**Задачи 1,5,9 следует доработать. Работу над ошибками следует выполнять в том же файле другим цветом, сохраняя замечания преподавателя.**

**№1** Доказать равенства, используя свойства операций над множествами и определения операций. Проиллюстрировать при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

а)   ,

б)

**Решение.**

**а)**

Так как включения невозможны, то

Рассмотрим элементы . Для таких элементов возможно одно из двух принадлежностей: или . Следовательно,

Поэтому

Заметим, что

Поэтому

*А где доказательство с использованием свойств операций?*

На рисунке 1 серым цветом выделено множество . На рисунке 2 серым цветом выделено множество .

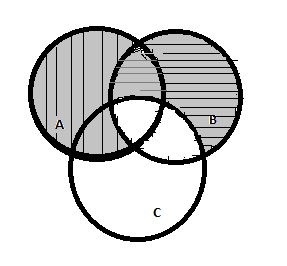
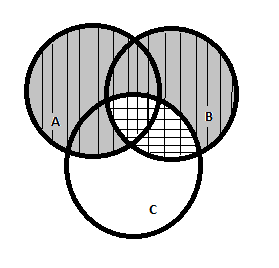


Рис. 1 Рис. 2

б)

Для изображения графика рассмотрим частный случай.

по оси .

по оси .

На рисунке 3 по оси красным цветом выделено множество

На рисунке 3 по оси красным цветом выделено множество

Декартово произведение

С другой стороны

Пересечение всех трех множеств на рисунке 3 заштриховано отрезками трех видов: вертикальными, горизонтальными, наклонными .

6

1

2

3

4

2

3

4

O

x

y

Рис. 3

**№5** Девять сотрудников фирмы направляются на изучение иностранного языка, причем нужно распределить их для изучения английского, немецкого и французского языков (каждый изучает только один язык). Сколько существует различных способов такого распределения? Сколькими способами они могут устроиться заниматься в трех совершенно одинаковых комнатах библиотеки (не менее двоих в комнате)?

**Решение.**

1. Распределение сотрудников на 3 группы по изучаемому языку при условии, что каждый изучает только один язык, сводится к упорядоченному разбиению исходного множества сотрудников на 3 подмножества.
2. Разбиения на 3 подмножества возможно на 1+1+7, 1+2+6, 1+3+5, 1+4+4, 2+2+5, 2+3+4, 3+3+3 элемента в разном порядке. Число разбиений находим по формуле:

где

Порядок в каждом разбиении будем учитывать домножая каждое слагаемое на количество вариантов таких разбиений. Разбиений 1+1+7, 1+4+4, 2+2+5 будет по 3 варианта, разбиений 1+2+6, 1+3+5, 2+3+4 будет по 6 вариантов, разбиение 3+3+3 будет одно.

Вычислим

Т.о. существует 18150 способов распределить 9 сотрудников фирмы для изучение иностранного языка (английского, немецкого и французского), при условии, что каждый изучает только один язык.

1. Распределение сотрудников на 2 совершенно одинаковые комнаты библиотеки (не менее двоих в комнате), сводится к неупорядоченному разбиению исходного множества сотрудников на 2 подмножества, т.к. порядок распределения по комнатам значения не имеет.

Комнат ТРИ!

Разбиения на 2 подмножества (причем подмножества содержат не менее двух элементов) возможно на 2+7, 3+6, 4+5 элемента.

Т.о. существует 246 способ распределить 9 сотрудников на 2 совершенно одинаковые комнаты библиотеки (не менее двоих в комнате).

**№ 9** Орграф задан матрицей смежности.

Необходимо:   
а) нарисовать граф;   
б) выделить компоненты сильной связности;   
в) заменить все дуги ребрами и в полученном неориентированном графе найти эйлерову цепь (или цикл).

**Решение.**

**а)** Нарисуем граф(см. Рис. 6)

Рис. 6

**б)** Найдем компоненты сильной связности графа.

Пары вершин , , связаны парами проивоположных дуг. Следовательно, вершины , ,, взаимодостижимы. Из вершины есть дуга в вершину , а из вершины есть дуга в вершину . Следовательно, вершины , , ,, взаимодостижимы. При этом пара вершин связаны парами проивоположных дуг. Следовательно, вершины , , ,, , взаимодостижимы. Следовательно, граф имеет одну сильно связанную компоненту: *, , ,, , .*

в) Заменим все дуги ребрами. Получим неориентированный граф см Рис.7.

Рис. 7

Найдем степени всех вершин

Значит, в графе существует эйлерова цепь, так как степени ровно двух вершин нечетны.

Начиная с вершины с нечетной степенью, получим следующую эйлерову цепь:

Ребра потерялись?