^{2x}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-1+\ln x}{e^x-e^{2x-1}}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

Вариант 8.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot tg3x}{\cos x-\cos^3 x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x+3}{5x-1}\right)^{3x}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1+x\sin x-\cos x}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$.

Вариант 9.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{1-\cos 8x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-7}{2x+6}\right)^{4x}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\cdot\cos 2x}{1-\cos x}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}e^{-x^2}\cdot\ln x$.

Вариант 10.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x\cdot arctg3x}{x\cdot tg2x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{5x-3}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-e^{-x^2}}{x^2}$, г) $\lim\limits_{x\to 1}tg\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)\cdot\ln(2-x)$.

Вариант 11.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2(2x)}{5x\cdot\sin x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+3}\right)^{2x}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xctgx-1}{x^2}$, г) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}tg(2x)\cdot\ln tgx$.

Вариант 12.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+3}\right)^{\frac{x}{2}}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+e^{-x}-2\cos x}{x^2}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(ctgx-\dfrac{1}{x}\right)$.

Вариант 13.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\cdot\sin(3x)}{tg^2(4x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+5}{4x-1}\right)^{2x-7}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{x-\sin x}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}x(\pi-2arctgx)$.

Вариант 14.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(2x)-\cos^2(2x)}{x\cdot\sin(5x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-7}{2x-3}\right)^{3x-8}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x^3}$, г) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$.

Вариант 15.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg^2\left(\frac{x}{2}\right)\cdot\sin(2x)}{x^2\cdot arctg(4x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x}{x^2+3}\right)^{6x-7}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{tgx}-e^x}{tgx-x}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}ctgx\cdot\ln(x+e^x)$.

Вариант 16.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos^5 x}{3x^2}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-5}{2x+1}\right)^{3x-2}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x\sin x-x(1+x)}{x^3}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$.

Вариант 17.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(6x)}{1-\cos(10x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x+4}{3x-5}\right)^{5x-2}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x(e^x+1)-2(e^x-1)}{x^3}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\cdot\left(\cos\frac{1}{x}-1\right)$.

Вариант 18.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2\cdot ctg(3x)}{\sin(4x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-4x}{x^2+1}\right)^{7x-1}$, в) $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{1+\cos 3x}{\sin^2(5x)}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{x^2}\right)$.

Вариант 19.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cdot\arcsin(2x)}{\sin(3x)\cdot tg(6x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5x-6}{5x+3}\right)^{4x-5}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{\cos x}-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x}-ctgx\right)$.

Вариант 20.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(5x)\cdot arctg(3x)}{2x\cdot tg(8x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2+7x}{2x^2-5}\right)^{3x-1}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3tg4x-12tgx}{3\sin 4x-12\sin x}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\cdot\ln\left(\cos\frac{2}{x}\right)$.

Задание 3. (по 4 балла за каждый) Найти неопределенные интегралы

Вариант 1. а) $\int\frac{\cos 3x}{4+\sin 3x}dx$, б) $\int xe^{-x}dx$.

Вариант 2. а) $\int\frac{\cos x}{\sqrt{4+\sin^2 x}}dx$, б) $\int x\ln^2 x\cdot dx$.

Вариант 3. а) $\int\frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}}dx$, б) $\int x\sin x\cos x\cdot dx$.

Вариант 4. а) $\int \frac{x + arctgx}{1+x^2}dx$, б) $\int x^2 \sin 3x \cdot dx$.

Вариант 5. а) $\int \frac{x}{(4+x^2)^5}dx$, б) $\int x \arcsin \frac{1}{x} dx$.

Вариант 6. а) $\int \frac{\sqrt[3]{4+\ln x}}{x}dx$, б) $\int x^2 e^{3x} dx$.

Вариант 7. а) $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{1+x^3}\, dx$, б) $\int x \cdot arctgxdx$.

Вариант 8. а) $\int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$, б) $\int (3-x)\cos x dx$.

Вариант 9. а) $\int (1-x)(1-2x)dx$, б) $\int x \cdot \ln(1-3x)dx$.

Вариант 10. а) $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$, б) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$.

Вариант 11. а) $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$, б) $\int x \cdot \sin^2 xdx$.

Вариант 12. а) $\int \frac{x^3 dx}{1+x^8}$, б) $\int \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)dx$.

Вариант 13. а) $\int \frac{\sqrt{x}dx}{x(1+x)}$, б) $\int (x^2 - x + 1)\ln xdx$.

Вариант 14. а) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^2}}$, б) $\int (2x-1)\sin\left(\frac{x}{2}\right)dx$.

Вариант 15. а) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+1}}$, б) $\int \frac{xdx}{\sin^2(x)}$.

Вариант 16. а) $\int \frac{\sin(2x)dx}{\sqrt{9-\cos^4 x}}$, б) $\int x \cdot 3^x dx$.

Вариант 17. а) $\int \frac{\sqrt{x-1}dx}{x}$, б) $\int x \ln(x^2 - 1)dx$.

Вариант 18. а) $\int \frac{xdx}{\sqrt{2+4x}}$, б) $\int (x^2 - 2x + 3)\ln xdx$.

Вариант 19. а) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x}}$, б) $\int x\cos^2 xdx$.

Вариант 20. а) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ б) $\int (2x-5)e^{3x} dx$.

Задание 4. (5 баллов) Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

Вариант 1. $\int_0^{+\infty} \frac{arctgx}{1+x^2}dx$

Вариант 2. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x}dx$

Вариант 3. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\ln x}$

Вариант 4. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{(1+x)^3}}$

Вариант 5. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{1+x+x^2}$

Вариант 6. $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(1+x^2)^2}$

Вариант 7. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{1+x^4}$

Вариант 8. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x\ln^3 x}$

Вариант 9. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x+x^2}$

Вариант 10. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x+x^2-2}$

Вариант 11. $\int_2^{\infty} \frac{xdx}{x^2-1}$

Вариант 12. $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3}dx$

Вариант 13. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{\frac{1}{x}}dx}{x^2}$

Вариант 14. $\int_2^{\infty} \frac{xdx}{(x^2-1)^2}$

Вариант 15. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{(1+x)^3}$

Вариант 16. $\int_1^{+\infty} \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^5}}$

Вариант 17. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+6x+11}$

Вариант 18. $\int_2^{+\infty} \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^3}}$

Вариант 19. $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2}dx$

Вариант 20. $\int_3^{\infty} \frac{dx}{x^2-3x+2}$.

Задание 5. (5 баллов) Найти общее решение дифференциального уравнения

Вариант 1. $x^2y'+y^2-2xy=0$

Вариант 2. $2x^3y'=y(2x^2-y^2)$

Вариант 3. $y'-xy^2-2xy=0$

Вариант 4. $xy'-xy=e^x$

Вариант 5. $xy'+y-2xy=0$

Вариант 6. $xy'+y-4=0$

Вариант 7. $y'+y=xy^3$

Вариант 8. $xy'+e^{\frac{y}{x}}\cdot x-y=0$

Вариант 9. $x^2+xy'=3x+y'$

Вариант 10. $y'-2xy=2xe^{x^2}$

Вариант 11. $y = x(y' - x\cos x)$

Вариант 12. $xy' + y = -x^2 y^2$

Вариант 13. $y' + yctgx = \dfrac{4}{\sin x}$

Вариант 14. $xy' + y = xy^2 \ln x$

Вариант 15. $xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}$

Вариант 16. $xy' - 2y = 4x^4$

Вариант 17. $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}\,y' = 0$

Вариант 18. $xyy' = \dfrac{1+y^2}{1+x^2}$

Вариант 19. $2y' - 2ytgx = 3x$

Вариант 20. $y' = \dfrac{y}{x} + \dfrac{1}{y}$.

Примеры выполнения заданий

Задание 1**.**

Вычислить производную сложной функции $y = \dfrac{\ln(tgx)}{e^{1-2x}}$.

Решение:

Используем формулу производной частного двух функций, учтем, что и числитель и знаменатель являются сложными функциями:

$$y' = \left(\frac{\ln(tgx)}{e^{1-2x}}\right)' = \frac{(\ln(tgx))' \cdot e^{1-2x} - \ln(tgx)\cdot\left(e^{1-2x}\right)'}{\left(e^{1-2x}\right)^2} = \frac{\frac{1}{tgx}\cdot(tgx)'\,e^{1-2x} - \ln(tgx)\cdot e^{1-2x}\cdot(1-2x)'}{\left(e^{1-2x}\right)^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{tgx}\cdot\frac{1}{\cos^2 x}\cdot e^{1-2x} + 2\cdot\ln(tgx)\cdot e^{1-2x}}{\left(e^{1-2x}\right)^2} = \frac{\cdot\frac{1}{\cos x\cdot\sin x} + 2\cdot\ln(tgx)}{e^{1-2x}}$$

Задание 2. Вычислить пределы функций

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\sin 5x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)^{2x+1}$, в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

Решение:

а) Преобразуем данное выражение так, чтобы задача была сведена к первому замечательному пределу $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x} = 1$, тогда

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{\sin 5x} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 4x}{4x}\cdot 4x}{\frac{\sin 5x}{5x}\cdot 5x} = \frac{4}{5}\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 4x}{4x}}{\frac{\sin 5x}{5x}} = \frac{4}{5}.$$

б) Данное выражение под знаком предела преобразуем так, чтобы задача сводилась ко второму замечательному пределу $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e = 2{,}71828...$ Тогда

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{2x+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{x-1}{x+2}-1\right)^{2x+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-3}{x+2}\right)^{2x+1} = \lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{-3}{x+2}\right)^{\frac{x+2}{-3}}\right]^{\frac{-3}{x+2}(2x+1)} = e^{-6},$$

так как $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{-3}{x+2}\right)^{\frac{x+2}{-3}} = e$ и $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-3(2x+1)}{x+2} = -3\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = -3\frac{2+0}{1+0} = -6$.

в) Для раскрытия неопределенности $\frac{0}{0}$ применим правило Лопиталя дважды, тогда получим $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1} = \lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-3}{3x^2-2x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\frac{6x}{6x-2} = \frac{6}{4} = 1{,}5$.

Задание 3. Найти неопределенные интегралы: а) $\int(3x-4)^8 dx$; б) $\int x^2\cos x\cdot dx$.

Решение:

а) Сделаем замену *3x-4=t*, отсюда *3dx=dt*, *dx=dt/3*.

$$\int(3x-4)^8 dx = \frac{1}{3}\int t^8 dt = \frac{1}{3}\cdot\frac{t^{8+1}}{8+1}+C = \frac{1}{27}\cdot t^9 + C.$$

Возвратившись к старой переменной, имеем

$$\int(3x-4)^8 dx = \frac{1}{27}\cdot(3x-4)^9 + C.$$

б) Интегрируя «по частям»: $\int udv = uv - \int vdu$, получим

$$\int x^2\cdot\cos xdx = \begin{vmatrix} u = x^2 & dv = \cos xdx \\ du = 2xdx & v = \sin x \end{vmatrix} = x^2\cdot\cos x - \int 2x\cdot\sin xdx =$$

$$= \begin{vmatrix} u = x & dv = \sin xdx \\ du = dx & v = -\cos x \end{vmatrix} = x^2\cdot\cos x + 2x\cdot\cos x - 2\int\cos xdx =$$

$$= x^2\cdot\cos x + 2x\cdot\cos x - 2\sin x + C.$$

Задание 4. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+1}$.

Решение:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+1}=\lim_{a\to-\infty}\int_a^0\frac{dx}{x^2+1}+\lim_{b\to+\infty}\int_0^b\frac{dx}{x^2+1}=\lim_{a\to-\infty}(arctgx)\Big|_a^0+\lim_{b\to+\infty}(arctgx)\Big|_0^b=arctg0-$$
$$-arctg(-\infty)+arctg(+\infty)-arctg0=0-\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{2}-0=\pi.$$

Задание 5. Найти общее решение дифференциального уравнения

а) $xy\cdot y'+x+1=0$, б) $x^2y'+xy=1$.

Решение:

а) Это уравнение с разделяющимися переменными. Разделяя переменные и интегрируя, находим общее решение заданного уравнения

$$xy\cdot\frac{dy}{dx}=-x-1,\qquad y\cdot dy=-\frac{x+1}{x}dx,\qquad \int ydy=-\int\left(1+\frac{1}{x}\right)dx,$$
$$\frac{y^2}{2}=-x-\ln x+C,\quad y=\pm\sqrt{2C-2x-2\ln x}.$$

б) Данное уравнение приведём к виду $y'+\frac{1}{x}\cdot y=\frac{1}{x^2}$ (т.е. линейному). Применим подстановку $y=uv$. Найдём производную $y'=u'v+uv'$. Подставив эти значения y и y' в данное уравнение, получим $u'v+uv'+\frac{1}{x}\cdot uv=\frac{1}{x^2}$ или $u'v+u\left(v'+\frac{v}{x}\right)=\frac{1}{x^2}$. Потребуем, чтобы функция v обращала в нуль выражение стоящее в скобках уравнения. Такой функцией может быть любое частное решение уравнения $v'+\frac{v}{x}=0$. Интегрируя это уравнение, находим частное решение: $\frac{dv}{dx}=-\frac{v}{x}$, $\frac{dv}{v}=-\frac{dx}{x}$, $\ln v=-\ln x=\ln\frac{1}{x}$, откуда $v=\frac{1}{x}$. Тогда для нахождения u получим уравнение $\frac{1}{x}u'=\frac{1}{x^2}$, отсюда $du=\frac{dx}{x}$, $\int du=\int\frac{dx}{x}$, $u=\ln|x|+C$. Следовательно, общее решение исходного уравнения будет

$$y=\frac{\ln|x|+C}{x}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / [Н.Ш. Кремера и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – 3-е изд. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.:ОНИКС 21 век: Мир и Образование, 2014. – Ч. I.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2014. – Ч. 1 и 2.
4. Шипачев, В. С. Задачник по высшей математике : Учебное пособие / В. С. Шипачев. - 10. - Нальчик : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016. - 304 с. *http://znanium.com/go.php?id=540488*
5. Практикум по высшей математике для экономистов. / Под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
6. Математика в примерах и задачах : Учебное пособие / Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова, Н. В. Никонова, О. М. Дегтярева. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016. - 372 с. *http://znanium.com/go.php?id=484735*