

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

---

Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет «ЛЭТИ»  
им. В. И. Ульянова (Ленина)

---

**Курсовое проектирование**  
**по теоретической электротехнике**

**Часть II**

Учебное пособие

Санкт-Петербург

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

2017

УДК 621.3.011 (075)

ББК 3 21

К 93

Авторы: А. П. Барков, Ю. А. Бычков, С. А. Дегтярев, А. Е. Завьялов, В. М. Золотницкий, А. В. Зубарев, Ю. М. Иншаков, Д. А. Морозов, В. В. Панкин, М. С. Портной, М. В. Соклакова, В. Н. Соколов, Е. Б. Соловьева, Э. П. Чернышев.

К 93 Курсовое проектирование по теоретической электротехнике: учеб. пособие: в 2 ч. Ч. II / под ред. Ю. А. Бычкова, Е. Б. Соловьевой, Э. П. Чернышева. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 48 с.

ISBN 978-5-7629-2040-7 (ч. 2)

ISBN 978-5-7629-2038-4

Рассматриваются разнообразные вопросы качественного и количественного анализа характеристик электрических цепей и проходящих через цепи сигналов, а также исследования и проектирования линейных и нелинейных цепей, использования машинных методов моделирования цепей.

Предназначено для самостоятельной работы студентов всех направлений и специальностей очного и заочного отделений электротехнического университета.

УДК 621.3.011 (075)

ББК 3 21

Рецензенты: кафедра ЦОС СПбГУТ им. проф. М. А. Бонч-Бруевича; д-р техн. наук, проф. Н. В. Коровкин (СПбГПУ).

Утверждено

редакционно-издательским советом университета

в качестве учебного пособия

ISBN 978-5-7629-2040-7 (ч. 2)

ISBN 978-5-7629-2038-4

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АФХ	– амплитудно-фазовая характеристика
АЧХ	– амплитудно-частотная характеристика
ИН	– источник напряжения
ИТ	– источник тока
ИХ	– импульсная характеристика
КЗ	– короткое замыкание
ЛЦФ	– линейный цифровой фильтр
НИРС	– научно-исследовательская работа студентов
НЧ	– низкие частоты
НЭ	– нелинейный элемент
ПЗФ	– полосовой заграждающий фильтр
ПП	– переходный процесс
ППФ	– полосовой пропускающий фильтр
ПС	– переменные состояния
ПФ	– передаточная функция
ПХ	– переходная характеристика
ФВЧ	– фильтр верхних частот
ФНЧ	– фильтр нижних частот
ФЧХ	– фазочастотная характеристика
ХП	– характеристический полином
ХХ	– холостой ход
ЧХ	– частотная характеристика

Курсовое проектирование по теории электрических цепей занимает важное место в формировании знаний студентов по дисциплинам электротехнической подготовки: основам теории цепей, теоретической электротехнике, теоретическим основам электротехники.

Курсовые работы выполняются студентами электротехнического университета, во-первых, в различных семестрах обучения в соответствии с учебными планами и, во-вторых, с учетом специфики факультетов и специальностей. Этим обусловлено и различное построение изложения материала, и многообразие приведенных далее тем выполняемых студентами курсовых работ, в которых рассматриваются разнообразные вопросы качественного и количественного анализа характеристик электрических цепей и проходящих через цепи сигналов, исследования линейных, нелинейных, активных и дискретных цепей, использования машинных методов моделирования цепей и методов оценки чувствительности цепи к изменению ее параметров. Ряд пунктов курсовых расчетов выполняется в плане НИРС.

## ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

Курсовую работу выполняют в соответствии с действующими стандартами в виде пояснительной записки на листах бумаги одиннадцатого формата ( $210 \times 297$ ) или на листах формата А4. Титульный лист оформляют в соответствии с образцом, помещенным на стенде кафедры ТОЭ.

Первым листом пояснительной записки должно быть оглавление, вторым – техническое задание; в конце пояснительной записки приводят заключение (выводы по курсовой работе в целом) и список использованной литературы. Все листы пояснительной записки следует пронумеровать.

Схемы и графики с указанием порядкового номера и названия рисунка размещают в соответствующих местах записки. На все рисунки и таблицы должны быть ссылки по тексту.

Расчеты следует сопровождать краткими, ясными комментариями и ссылками на использованную литературу. *Промежуточные цифровые преобразования опускают.* Необходимые для построения графиков результаты расчетов сводят в таблицы. Данные машинных расчетов и программ приводят с соответствующими пояснениями.

Схемы, обозначения элементов, таблицы, графики, обозначения величин и единиц измерения должны соответствовать действующим стандартам; по

осям графиков указывают единицы измерения и масштаб величин. Заголовки основных пунктов курсовой работы должны быть выделены.

Защита курсовой работы осуществляется посредством индивидуального собеседования преподавателя (комиссии) со студентом. К защите допускаются студенты, представившие полностью и правильно выполненную работу. При выставлении оценки учитываются: понимание студентом выполненных расчетов и графических построений, знание использованных понятий и методов, умение трактовать и контролировать полученные результаты, а также оценка ответов на контрольные вопросы по курсовой работе.

## **Тема 7\*. АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПЕЙ**

Целью курсовой работы является практическое освоение современных методов количественного и качественного анализа линейных и нелинейных электрических цепей.

Требуется исследовать реакции цепей при различных воздействиях. Индивидуальное задание студент выполняет в соответствии со своим номером в списке группы.

В курсовой работе использован следующий материал курса теоретических основ электротехники: методы расчета сложных цепей, классический и операторный методы анализа линейных цепей, аналитически-численный метод анализа нелинейных цепей.

### **7.1. Задание к курсовой работе**

Проанализировать следует одну из цепей, схемы которых заданы тройками чисел [3] в соответствии с номером варианта задания (табл. 7.1). Первое число в заданных тройках чисел является порядковым номером элемента, два других – номерами узлов (в том числе устранимых), к которым подключен этот элемент. Для ИН узлы отсчитывают от «+» к «-», а для ИТ – по направлению тока. После тройки чисел приведены условное буквенное обозначение соответствующего параметра и его числовое значение в вольтах, амперах, омах, фарадах, генри и секундах.

Отсчет узлов в ветви, ток которой или напряжение на которой определяется параметрами управляемого источника (у. и), соответствует отсчету узлов

---

\* Темы 1–6 приведены в [6].

независимого источника тока или источника напряжения. Ко входу электрической цепи подключен источник напряжения  $u_1(t)$  либо источник тока  $i_1(t)$ . Реакцией цепи является напряжение на нагрузке  $u_H(t)$  для схем с источником напряжения  $u_1(t)$  или ток нагрузки  $i_H(t)$  для схем с источником тока  $i_1(t)$ .

Таблица 7.1

Вариант	Описание цепи и сигнала
1	151 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 5$ ; 215 – $R_2 = 4 \cdot 10^3$ ; 323 – $C_3 = 1 \cdot 10^{-6}$ ; 423 – $R_4 = 2 \cdot 10^3$ ; 534 – $L_5 = 4$ ; 645 – $R_H = 4 \cdot 10^3$ ; 721 – ИНУН $u_7 = k_{y,и} u_C$ ; 845 – $R_8 = 4 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $z$ ; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 2,25$
2	114 – ИН $u_1$ ; $U_m = 4$ ; 212 – $R_2 = 10^3$ ; 323 – $L_3 = 0,25$ ; 434 – $R_4 = 2 \cdot 10^3$ ; 534 – $C_5 = 0,25 \cdot 10^{-6}$ ; 643 – ИТУТ $i_6 = k_{y,и} i_H$ ; 724 – $R_H = 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $a$ ; $\tau_{и} = 2 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 2$
3	141 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 2$ ; 214 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$ ; 312 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$ ; 412 – ИТУТ $i_4 = k_{y,и} i_2$ ; 512 – $C_5 = 10^{-6}$ ; 623 – $L_6 = 2$ ; 734 – $R_7 = 4 \cdot 10^3$ ; 834 – $R_H = 4 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $в$ ; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 5$
4	141 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 6$ ; 214 – $R_2 = 2,5 \cdot 10^3$ ; 313 – $L_3 = 0,5$ ; 412 – $R_4 = 2,5 \cdot 10^3$ ; 532 – ИНУН $u_5 = k_{y,и} u_H$ ; 634 – $C_6 = 0,8 \cdot 10^{-6}$ ; 734 – $R_H = 2,5 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $a$ ; $\tau_{и} = 2 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 2$
5	115 – ИН $u_1$ ; $U_m = 2$ ; 212 – $R_2 = 4 \cdot 10^3$ ; 323 – $R_3 = 6 \cdot 10^3$ ; 434 – ИНУТ $u_4 = k_{y,и} i_H$ ; 545 – $L_5 = 3,2$ ; 645 – $C_6 = 0,125 \cdot 10^{-6}$ ; 725 – $R_H = 4 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $б$ ; $\tau_{и} = 8 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 12 \cdot 10^3$
6	112 – ИН $u_1$ ; $U_m = 6$ ; 213 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$ ; 334 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$ ; 435 – ИНУТ $u_4 = k_{y,и} i_C$ ; 542 – $C_5 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ ; 656 – $L_6 = 4$ ; 726 – $R_H = 2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $e$ ; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 18 \cdot 10^3$
7	151 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 8$ ; 215 – $R_2 = 10^3$ ; 312 – $R_3 = 10^3$ ; 423 – ИНУТ $u_4 = k_{y,и} i_L$ ; 534 – $L_5 = 0,625$ ; 645 – $C_6 = 0,5 \cdot 10^{-6}$ ; 735 – $R_H = 2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $a$ ; $\tau_{и} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 4 \cdot 10^3$
8	151 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 10$ ; 215 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$ ; 312 – ИНУТ $u_3 = k_{y,и} i_H$ ; 423 – $R_4 = 10^3$ ; 535 – $C_5 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ ; 624 – $L_6 = 1$ ; 745 – $R_H = 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $б$ ; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 2 \cdot 10^3$
9	151 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 5$ ; 214 – $R_2 = 10^3$ ; 312 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$ ; 432 – ИНУН $u_4 = k_{y,и} u_C$ ; 545 – $L_5 = 1/4$ ; 613 – $C_6 = (1/16) \cdot 10^{-6}$ ; 735 – $R_H = 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, $e$ ; $\tau_{и} = 2 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y,и} = 2$

Вариант	Описание цепи и сигнала
10	114 – ИН $u_1$ ; $U_m = 8$ ; 212 – $R_2 = 8 \cdot 10^3$ ; 323 – $R_3 = 8 \cdot 10^3$ ; 424 – ИТУТ $i_4 = k_{y.и} i_3$ ; 523 – $C_5 = 0,5 \cdot 10^{-6}$ ; 623 – $L_6 = 4$ ; 734 – $R_7 = 4 \cdot 10^3$ ; 834 – $R_H = 4 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, б; $\tau_{и} = 8 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 4$
11	116 – ИН $u_1$ ; $U_m = 10$ ; 212 – $R_2 = 0,5 \cdot 10^3$ ; 323 – $L_3 = 4/3$ ; 434 – $R_4 = 10^3$ ; 545 – $C_5 = (4/9) \cdot 10^{-6}$ ; 656 – ИНУТ $u_6 = k_{y.и} i_L$ ; 736 – $R_H = 0,5 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, г; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $T = 2\tau_{и}$ ; $k_{y.и} = 2500$
12	151 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 2$ ; 215 – $R_2 = 500$ ; 312 – $R_3 = 250$ ; 423 – $L_4 = 0,25$ ; 543 – ИНУТ $u_5 = k_{y.и} i_C$ ; 614 – $C_6 = 10^{-6}$ ; 745 – $R_7 = 10^3$ ; 845 – $R_H = 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, е; $\tau_{и} = 2 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 2,5 \cdot 10^3$
13	141 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 6$ ; 214 – $R_2 = 1,5 \cdot 10^3$ ; 313 – $R_3 = 3 \cdot 10^3$ ; 432 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$ ; 512 – $L_5 = 3,6$ ; 613 – $C_6 = 0,4 \cdot 10^{-6}$ ; 734 – $R_7 = 3 \cdot 10^3$ ; 834 – $R_H = 3 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, д; $\tau_{и} = 6 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 1,44 \cdot 10^3$
14	151 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 8$ ; 215 – $R_2 = 3 \cdot 10^3$ ; 313 – $R_3 = 4 \cdot 10^3$ ; 434 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$ ; 512 – $L_5 = 1,2$ ; 624 – $C_6 = 1,25 \cdot 10^{-6}$ ; 745 – $R_7 = 2 \cdot 10^3$ ; 845 – $R_H = 2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, б; $\tau_{и} = 3 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 1,6 \cdot 10^4$
15	112 – ИН $u_1$ ; $U_m = 5$ ; 213 – $R_2 = 10^3$ ; 334 – $C_3 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ ; 445 – $L_4 = 0,2$ ; 542 – $R_5 = 2 \cdot 10^3$ ; 625 – ИНУН $u_6 = k_{y.и} u_C$ ; 732 – $R_H = 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, е; $\tau_{и} = 2 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 0,85$
16	114 – ИН $u_1$ ; $U_m = 8$ ; 212 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$ ; 323 – $R_3 = 10^3$ ; 432 – ИТУТ $i_4 = k_{y.и} i_L$ ; 534 – $L_5 = 0,16$ ; 634 – $C_6 = 0,03 \cdot 10^{-6}$ ; 724 – $R_H = 2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, а; $\tau_{и} = 8 \cdot 10^{-3}$ ; $T = 2\tau_{и}$ ; $k_{y.и} = 2$
17	131 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 2$ ; 213 – $R_2 = 2,5 \cdot 10^3$ ; 312 – $R_3 = 1,25 \cdot 10^3$ ; 423 – $L_4 = 4/3$ ; 523 – $C_5 = 0,04 \cdot 10^{-6}$ ; 623 – ИТУТ $i_6 = k_{y.и} i_3$ ; 713 – $R_H = 2,5 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, б; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 0,5$
18	131 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 6$ ; 213 – $R_2 = 3 \cdot 10^3$ ; 314 – $L_3 = 2$ ; 442 – $C_4 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ ; 552 – ИНУН $u_5 = k_{y.и} u_2$ ; 653 – $R_6 = 2 \cdot 10^3$ ; 712 – $R_7 = 2 \cdot 10^3$ ; 823 – $R_H = 2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, в; $\tau_{и} = 2 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 5,33$
19	141 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 4$ ; 213 – $L_2 = 0,25$ ; 334 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$ ; 412 – $R_4 = 8 \cdot 10^3$ ; 512 – ИТУН $i_5 = k_{y.и} u_L$ ; 624 – $C_6 = 0,25 \cdot 10^{-6}$ ; 724 – $R_H = 2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, г; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 0,5 \cdot 10^{-3}$

Вариант	Описание цепи и сигнала
20	115 – ИН $u_1$ ; $U_m = 5$ ; 212 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$ ; 324 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$ ; 445 – $C_4 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ ; 532 – ИНУТ $u_5 = k_{y.и} i_2$ ; 636 – $L_6 = 0,2$ ; 765 – $R_7 = 10^3$ ; 835 – $R_H = 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, е; $\tau_{и} = 6 \cdot 10^{-3}$ ; $T = 2 \tau_{и}$ ; $k_{y.и} = 2,2 \cdot 10^3$
21	114 – ИН $u_1$ ; $U_m = 2$ ; 212 – $R_2 = 8 \cdot 10^3$ ; 323 – $R_3 = 8 \cdot 10^3$ ; 423 – $L_4 = 4$ ; 524 – $C_5 = 0,5 \cdot 10^{-6}$ ; 624 – ИТУТ $i_6 = k_{y.и} i_3$ ; 734 – $R_H = 2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, е; $\tau_{и} = 2 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 5$
22	115 – ИН $u_1$ ; $U_m = 6$ ; 212 – $R_2 = 4,8 \cdot 10^3$ ; 324 – $L_3 = 0,36$ ; 445 – $C_4 = 0,025 \cdot 10^{-6}$ ; 523 – ИТУТ $i_5 = k_{y.и} i_L$ ; 623 – $R_6 = 3,6 \cdot 10^3$ ; 735 – $R_H = 1,2 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, а; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 6$
23	141 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 4$ ; 214 – $R_2 = 100$ ; 313 – $C_3 = 10^{-6}$ ; 423 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$ ; 512 – $L_5 = 0,036$ ; 624 – $R_6 = 300$ ; 724 – $R_H = 600$ ; воздействие – рис. 7.1, б; $\tau_{и} = 8 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 810$
24	116 – ИН $u_1$ ; $U_m = 3$ ; 212 – $L_2 = 0,25$ ; 323 – $R_3 = 500$ ; 434 – $R_4 = 125$ ; 546 – ИНУТ $u_5 = k_{y.и} i_C$ ; 635 – $C_6 = 0,5 \cdot 10^{-6}$ ; 756 – $R_H = 500$ ; воздействие – рис. 7.1, з; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 250$
25	131 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 8$ ; 213 – $R_2 = 2,5 \cdot 10^3$ ; 312 – $R_3 = 1,25 \cdot 10^3$ ; 423 – $L_4 = 4/3$ ; 523 – $C_5 = 0,04 \cdot 10^{-6}$ ; 623 – ИТУТ $i_6 = k_{y.и} i_3$ ; 713 – $R_H = 2,5 \cdot 10^3$ ; воздействие – рис. 7.1, а; $\tau_{и} = 4 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 0,5$
26	141 – ИТ $i_1$ ; $I_m = 4$ ; 214 – $R_2 = 100$ ; 313 – $L_3 = 0,036$ ; 423 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$ ; 512 – $C_5 = 10^{-6}$ ; 624 – $R_6 = 300$ ; 724 – $R_H = 600$ ; воздействие – рис. 7.1, б; $\tau_{и} = 8 \cdot 10^{-3}$ ; $k_{y.и} = 810$

В курсовой работе должно быть выполнено следующее.

**Анализ линейной цепи классическим методом при коммутации.** Дано: в момент времени  $t = 0$  в цепи замыкается ключ К, соединенный последовательно с элементом  $R_H$ . На входе цепи действует источник напряжения  $u_1(t) = U_m$  или тока  $i_1(t) = I_m$ , предначальные условия ненулевые.

Требуется:

1. Составить уравнения состояния цепи при  $t > 0$ .
2. Найти точные аналитические решения уравнений состояния и решение для реакции цепи при  $k_{y.и} = 0$  и  $k_{y.и} \neq 0$ .
3. Построить графики реакции цепи.



*Дано:* ключ  $K$ , соединенный последовательно с элементом  $R_H$ , замкнут. На входе цепи действует источник напряжения  $u_1(t)$  или тока  $i_1(t)$ , предначальные условия нулевые. Источник вырабатывает сигнал  $\delta_1(t)$  или  $\delta_0(t)$ .

*Требуется:*

1. Определить переходную  $h_1(t)$  и импульсную  $h_0(t)$  характеристики цепи при  $k_{y.и} = 0$  и  $k_{y.и} \neq 0$ .

2. Построить графики переходных и импульсных характеристик при  $k_{y.и} = 0$  и  $k_{y.и} \neq 0$ , совместив их попарно.

Привести расчет трех характерных точек для каждой построенной кривой, помимо точек с абсциссами  $t = 0+$  и  $t \rightarrow \infty$ .

***Анализ линейной цепи операторным методом при аperiodическом воздействии.*** *Дано:* в момент времени  $t = 0$  источник напряжения  $f_1(t) = u_1(t)$  или тока  $f_1(t) = i_1(t)$  подает одиночный импульс напряжения или тока.

Форма импульса показана на рис. 7.1,  $a-e$  ( $A_m = U_m$  или  $A_m = I_m$ ). Ключ  $K$  замкнут, предначальные условия нулевые.

*Требуется:*

1. Определить функцию передачи  $H_I(s)$  по току для схем с ИТ или напряжению  $H_U(s)$  для схем с ИН при  $k_{y.и} = 0$  и  $k_{y.и} \neq 0$ .

2. Найти нули и полюсы функции передачи и нанести их на комплексную плоскость.

3. Определить изображение по Лапласу воздействия в виде одиночного импульса напряжения  $u_1(t)$  или тока  $i_1(t)$ .

4. Определить напряжение  $u_H(t)$  или ток  $i_H(t)$  на выходе цепи, используя  $H_U(s)$  или  $H_I(s)$  соответственно.

5. Построить совместно графики входного импульсного сигнала  $u_1(t)$  или тока  $i_1(t)$  и реакции цепи  $u_H(t)$  или тока  $i_H(t)$ .

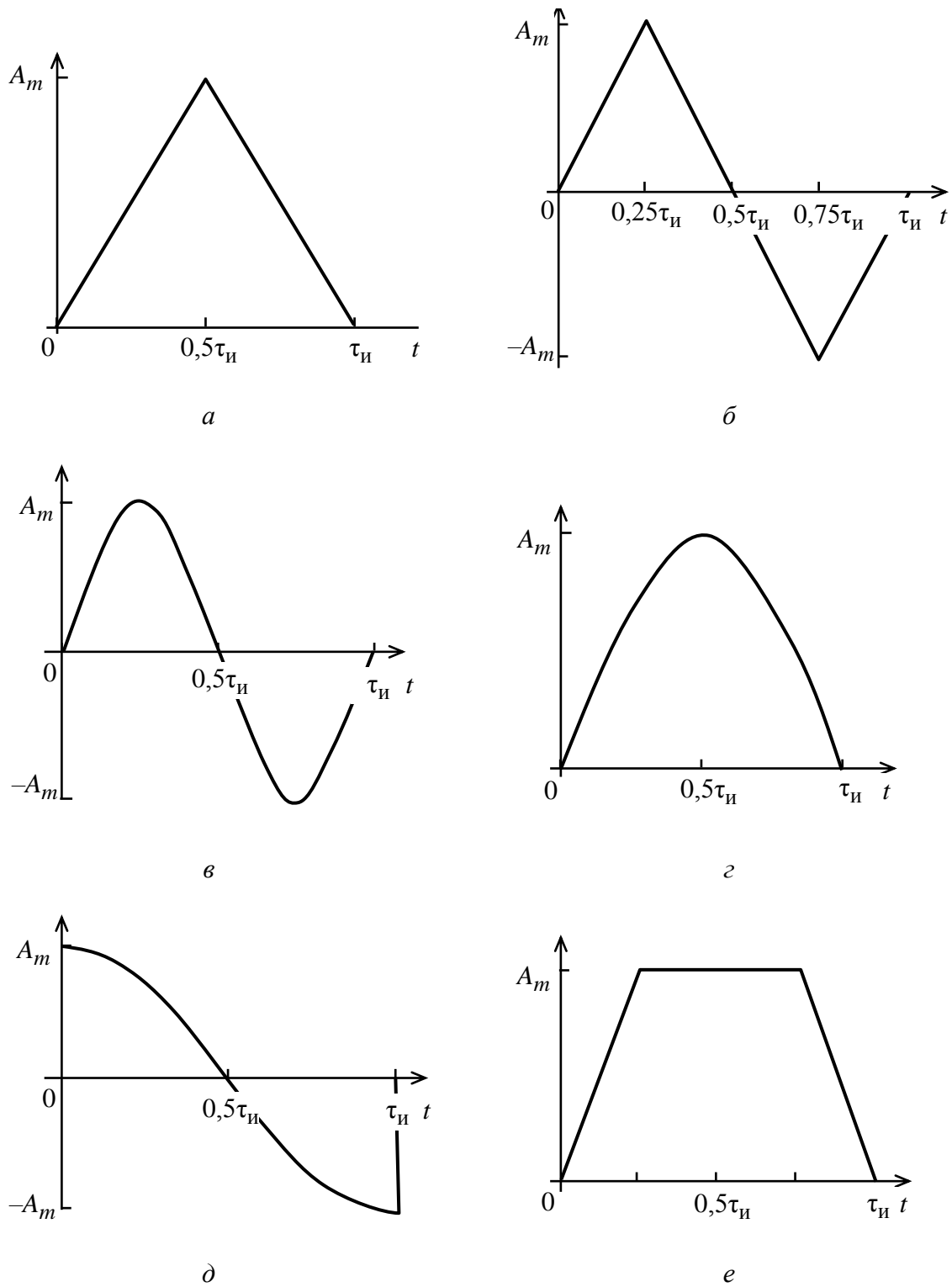


Рис. 7.1

**Анализ нелинейной пассивной цепи аналитически-численным методом.** Дано: в исходной цепи один из  $R$ -элементов заменен нелинейным элементом, заданным своей вольт-амперной характеристикой. Нелинейные эле-

менты и их вольт-амперные характеристики описаны в табл. 7.2. На входе цепи действует источник напряжения  $u_1(t) = U_m \delta_1(t)$  или тока  $i_1(t) = I_m \delta_1(t)$ .

Таблица 7.2

Вариант	Нелинейный R-элемент	Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента	Вариант	Нелинейный R-элемент	Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента
1	$R_4$	$u_{HЭ} = 4 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$	14	$R_3$	$u_{HЭ} = (4/3)10^4 i_{HЭ}^2$
2	$R_4$	$u_{HЭ} = 1,92 \cdot 10^6 i_{HЭ}^2$	15	$R_2$	$i_{HЭ} = 1,25 \cdot 10^{-3} u_{HЭ}^2$
3	$R_3$	$u_{HЭ} = 6 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$	16	$R_3$	$u_{HЭ} = 8 \cdot 10^6 i_{HЭ}^2$
4	$R_4$	$i_{HЭ} = 0,32 \cdot 10^{-6} u_{HЭ}^2$	17	$R_3$	$u_{HЭ} = 7,5 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$
5	$R_3$	$u_{HЭ} = 9,6 \cdot 10^7 i_{HЭ}^2$	18	$R_7$	$i_{HЭ} = 0,5 \cdot 10^{-6} u_{HЭ}^2$
6	$R_3$	$u_{HЭ} = 8 \cdot 10^6 i_{HЭ}^2$	19	$R_4$	$i_{HЭ} = 0,75 \cdot 10^{-6} u_{HЭ}^2$
7	$R_3$	$u_{HЭ} = 1,6 \cdot 10^4 i_{HЭ}^2$	20	$R_3$	$i_{HЭ} = 4 \cdot 10^{-3} u_{HЭ}^2$
8	$R_4$	$u_{HЭ} = 1,5 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$	21	$R_3$	$i_{HЭ} = 10^{-3} u_{HЭ}^2$
9	$R_3$	$u_{HЭ} = 8 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$	22	$R_6$	$u_{HЭ} = 5,76 \cdot 10^6 i_{HЭ}^2$
10	$R_3$	$i_{HЭ} = 4,5 \cdot 10^{-3} u_{HЭ}^2$	23	$R_6$	$u_{HЭ} = 1,8 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$
11	$R_H$	$u_{HЭ} = 10^5 i_{HЭ}^2$	24	$R_4$	$u_{HЭ} = 3 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$
12	$R_3$	$i_{HЭ} = (40/9)10^{-6} u_{HЭ}^2$	25	$R_4$	$u_{HЭ} = 0,5 \cdot 10^6 i_{HЭ}^2$
13	$R_H$	$u_{HЭ} = 0,75 \cdot 10^3 i_{HЭ}^2$	26	$R_4$	$u_{HЭ} = 0,5 \cdot 10^6 i_{HЭ}^2$

Таблица 7.3

Вариант	Локальная точность	Вариант	Локальная точность	Вариант	Локальная точность
1	$1,2 \cdot 10^{-3}$	5	$1,5 \cdot 10^{-3}$	9	$0,75 \cdot 10^{-2}$
2	$2,4 \cdot 10^{-3}$	6	$2,4 \cdot 10^{-3}$	10	$0,4 \cdot 10^{-2}$
3	$3,6 \cdot 10^{-3}$	7	$1,2 \cdot 10^{-3}$	11	$1,5 \cdot 10^{-3}$
4	$0,8 \cdot 10^{-2}$	8	$3,6 \cdot 10^{-3}$	12	$2,4 \cdot 10^{-3}$

Вариант	Локальная точность	Вариант	Локальная точность	Вариант	Локальная точность
13	$0,8 \cdot 10^{-3}$	18	$1,2 \cdot 10^{-3}$	23	$0,8 \cdot 10^{-3}$
14	$0,4 \cdot 10^{-2}$	19	$0,8 \cdot 10^{-2}$	24	$1,5 \cdot 10^{-2}$
15	$0,75 \cdot 10^{-2}$	20	$2,4 \cdot 10^{-3}$	25	$0,75 \cdot 10^{-3}$
16	$1,5 \cdot 10^{-3}$	21	$1,2 \cdot 10^{-3}$	26	$0,8 \cdot 10^{-2}$
17	$3,6 \cdot 10^{-3}$	22	$0,75 \cdot 10^{-2}$		

*Требуется:*

1. Составить уравнения состояния цепи для  $t > 0$  при  $k_{y,i} = 0$ .
2. Найти решения уравнений состояния аналитически-численным методом с заданной локальной точностью и рассчитать выходной сигнал. Значения локальной точности приведены в табл. 7.3.
3. Построить на одном графике соответствующие реакции линейной и нелинейной цепей и сделать выводы о характере происшедших в схеме изменений.

## 7.2. Указания к выполнению курсовой работы

**Нормирование параметров и переменных цепи.** Порядок значений, характеризующих параметры элементов электрической цепи в задании на курсовой расчет, колеблется от  $10^{-6}$  (для емкостей) до  $10^3$  (для резисторов). Значения токов и напряжений также могут различаться на несколько порядков. В большом диапазоне могут изменяться временные интервалы, характеризующие переходные процессы в цепи.

При расчете целесообразно выполнять обобщенный анализ процессов в цепях и оперировать значениями одного порядка, близкими к единице. С этой целью широко используют нормирование параметров цепей и сигналов [1], при котором переходят к безразмерным значениям параметров и переменных. Нормирование состоит в том, что выбирают некоторые базисные значения напряжения  $U_6$ , тока  $I_6$ , сопротивления  $R_6$ , индуктивности  $L_6$ , емкости  $C_6$ , времени  $t_6$  и определяют безразмерные (нормированные) значения:

$$U_* = \frac{U}{U_6}; i_* = \frac{i}{I_6}; R_* = \frac{R}{R_6}; L_* = \frac{L}{L_6}; C_* = \frac{C}{C_6}; t_* = \frac{t}{t_6}.$$

Из шести базисных значений независимыми являются только три.

В курсовой работе независимо могут быть нормированы время, сопротивление, а также уровень воздействия и реакции. При масштабировании времени  $t$  нормирование осуществляется по формуле [1]

$$t_* = \frac{t}{t_0},$$

причем базисное значение времени  $t_0$  целесообразно выбирать, исходя из значения длительности входного сигнала  $\tau_{\text{в}}$ . Обычно выбирают  $t_0 = \tau_{\text{в}}/k$ , где  $k$  – целое число.

Параметры сопротивлений, индуктивностей и емкостей нормируют следующим образом:

$$R_* = \frac{R}{R_0}; \quad L_* = \frac{L}{t_0 R_0}; \quad C_* = C \frac{R_0}{t_0},$$

откуда  $L_0 = t_0 R_0$ ,  $C_0 = t_0 / R_0$ , а в качестве базисного сопротивления  $R_0$  обычно выбирают сопротивление нагрузки  $R_{\text{н}}$ . При нормировании уровней напряжений и токов в качестве базиса (масштаба) обычно выбирают максимальное значение воздействия.

Следует отметить, что результаты анализа процессов в цепи в нормированных значениях легко пересчитываются к конкретным значениям параметров. Для этого достаточно умножить нормированные значения на их базисные значения, т. е. произвести денормирование.

### ***Анализ линейной цепи классическим методом при коммутации.***

**Формирование уравнений состояния.** В качестве переменных состояния выбирают напряжения  $C$ -элементов  $u_C$  и токи  $L$ -элементов  $i_L$ . В цепи при  $t < 0$  необходимо определить предначальные значения  $u_C(0-)$  и  $i_L(0-)$ . Для формирования системы уравнений состояния необходимо заменить  $C$ -элементы источниками напряжения с напряжением  $u = u_C$ , а  $L$ -элементы – источниками тока с током  $i = i_L$  и в полученной схеме выразить ток  $i_C$  и напряжение  $u_L$  через напряжение  $u_C$ , ток  $i_L$ , значение входного источника и параметры управляемого источника. Необходимо помнить, что источниками напряжения  $u = u_C$  и тока  $i = i_L$  замещаются пассивные элементы цепи, по-

этому напряжение и ток этих источников согласованы. В результате расчета должна быть получена система уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} i_C = a_{1C}u_C + a_{1L}i_L + b_{1C}[u_1(t); i_1(t)]; \\ u_L = a_{2C}u_C + a_{2L}i_L + b_{2L}[u_1(t); i_1(t)]. \end{cases} \quad (7.1)$$

Используя вольт-амперные характеристики элементов  $u_L = Li'_L$  и  $i_C = Cu'_C$ , нужно преобразовать систему (7.1) к следующему виду:

$$\begin{cases} u'_C = a_{11}u_C + a_{12}i_L + b_1[u_1(t); i_1(t)]; \\ i'_L = a_{21}u_C + a_{22}i_L + b_2[u_1(t); i_1(t)] \end{cases} \quad (7.2)$$

или привести ее в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} u'_C \\ i'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} [u_1(t); i_1(t)]. \quad (7.3)$$

Необходимо помнить, что порядок следования уравнений в системах (7.1)–(7.3) и переменных в уравнениях системы должен быть строго согласован.

*Решение уравнений состояния.* Решение системы (7.3) находят в виде суммы свободной и вынужденной составляющих:

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{CВ} + u_{CСВ}; \\ i_L(t) = i_{LВ} + i_{LСВ}. \end{cases}$$

Для определения вида свободной составляющей решений необходимо составить характеристическое уравнение и найти его корни. Характеристический полином определяется с помощью матрицы  $A$ , которую необходимо выделить из системы (7.3). В результате получим:

$$\det[[A] - p[E]] = \det \left[ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} - p \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right].$$

Отсюда находим характеристическое уравнение

$$\det[[A] - p[E]] = p^2 + bp + c = 0. \quad (7.4)$$

Уравнение (7.4) может иметь 4 вида корней [2]:

1) вещественные различные  $p_1 = -\alpha$ ,  $p_2 = -\beta$  – аperiodический процесс;

- 2) вещественные кратные  $p_1 = p_2 = -\alpha$  – критический процесс;
- 3) комплексно-сопряженные  $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$  – колебательный процесс;
- 4) мнимые  $p_{1,2} = \pm j\omega$  – незатухающие колебания.

Для устойчивых цепей корни характеристического уравнения располагаются в левой части плоскости комплексных чисел (в крайнем случае – на оси мнимых чисел, причем они не кратные). Вид свободной составляющей в случае:

- а) аperiodического процесса  $x_{CB}(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 e^{-\beta t}$ ;
- б) критического процесса  $x_{CB}(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t}$ ;
- в) колебательного процесса  $x_{CB}(t) = A_1 e^{-\alpha t} \cos \omega t + A_2 e^{-\alpha t} \sin \omega t$ .

Для определения вынужденной составляющей решения при постоянном воздействии необходимо в системе (7.3) приравнять к нулю производные и решить полученную систему относительно  $u_{CB} = \text{const}$  и  $i_{LB} = \text{const}$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{CB} \\ i_{LB} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} [u_1(t); i_1(t)].$$

Для определения постоянных интегрирования  $A_1, A_2$  свободной составляющей решения необходимо составить систему из двух уравнений. Первое уравнение – это само решение при  $t = 0$ , второе – его первая производная при  $t = 0$ :

$$\begin{cases} u_C(0+) = (u_{CB} + u_{C_{CB}})|_{t=0}; \\ u'_C(0+) = (u_{CB} + u_{C_{CB}})'|_{t=0}. \end{cases}$$

Значение  $u_C(0+)$  определяется по предначальным условиям, а  $u'_C(0+)$  – из системы (7.3), при этом используются начальные значения переменных состояния:

$$\begin{bmatrix} u'_C(0+) \\ i'_L(0+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C(0+) \\ i_L(0+) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} [u_1(0+); i_1(0+)].$$

Реакция цепи определяется по уравнению связи на основании полученных решений для  $u_C(t)$  и  $i_L(t)$ .

*Определение переходной и импульсной характеристик цепи.* При вычислении переходной характеристики цепи входное воздействие  $f_1(t) = \delta_1(t)$ . Предначальные условия нулевые:  $u_C(0-) = 0, i_L(0-) = 0$ . Переходная характеристика численно равна реакции цепи, определенной при нулевых предначальных условиях и единственном источнике воздействия в виде единичной ступенчатой функции  $\delta_1(t)$ . Реакция цепи рассчитывается по уже полученным уравнениям состояния, отличие состоит в том, что входное воздействие единичное, а начальные условия нулевые. При определении импульсной характеристики цепи  $h(t)$  необходимо помнить, что она является обобщенной первой производной от переходной характеристики, поэтому  $h(t) = h_1(0+)\delta(t) + h_1'(t)\delta_1(t)$ .

***Анализ линейной цепи операторным методом при аperiodическом воздействии.***

*Определение функции передачи цепи, ее нулей и полюсов.* При определении функции передачи цепи необходимо составить операторную схему замещения цепи при нулевых предначальных условиях. Отношение выходной реакции цепи к входному воздействию не зависит от абсолютных значений этих параметров. Для расчета можно использовать, например, метод пропорциональных величин. Функция передачи цепи является отношением двух полиномов, при этом в рассматриваемых цепях полином знаменателя – второго порядка, а полином числителя – не выше второго порядка. Корни полинома знаменателя – полюсы функции передачи – совпадают с корнями характеристического уравнения. Корни полинома числителя – нули функции передачи.

*Определение изображения по Лапласу входного одиночного импульса и выходной реакции цепи.* При выполнении этого пункта расчета следует найти описание входного одиночного импульса во временной области, а затем выполнить преобразование Лапласа полученного выражения. Для определения реакции цепи на одиночный импульс используют известное соотношение

$$F_2(s) = F_1(s)H(s),$$

где  $F_1(s)$ ,  $F_2(s)$  – изображения входного воздействия и реакции цепи соответственно;  $H(s)$  – функция передачи цепи, равная  $H_I(s)$  или  $H_U(s)$ . Для



определения оригинала  $f_2(t) = \mathcal{L}^{-1}[F_2(s)]$  следует разложить  $F_2(s)$  на простые дроби и определить коэффициенты разложения методом вычетов или неопределенных коэффициентов.

### 7.3. Типовой пример

При анализе линейной цепи в качестве примера расчета можно использовать соответствующие части типовых примеров в темах 1 и 2 [6].

**Анализ нелинейной пассивной цепи аналитически-численным методом.** К цепи при замкнутом ключе К и исключенном управляемом источнике ( $k_{у.и} = 0$ , вместо ИНУН – короткое замыкание, вместо ИТУТ – разрыв) применяется процедура анализа динамики нелинейных цепей аналитически-численным методом [5]. Рассмотрим процедуру на следующем примере. Схема цепи изображена на рис. 7.2. Параметры цепи после нормировки:  $u_1(t) = 5\delta_1(t)$ ;  $R_2 = 4$ ;  $L_5 = 0,2$ ;  $C_6 = 0,2$ ;  $R_H = 1$ . Нелинейный элемент  $R_4$  задан вольт-амперной характеристикой  $u_4 = 7,68i_4^2$ .

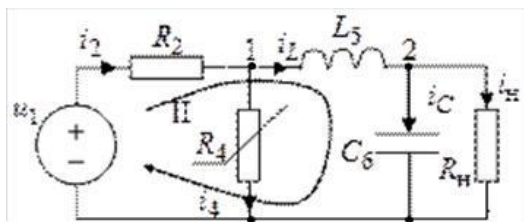


Рис. 7.2

Необходимо построить область, содержащую неизвестные точные решения уравнений состояния  $u_C(t)$  и  $i_L(t)$ , а также, используя уравнения связи, построить решение  $u_H(t)$ .

**Процедура анализа динамики нелинейной цепи аналитически-численным методом.**

1. Выбираем модель, которой замещается анализируемая цепь. Цепь содержит 2 реактивных элемента –  $C$  и  $L$  – с линейными вольт-амперными характеристиками. Нелинейная вольт-амперная характеристика резистора  $R_4$  задана аналитически, поэтому цепь можно заместить нелинейной моделью с выделенной линейной частью.

2. Выбираем соответствующие модели функций, аппроксимирующие нелинейные характеристики элементов цепи. Нелинейная вольт-амперная ха-

рактеристика резистора  $R_4$ , заданная аналитически,  $u_4 = 7,68i_4^2$ , что соответствует нелинейной модели с выделенной линейной частью.

3. Описываем динамику составленной модели уравнением

$$A(D)x(t) = G(D)f(t) + H(x, f, t), \quad (7.5)$$

где  $D$  – оператор обобщенного дифференцирования по  $t$  (обратный оператор  $D^{-1}$  обозначает интегрирование до  $t$ , при этом нижний предел есть предначальный момент времени в каждом интервале интегрирования);  $A(D)$  – квадратная матрица порядка  $L_x$  с полиномиальными элементами  $a_{l,k}(D)$ ;  $G(D)$  – матрица размером  $L_x \times L_f$  с полиномиальными элементами  $g_{l,k}(D)$ ;  $x(t)$  и  $f(t)$  – матрицы-столбцы координат и приложенных к модели воздействий;  $H(x, f, t)$  – матрица-столбец со строками в виде сумм, каждый член которых в общем случае представляет произведение времени, нестационарных коэффициентов и интегралов до  $t$  любой кратности.

В качестве вектора  $x(t)$  выбираем вектор переменных состояния  $x(t) = [u_C(t) i_L(t)]^T$ , при этом  $L_x = 2$ ,  $L_f = 1$ . Опишем динамику модели уравнением (7.5).

Запишем уравнение Кирхгофа для 2-го узла цепи (рис. 7.2):  $i_L - i_C - i_H = 0$ . Выразим переменную  $i_C$  из этого уравнения:  $i_C = i_L - i_H$ .

Поскольку  $C$ -элемент включен параллельно  $R_H$ , то очевидно, что  $i_H = u_C / R_H$ . Заменяя  $i_C$  на  $C(du_C/dt)$  и деля правую и левую части получившегося равенства на  $C$ , получим первое уравнение состояния для исследуемой цепи:

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{u_C}{R_H C}.$$

После подстановки численных значений  $R_H$  и  $C$  получим:

$$\frac{du_C}{dt} = 5i_L - 5u_C.$$

Для контура  $R_4 L_5 C_6$  уравнение Кирхгофа  $-u_4 + u_L + u_C = 0$ , откуда  $u_L = u_4 - u_C$  или с учетом вольт-амперной характеристики нелинейного элемента  $u_L = 7,68i_4^2 - u_C$ .

Из уравнения Кирхгофа для 1-го узла цепи следует, что  $i_4 = i_2 - i_L$ , а из уравнения Кирхгофа для контура II находим

$$i_2 = \frac{u_1 - u_L - u_C}{R_2},$$

тогда

$$i_4 = \frac{u_1 - u_L - u_C}{R_2} - i_L.$$

После подстановки значения  $i_4$  в выражение для  $u_L$  и некоторых преобразований получим квадратное уравнение относительно  $u_L$ :

$$\frac{7,68}{R_2^2} u_L^2 - \left( \frac{15,36}{R_2^2} (u_1 - u_C - R_2 i_L) + 1 \right) u_L + \frac{7,68}{R_2^2} (u_1 - u_C - R_2 i_L)^2 - u_C = 0.$$

После подстановки численных значений параметров получим уравнение

$$u_L^2 - (12,08 - 2u_C - 8i_L)u_L + 25 + u_C^2 + 16i_L^2 - 12,08u_C - 40i_L + 8u_C i_L = 0,$$

из которого следует  $u_L = 6,04 - u_C - 4i_L \pm \sqrt{11,5 - 8,33i_L}$ .

Выражение для  $u_L$  должно быть справедливо при всех  $t > 0$ , в том числе при  $t = \infty$ . Из анализа установившегося режима следует, что в данном случае нужно принять знак «минус» перед радикалом, т. е.  $u_L = 6,04 - u_C - 4i_L - \sqrt{11,5 - 8,33i_L}$ . Из последнего выражения получаем второе уравнение состояния для нелинейной цепи:  $\frac{di_L}{dt} = 30,2 - 5u_C - 20i_L - 5\sqrt{11,5 - 8,33i_L}$ .

Система уравнений состояния (7.5) для нелинейной цепи в матричном виде

$$\begin{bmatrix} D+5 & -5 \\ 5 & D+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 30,2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5\sqrt{11,5 - 8,33i_L} \end{bmatrix}.$$

Уравнение связи  $u_H(t) = u_C(t)$ .

4. Описываем искомые точные решения системы уравнений (7.5). В курсовой работе рассматриваются пассивные нелинейные цепи, не содер-

жащие сингулярных составляющих в уравнениях переменных состояния, поэтому искомые точные составляющие решений представлены только их регулярными составляющими:

$$u_C(t) = u_C^+(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{C,i} t^i / i!; \quad i_L(t) = i_L^+(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{L,i} t^i / i!,$$

где  $R_{l,i}$  – коэффициенты ряда Тейлора с центром разложения в точке с абсциссой  $t = 0^+$ ,  $l = L, C$ .

5. Используя формулу возведения ряда в степень, перестраиваем уравнение (7.5) к виду

$$A(D)x(t) = G(D)f(t) + T(t). \quad (7.6)$$

Для определения коэффициентов полинома Тейлора, возведенного в степень  $m$ , входящего в правую часть уравнения, следует использовать формулу

$$[x(t)]^m = \left[ \sum_{i=0}^{\infty} C_i t^i / i! \right]^m = \sum_{i=0}^{\infty} d_i t^i / i!,$$

где

$$d_0 = C_0^m; \quad d_n = \frac{(n-1)!}{C_0} \sum_{k=1}^n \frac{[k(m+1) - n] C_k d_{n-k}}{k!(n-k)!}.$$

Будем искать решения системы уравнений переменных состояния в виде отрезка рядов Тейлора, ограниченного пятью членами:  $u_C(t) =$

$$= \sum_{i=0}^4 R_{C,i} t^i / i!, \quad i_L(t) = \sum_{i=0}^4 R_{L,i} t^i / i!. \quad \text{Заменим подкоренное выражение отрезком}$$

ряда Тейлора, содержащим 5 членов и имеющим вид  $\sum_{i=0}^4 \frac{K_{L,i} t^i}{i!}$ . Коэффици-

$$\text{енты } K_{L,i} \text{ ряда равны } K_{L,0} = 11,5 - 8,33R_{L,0}; \quad K_{L,1} = -8,33R_{L,1}; \\ K_{L,2} = -8,33R_{L,2}; \quad K_{L,3} = -8,33R_{L,3}; \quad K_{L,4} = -8,33R_{L,4}.$$

После такой замены и возведения отрезка ряда Тейлора, входящего в правую часть уравнения, в степень 1/2 система примет вид (7.6):

$$\begin{bmatrix} D+5 & -5 \\ 5 & D+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 30,2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \sum_{i=0}^4 \frac{T_{1,i} t^i}{i!} \end{bmatrix},$$

где

$$T_{1,0} = K_{L,0}^{0,5}; \quad T_{1,1} = \frac{K_{L,1} T_{1,0}}{2K_{L,0}}; \quad T_{1,2} = \frac{K_{L,2} T_{1,0} - K_{L,1} T_{1,1}}{2K_{L,0}};$$

$$T_{1,3} = \frac{K_{L,3} T_{1,0} - 3K_{L,1} T_{1,2}}{2K_{L,0}}; \quad T_{1,4} = \frac{K_{L,4} T_{1,0} + K_{L,3} T_{1,1} - 3K_{L,2} T_{1,2} - 5K_{L,1} T_{1,3}}{2K_{L,0}}.$$

6. Выполнив над системой (7.6) преобразование Лапласа, сформируем уравнение

$$A(s)X(s) = G(s)F(s) + T(s) + Q(s) = C(s), \quad (7.7)$$

где  $A(s), G(s)$  – матрицы, полученные из исходных матриц  $A(D), G(D)$  заменой оператора  $D$  лапласовой переменной  $s$ ;  $X(s)$  и  $F(s)$  – матрицы-столбцы изображений координат и воздействий;  $T(s)$  – матрица-столбец, полученная из исходной матрицы  $T(t)$  заменой членов  $t^k/k!$  членами  $1/s^{k+1}$ ;  $Q(s)$  – матрица-столбец предначальных условий;  $C(s)$  – матрица-столбец приведенной правой части уравнения

$$\begin{bmatrix} s+5 & -5 \\ 5 & s+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{30,2}{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \sum_{i=0}^4 \frac{T_{1,i}}{s^{i+1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_C(0-) \\ i_L(0-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(s) \\ C_2(s) \end{bmatrix},$$

где  $C_1(s) = u_C(0-)$ ;  $C_2(s) = i_L(0-) + \frac{30,2}{s} - 5 \sum_{i=0}^4 \frac{T_{1,i}}{s^{i+1}}$ .

7. Решение системы уравнений переменных состояния (7.7) ищется в виде  $X_l(s) = \frac{\Delta_l(s)}{\Delta(s)}$ , где  $\Delta(s) \neq 0$ ,  $l=1,2$ . Тогда решения полученной системы имеют вид  $U_C(s) = \Delta_1 / \Delta$ ;  $I_L(s) = \Delta_2 / \Delta$ , где  $\Delta$  – главный определитель системы;  $\Delta_1, \Delta_2$  – определители, полученные из главного определителя заменой 1-го (2-го) столбца столбцом правой части:

$$\Delta = \det A = s^2 + 25s + 125;$$

$$\Delta_1 = \det \begin{bmatrix} C_1(s) & -5 \\ C_2(s) & s + 20 \end{bmatrix} = sC_1(s) + 20C_1(s) + 5C_2(s);$$

$$\Delta_2 = \det \begin{bmatrix} s + 5 & C_1(s) \\ 5 & C_2(s) \end{bmatrix} = sC_2(s) + 5C_2(s) - 5C_1(s).$$

После соответствующих преобразований искомое решение выражается в виде отношения полиномов

$$U_C(s) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\sum_{i=0}^7 B_{Ci}s^i}{\sum_{i=0}^7 A_i s^i} \frac{1}{s}; \quad I_L(s) = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\sum_{i=0}^7 B_{Li}s^i}{\sum_{i=0}^7 A_i s^i} \frac{1}{s}.$$

Коэффициенты  $B_{Ci}$ ,  $B_{Li}$ ,  $A_i$  имеют следующий вид:

$$\begin{array}{lll} A_7 = 1; & B_{C7} = u_C(0-); & B_{L7} = i_L(0-); \\ A_6 = 25; & B_{C6} = 20u_C(0-) + 5i_L(0-); & B_{L6} = 30,2 + 5i_L(0-) - 5u_C(0-) - 5T_{1,0}; \\ A_5 = 125; & B_{C5} = 151 - 25T_{1,0}; & B_{L5} = 151 - 25T_{1,0} - 5T_{1,1}; \\ A_4 = 0; & B_{C4} = -25T_{1,1}; & B_{L4} = -25T_{1,1} - 5T_{1,2}; \\ A_3 = 0; & B_{C3} = -25T_{1,2}; & B_{L3} = -25T_{1,2} - 5T_{1,3}; \\ A_2 = 0; & B_{C2} = -25T_{1,3}; & B_{L2} = -25T_{1,3} - 5T_{1,4}; \\ A_1 = 0; & B_{C1} = -25T_{1,4}; & B_{L1} = -25T_{1,4}; \\ A_0 = 0; & & A_0 = 0; \end{array}$$

8. Коэффициенты  $R_{l,i}$  определяют по формулам:

$$R_{l,0} = \frac{B_{l,n}}{A_n}; \quad R_{l,i} = \frac{B_{l,n-i} - \sum_{k=0}^{i-1} R_{l,k} A_{n-i+k}}{A_n},$$

где  $l = C, L$  ( $i = 1-4$ ), и переводят результат в  $t$ -область.

Вычисление коэффициентов  $R_{l,i}$  дает следующие результаты:

$$\begin{aligned}
R_{C.0} &= B_{C.7}; & R_{L.0} &= B_{L.7}; \\
R_{C.1} &= B_{C.6} - 25R_{C.0}; & R_{L.1} &= B_{L.6} - 25R_{L.0}; \\
R_{C.2} &= B_{C.5} - 125R_{C.0} - 25R_{C.1}; & R_{L.2} &= B_{L.5} - 125R_{L.0} - 25R_{L.1}; \\
R_{C.3} &= B_{C.4} - 125R_{C.1} - 25R_{C.2}; & R_{L.3} &= B_{L.4} - 125R_{L.1} - 25R_{L.2}; \\
R_{C.4} &= B_{C.3} - 125R_{C.2} - 25R_{C.3}; & R_{L.4} &= B_{L.3} - 125R_{L.2} - 25R_{L.3}.
\end{aligned}$$

Таким образом получены коэффициенты в заявленных приближениях переменных состояния.

9. При  $t_0 = 0+$  проверяют условия существования полученных решений. Проверка заключается в существовании среди модулей коэффициентов максимума, который должен быть расположен среди младших номеров коэффициентов. Проверка выполняется как для модулей коэффициентов, так и для модулей коэффициентов, умноженных на временной интервал  $\tau$  в соответствующей степени. Так, для модулей коэффициентов  $|R_{C.0}| = 0,0$ ;  $|R_{C.1}| = 0,0$ ;  $|R_{C.2}| = 66,22$ ;  $|R_{C.3}| = 1248,80$ ;  $|R_{C.4}| = 19258,60$ ;  $|R_{L.0}| = 0,00$ ;  $|R_{L.1}| = 13,24$ ;  $|R_{L.2}| = 183,55$ ;  $|R_{L.3}| = 2602,87$ ;  $|R_{L.4}| = 40435,00$  максимум расположен среди старших номеров коэффициентов, т. е. условие не выполняется. Для  $\tau = 0,1$  получится  $|R_{C.0}|\tau^0 = 0,0$ ;  $|R_{C.1}|\tau^1 = 0,0$ ;  $|R_{C.2}|\tau^2 = 0,6622$ ;  $|R_{C.3}|\tau^3 = 1,24880$ ;  $|R_{C.4}|\tau^4 = 1,925860$ ;  $|R_{L.0}|\tau^0 = 0,00$ ;  $|R_{L.1}|\tau^1 = 1,324$ ;  $|R_{L.2}|\tau^2 = 1,8355$ ;  $|R_{L.3}|\tau^3 = 2,60287$ ;  $|R_{L.4}|\tau^4 = 4,04350$ , т. е. максимум также расположен среди старших номеров коэффициентов. Но для  $\tau = 0,01$  имеем  $|R_{C.0}|\tau^0 = 0,0$ ;  $|R_{C.1}|\tau^1 = 0,0$ ;  $|R_{C.2}|\tau^2 = 0,0066$ ;  $|R_{C.3}|\tau^3 = 0,00125$ ;  $|R_{C.4}|\tau^4 = 0,000192$ ;  $|R_{L.0}|\tau^0 = 0,00$ ;  $|R_{L.1}|\tau^1 = 0,1324$ ;  $|R_{L.2}|\tau^2 = 0,01835$ ;  $|R_{L.3}|\tau^3 = 0,00260$ ;  $|R_{L.4}|\tau^4 = 0,00040$ , т. е. максимум расположен уже среди младших номеров коэффициентов. Следовательно, при  $t < 0,01$  точные решения для переменных состояния существуют, и они единственны.

Таблица 7.4

Шаг	Время	$R_{C.0}$	$R_{C.1}$	$R_{C.2}$	$R_{C.3}$	$R_{C.4}$	$R_{L.0}$	$R_{L.1}$	$R_{L.2}$	$R_{L.3}$	$R_{L.4}$
0,01	0,01	0,0000	0,00	66,22	-1248,80	19258,60	0,00	13,24	-183,55	2602,87	-40435,00
0,02	0,03	0,0056	0,55	55,33	-1079,70	16636,20	0,12	11,62	-160,61	2247,53	-34613,00
0,02	0,05	0,0330	1,32	38,78	-819,94	12629,10	0,30	9,08	-125,21	1705,88	-25787,00
0,03	0,08	0,0700	1,84	26,21	-622,00	9613,15	0,44	7,08	-98,19	1300,63	-19232,00
0,03	0,11	0,1400	2,21	13,82	-420,79	6577,78	0,58	4,97	-70,34	894,76	-12703,00
0,05	0,16	0,2100	2,34	5,51	-282,07	4532,95	0,68	3,45	-50,90	624,52	-8396,00
0,08	0,24	0,3400	2,08	-0,19	-162,09	2742,49	0,75	2,04	-32,60	386,41	-4698,30
0,08	0,32	0,5300	0,90	3,03	-122,23	1807,22	0,71	1,51	-21,41	239,21	-2651,80
0,08	0,40	0,6300	0,37	3,22	-82,63	1111,63	0,71	1,02	-13,31	139,68	-1402,10
0,08	0,48	0,6900	0,16	2,37	-51,02	645,29	0,72	0,63	-7,84	78,04	-709,07
0,08	0,56	0,7200	0,08	1,45	-29,33	358,83	0,73	0,37	-4,42	42,44	-354,72
0,08	0,64	0,7300	0,04	0,79	-16,02	193,96	0,74	0,20	-2,41	22,78	-180,23
0,08	0,72	0,7400	0,03	0,40	-8,45	103,02	0,74	0,11	-1,29	12,15	-93,73



Таблица 7.5

Время	$u_C(t)$	$i_L(t)$	$ \Delta u_C^+ 10^5$	$ \Delta i_L^+ 10^5$	$u_C^+$	$u_C^-$	$i_L^+$	$i_L^-$
0,01	0,0056	0,12	6,6	130,0	0,005631	0,005500	0,1175	0,11490
0,03	0,0330	0,30	22,0	230,0	0,033160	0,032416	0,30016	0,29347
0,05	0,0700	0,44	26,0	180,0	0,071006	0,069329	0,44222	0,43332
0,08	0,1400	0,58	55,0	210,0	0,141570	0,138230	0,58669	0,57605
0,11	0,2100	0,68	66,0	150,0	0,215110	0,209950	0,68636	0,67578
0,16	0,3400	0,75	120,0	170,0	0,340130	0,332940	0,75692	0,74644
0,24	0,5300	0,71	170,0	210,0	0,533900	0,527710	0,71929	0,70356
0,32	0,6300	0,71	74,0	140,0	0,635890	0,632110	0,71751	0,70054
0,40	0,6900	0,72	46,0	85,0	0,689090	0,686820	0,72688	0,71216
0,48	0,7200	0,73	26,0	50,0	0,716940	0,715410	0,73634	0,72544
0,56	0,7300	0,74	15,0	29,0	0,731740	0,730590	0,74273	0,73554
0,64	0,7400	0,74	8,2	16,0	0,739740	0,738850	0,74630	0,74193
0,72	0,7400	0,75	4,3	8,4	0,744121	0,737990	0,74808	0,74556

10. По заданной предельной абсолютной локальной погрешности  $\delta(h)$  выбирается значение шага по времени:

- Если среди коэффициентов  $|R_i|$  существует максимум  $|R_k|$ , то локальная погрешность может быть оценена по формуле

$$|\Delta x^+(h, I)| = |R_k| \left( e^h - \sum_{i=0}^I \frac{h^i}{i!} \right), h > 0,$$

где  $I$  – длина отрезка ряда Тейлора.

- Если начиная с некоторого значения шага коэффициенты  $R_i/i!$  убывают по модулю, то при максимальном коэффициенте  $R_k/k!$  локальная погрешность может быть оценена по формуле

$$|\Delta x^+(h, I)| = \frac{|R_k| h^{I+1}}{k! (1-h)}, h \in [0; 1].$$

- Если за счет выбора шага расчета  $h$  удастся сформировать максимум среди коэффициентов  $h^i |R_i|$ , то, обозначив максимальный из коэффициентов  $h^k |R_k|$ , получим следующую оценку погрешности:

$$|\Delta x^+(h, I)| = h^k |R_k| \left( e - \sum_{i=0}^I \frac{1}{i!} \right).$$

Выбрав в качестве  $h$  значение  $t$ , полученное в п. 9, проверяем выполнение условия п. 10 для каждого из решений. Если заданное значение предельной абсолютной локальной погрешности  $\delta(h)$  не удовлетворяет значению  $h$ , то в качестве  $h$  выбирается новое значение, например  $h/10$ , и снова проверяется условие п. 10. Если условие выполняется и значение  $h$  оказывается малым, т. е.  $\delta(h) \gg |\Delta x^+(h, I)|$ , то можно увеличить значение  $h$ .

11. Выполняется численная часть процедуры. Для каждого момента времени  $t_k = t_{k-1}^+ + h$  (при  $k = 1, 2, \dots$ ) повторяются пп. 9 и 10. Расчет производится до того момента, пока переменные состояния не примут установившегося значения.

12. По результатам расчетов строят области существования неизвестных точных решений переменных состояния, известные с точностью предельной абсолютной локальной погрешности  $\delta(h)$ .

Область существования неизвестных точных решений

$$x_l^+(t; 5) - \left| \Delta x_l^+(t; 5) \right| < x_l^+(t) < x_l^+(t; 5) + \left| \Delta x_l^+(t; 5) \right|,$$

где  $l = C, L; t = [t_0; T]$ .

Уравнение связи  $u_H(t) = u_C(t)$ , поэтому решение  $u_H(t)$  не строилось. Результаты расчетов при  $\delta(h) = 3 \cdot 10^{-3}$  представлены в табл. 7.4 и 7.5.

## **Тема 8. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК И ФИЛЬТРУЮЩИХ СВОЙСТВ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

Целью курсовой работы является практическое освоение фундаментальных характеристик, базовой терминологии, основных современных методов анализа линейных цепей, а также различных методик прогнозирования, контроля и оценки полученных результатов расчета.

### **8.1. Задание к курсовой работе**

В курсовой работе изучаются характеристики цепей, варианты схем которых заданы тройками чисел.

Исследуется импульсная характеристика (ИХ) цепи, переходная характеристика (ПХ), частотные характеристики (ЧХ), а также прохождение через цепь двух сигналов. Первый тип воздействия  $f_{\text{вх}}(t) = f_1(t)$  является периодическим сигналом: в вариантах 1–8 – это сигнал экспоненциальной формы, в вариантах 9–16 – прямоугольный импульс, а в вариантах 17–25 – меандр с амплитудой  $F_{m1}$  и длительностью  $t_{\text{и}}$ .

Второй входной сигнал  $f_{\text{вх}}(t) = f_1(t)$  является периодическим, имеющим в пределах периода  $T = 12$  с форму равнобедренного треугольника с амплитудой  $F_{m1} = 12$ . Значения  $f_1(t) = 0$  при  $t = N$  и  $t = N + 12$ , где  $N$  – номер варианта.

Необходимо найти реакцию цепи, т. е. выходной сигнал  $f_{\text{вых}}(t)$ .

Во всех перечисленных вариантах схем  $R_k = 1$ .

1. 112 – ИТ  $i_1 = 27 \exp(-t) \delta_1(t)$ ; 212 –  $R_2$ ; 323 –  $L_3$ ; 431 –  $R_4$ ; 531 –  $R_5$ .  
Реакция –  $i_5$ .
2. 121 – ИН  $u_1 = 27 \exp(-2t) \delta_1(t)$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $R_3$ ; 434 –  $C_4 = 1/30$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .
3. 121 – ИН  $u_1 = 27 \exp(-0,5t) \delta_1(t)$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $C_3 = 0,3$ ; 434 –  $R_4$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .
4. 112 – ИТ  $i_1 = 27 \exp(-t) \delta_1(t)$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $R_3$ ; 431 –  $L_4 = 1/15$ ;  
531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .
5. 112 – ИТ  $i_1 = 54 \exp(-10t) \delta_1(t)$ ; 221 –  $R_2$ ; 321 –  $C_3 = 1,5$ ; 423 –  $R_4$ ;  
531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .
6. 121 – ИН  $u_1 = 27 \exp(-10t) \delta_1(t)$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $L_3 = 2/3$ ; 434 –  $R_4$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .
7. 121 – ИН  $u_1 = 54 \exp(-t) \delta_1(t)$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $R_3$ ; 434 –  $L_4 = 0,15$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .
8. 112 – ИТ  $i_1 = 27 \exp(-0,1t) \delta_1(t)$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $C_3 = 2/3$ ; 431 –  $R_4$ ;  
531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .
9. 112 – ИТ  $I_{m1} = 30, t_{и} = 1$ ; 212 –  $R_2$ ; 323 –  $L_3 = 0,15$ ; 431 –  $R_4$ ;  
531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .
10. 121 – ИН  $U_{m1} = 30, t_{и} = 0,5$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $R_3$ ; 434 –  $C_4 = 1/30$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .
11. 121 – ИН  $U_{m1} = 6, t_{и} = 0,05$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $C_3 = 0,3$ ; 434 –  $R_4$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .
12. 112 – ИТ  $I_{m1} = 15, t_{и} = 0,02$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $R_3$ ; 431 –  $L_4 = 1/15$ ;  
531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .
13. 112 – ИТ  $I_{m1} = 12, t_{и} = 0,25$ ; 221 –  $R_2$ ; 321 –  $C_3 = 1,5$ ; 423 –  $R_4$ ;  
531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .
14. 121 – ИН  $U_{m1} = 3, t_{и} = 10$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $L_3 = 2/3$ ; 434 –  $R_4$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .
15. 121 – ИН  $U_{m1} = 15, t_{и} = 1$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $R_3$ ; 434 –  $L_4 = 0,15$ ;  
541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .

16. 112 – ИТ  $I_{m1} = 6$ ,  $t_{и} = 0,2$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $C_3 = 2/3$ ; 431 –  $R_4$ ; 531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .

17. 112 – ИТ  $I_{m1} = 30$ ,  $t_{и} = 2$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $L_3 = 0,15$ ; 431 –  $R_4$ ; 531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .

18. 121 – ИН  $U_{m1} = 30$ ,  $t_{и} = 10$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $R_3$ ; 434 –  $C_4 = 1/3$ ; 541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .

19. 121 – ИН  $U_{m1} = 12$ ,  $t_{и} = 1$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $C_3 = 3$ ; 434 –  $R_4$ ; 541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .

20. 112 – ИТ  $I_{m1} = 12$ ,  $t_{и} = 2$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $R_3$ ; 431 –  $L_4 = 10/3$ ; 531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .

21. 112 – ИТ  $I_{m1} = 12$ ,  $t_{и} = 2$ ; 221 –  $R_2$ ; 321 –  $C_3 = 6$ ; 423 –  $R_4$ ; 531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .

22. 121 – ИН  $U_{m1} = 3$ ,  $t_{и} = 20$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $L_3 = 2/3$ ; 434 –  $R_4$ ; 541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .

23. 121 – ИН  $U_{m1} = 6$ ,  $t_{и} = 4$ ; 223 –  $R_2$ ; 331 –  $R_3$ ; 434 –  $L_4 = 0,3$ ; 541 –  $R_5$ . Реакция –  $u_5$ .

24. 112 – ИТ  $I_{m1} = 6$ ,  $t_{и} = 0,4$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $C_3 = 2/3$ ; 431 –  $R_4$ ; 531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .

25. 112 – ИТ  $I_{m1} = 30$ ,  $t_{и} = 0,5$ ; 221 –  $R_2$ ; 323 –  $L_3 = 1,5$ ; 431 –  $R_4$ ; 531 –  $R_5$ . Реакция –  $i_5$ .

В условиях схем  $u$  задано в вольтах,  $i$  – в амперах,  $R$  – в омах,  $L$  – в генри,  $C$  – в фарадах,  $t$  – в секундах.

В курсовой работе должны быть выполнены следующие пункты:

1. Расчет передаточной функции (ПФ) цепи.
2. Определение частотных характеристик цепи (с оценкой ее преобразующих свойств).
3. Определение переходной характеристики цепи.
4. Расчет импульсной характеристики цепи.
5. Расчет спектра одиночного импульса (апериодического сигнала на входе) и прогноз характеристик реакции.

6. Определение выходного сигнала операторным методом (ОМ) в случае одиночного импульса на входе и оценка полученных результатов (в сравнении с прогнозируемыми).
7. Расчет ряда Фурье (РФ) периодического воздействия и прогноз вида реакции.
8. Вычисление ряда Фурье периодического выходного сигнала и оценка прогноза.
9. Выводы о проделанной работе.
10. Список используемой литературы.
11. Оглавление.

## 8.2. Указания к выполнению курсовой работы

При выполнении работы второстепенные расчеты могут быть опущены, однако необходимо учесть следующее:

1. В п. 1 необходимо проверить ПФ  $H(s)$  на нулевой и бесконечной частотах, а также на соответствие характеристическому полиному (ХП) цепи.

2. В п. 2 следует построить графики амплитудно-частотной (АЧХ)  $A(\omega)$  и фазочастотной (ФЧХ)  $\Phi(\omega)$  характеристик, а также график амплитудно-фазовой характеристики (АФХ); указать частоту среза, сделать прогноз реакции цепи по площади и разрывам 1-го рода (скачкам), оценить частотную полосу дифференцирования (ПД), полосу интегрирования (ПИ), полосу неискажения (ПН), т. е. полосу пропускания (ПП), и возможное время запаздывания проходящих сигналов.

*Примечание:* в зависимости от варианта схема реализует характеристики фильтра нижних частот (ФНЧ) или фильтра верхних частот (ФВЧ).

3. В п. 3 необходимо построить график переходной характеристики цепи  $h_1(t)$  и проверить его соответствие прогнозу п. 2 по начальному значению ПХ. Целесообразно также проверить  $h_1(\infty)$  и  $h_1(0+)$  по эквивалентным схемам замещения.

4. В п. 4 необходимо построить график импульсной характеристики и проверить его.

5. В п. 5 необходимо найти изображение по Лапласу аperiodического воздействия, а также его амплитудный спектр (АС)  $A_{\text{вх}}(\omega)$  и фазовый спектр (ФС)  $\Phi_{\text{вх}}(\omega)$ , построить графики амплитудного и фазового спектров воздей-

ствия  $A_{\text{ВХ}}(\omega)$ ,  $\Phi_{\text{ВХ}}(\omega)$ , оценить значение спектра при  $\omega=0$  и соответствие ширины спектра  $\Delta\omega_{\text{ВХ}}$  справочным формулам  $4\pi/t_{\text{ИМП}}$  – для прямоугольного импульса и меандра, а также  $10\beta$  – для экспоненциального сигнала  $\exp(-\beta t)\delta_1(t)$ . Сравнив  $\Delta\omega_{\text{ВХ}}$  с ЧХ п. 2 необходимо сделать прогноз реакции.

6. В п. 6 следует определить реакцию  $f_{\text{ВЫХ}}(t)$ , построить ее график и оценить прогноз, сделанный в п. 5.

7. В п. 7 требуется привести расчет дискретных спектров амплитуд  $A_{k\text{ВХ}}$  и фаз  $\Phi_{k\text{ВХ}}$  гармоник ряда Фурье периодического воздействия (можно ограничиться двумя ненулевыми гармониками, не считая постоянной составляющей). Необходимо построить графики спектров и суммы гармоник ряда Фурье (указав пунктиром графики отдельных гармоник и тонкой линией график воздействия). Исходя из графика входного сигнала следует оценить значение нулевой гармоники и объяснить отсутствие гармоник четных номеров. Из сравнения частот гармоник с ЧХ п. 2 сделать прогноз реакции цепи.

*Примечание:* для упрощения расчетов в пп. 7, 8 рекомендуется сделать замену переменной, взяв  $t_* = t - N$ , где  $N$  – номер варианта.

8. В п. 8 необходимо найти и записать РФ реакции; построить дискретные спектры выходного сигнала, график суммы его РФ и оценить сделанный в п. 7 прогноз.

9. Выводы о проделанной работе должны содержать оценку справедливости главных прогнозов, касающихся соответствия ЧХ цепи и ширины спектра воздействия, значений АЧХ при  $\omega \rightarrow 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ .

### 8.3. Контрольные вопросы

1. Что такое ПФ цепи?
2. Как проконтролировать значения ПФ при  $s \rightarrow 0$  и  $s \rightarrow \infty$ ?
3. Как проконтролировать нули ПФ и характеристический полином цепи?
4. Как проконтролировать АЧХ цепи при  $\omega \rightarrow 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ ? Что характеризуют эти значения?
5. Как проконтролировать нули АЧХ цепи? Что такое АЧХ?
6. Что такое ФЧХ цепи? Как проконтролировать ФЧХ?
7. Что такое обобщенная частотная характеристика  $H(j\omega)$ ?

8. Каковы фильтрующие свойства исследованной цепи?
9. Что такое АФХ? Поясните ее построение.
10. Как по АЧХ и ФЧХ оценить сигнал на выходе? Какова полоса пропускания?
11. Как изменится АЧХ, если элементы  $L$  и  $C$  поменять местами?
12. Что характеризуют значения ПФ при  $s \rightarrow 0$  и  $s \rightarrow \infty$ ?
13. Каковы ЧХ идеальной неискажающей цепи?
14. Как найти частоту среза цепи?
15. Каковы ЧХ идеальной дифференцирующей цепи?
16. Каковы ЧХ идеальной интегрирующей цепи?
17. Что такое ПХ цепи? Как ее найти?
18. Проконтролируйте значения ПХ цепи при  $t \rightarrow 0+$  и  $t \rightarrow \infty$ .
19. Что такое ИХ цепи? Как ее найти и проверить?
20. Как изменятся  $h_1(0+)$  и  $h_1(\infty)$ , если элементы  $L$  и  $C$  поменять местами?
21. Является ли ПХ исследованной цепи непрерывной функцией? Дайте обоснование как во временной, так и в частотной областях.
22. Как найти и проконтролировать ХП исследованной цепи?
23. Что такое ФНЧ и ФВЧ? Поясните на примере исследуемой цепи.
24. Как выглядит график функции  $10e^{-2t}\delta_1(t)$ ?
25. Чем отличаются графики функций  $10t\delta_1(t)$  и  $10(t-2)\delta_1(t-2)$ ?
26. Как найти изображение импульса прямоугольной формы?
27. Как найти изображение импульса треугольной формы?
28. Как найти изображение «меандра»?
29.  $H(s) = 10(s+1)/(s+2)$ . Найдите ПХ и ИХ и постройте их графики.
30.  $H(s) = 10(s+1)/(2s+1)$ . Найдите ПХ и ИХ и постройте их графики.
31. Как построить график функции  $10e^{-2(t-3)}\delta_1(t-3)$ ?
32. Как построен график  $f_{\text{ВЫХ}}(t)$ ? Является ли  $f_{\text{ВЫХ}}(t)$  непрерывной функцией?
33. Соответствует ли график  $f_{\text{ВЫХ}}(t)$  фильтрующим свойствам цепи?
34. Что такое спектр сигнала? Как его найти? Чему равно значение спектра на нулевой частоте?



35. В чем сходство и различие спектральных и частотных характеристик?

36. Как связана ширина спектра сигнала с длительностью и крутизной сигнала?

37. Как оценить ширину спектра сигнала по различным критериям?

38. Как найдено выражение для амплитудного спектра воздействия? В чем его особенности?

39. Как найдено выражение для фазового спектра воздействия? В чем его особенности?

40. Каковы выводы из сравнения спектра сигнала с ЧХ цепи?

41. Что такое ряд Фурье? Как его найти? Каков смысл нулевой гармоники? Оцените постоянную составляющую заданного периодического сигнала.

42. Какими свойствами обладают ряды Фурье симметричных сигналов?

43. Что такое дискретный спектр периодического сигнала? Почему его называют линейчатым? Каков частотный интервал между гармониками?

44. Чем принципиально отличаются графики первой и третьей гармоник ряда Фурье? Поясните это на примере курсовой работы.

45. Проанализируйте график входного сигнала, представленного суммой гармоник ряда Фурье.

46. Как выглядит фазовый спектр симметричных периодических сигналов? Нашло ли это отражение в курсовой работе?

47. Как найдены ряд Фурье и дискретный спектр реакции? Что характеризует начальное значение спектра?

48. Как построен график периодической реакции? Укажите отдельные составляющие.

49. Соответствует ли график периодической реакции фильтрующим свойствам цепи?

50. Постройте приближенно график суммы гармоник РФ  $f(t) = 10 + 12\sin t + 4\sin 3t$  для  $-\infty < t < +\infty$ . Какой сигнал он напоминает?

#### 8.4. Типовой пример

Схема анализируемой цепи приведена на рис. 8.1, а, график одиночного импульсного воздействия  $i_{10}(t)$  – на рис. 8.1, б, а периодического  $i_1(t)$  – на рис. 8.1, в; причем  $R_k = 1$ ,  $C_3 = 1$ . Реакция  $i_5(t)$ .

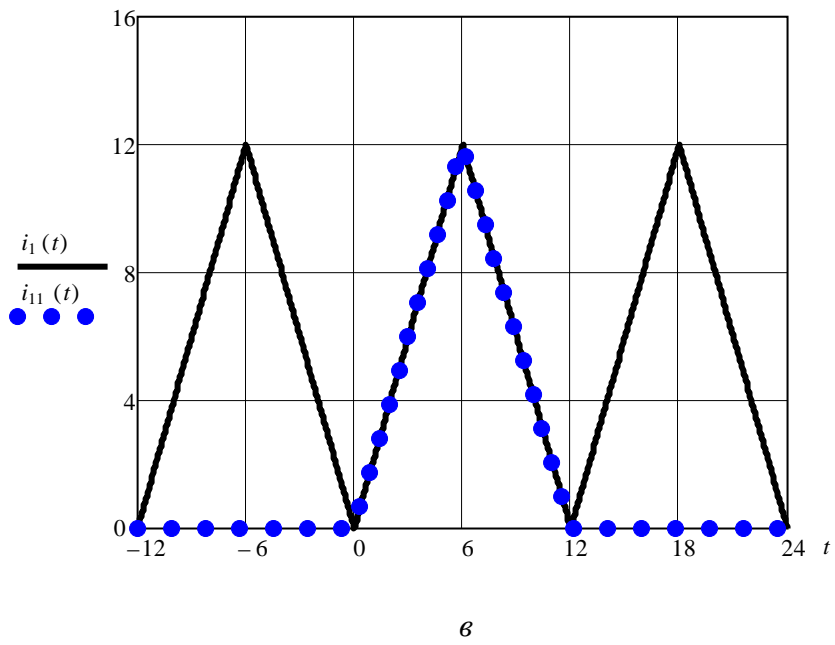
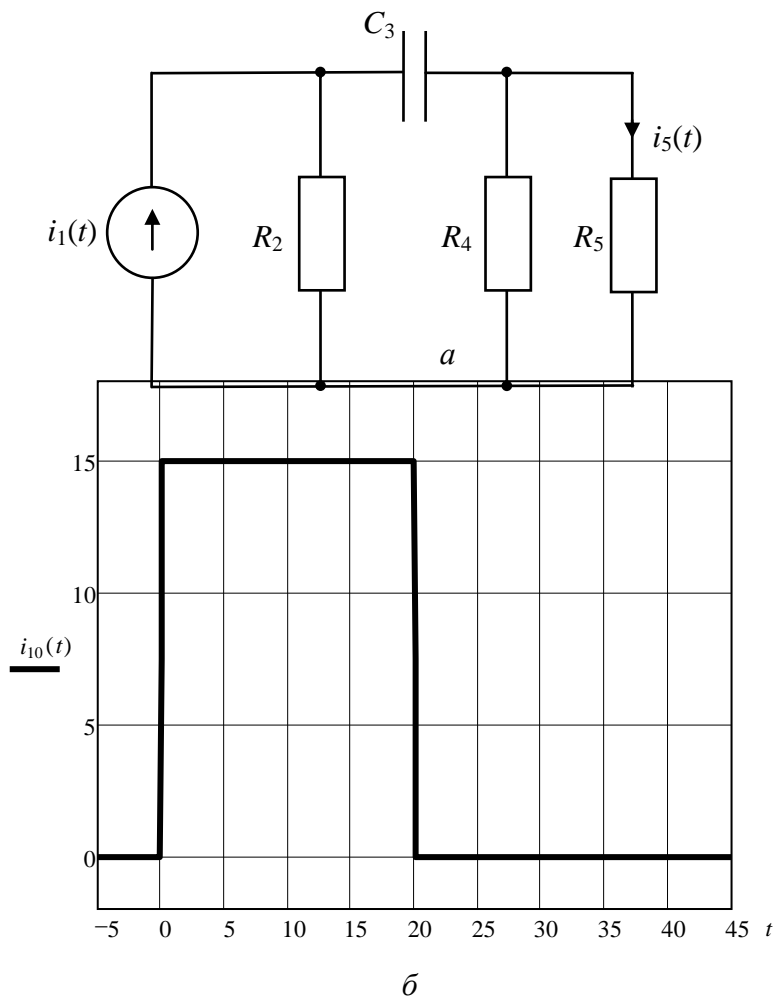


Рис. 8.1

**1. Расчет передаточной функции цепи.** Функция передачи цепи по току  $H(s) = \frac{I_5(s)}{I_1(s)}$ , где  $s$  – переменная Лапласа. Используем операторную схему замещения цепи при нулевых начальных условиях, причем операторные сопротивления  $Z_{R_2} = Z_{R_4} = Z_{R_5} = R_k = 1$ ;  $Z_{C_3} = \frac{1}{(sC_3)} = \frac{1}{s}$ .

Для нахождения  $H(s)$  применим метод пропорциональных величин. Пусть  $I_5'(s) = 1$ , тогда:  $U_5'(s) = U_4'(s) = 1$ ,  $I_4'(s) = \frac{U_4'(s)}{R_4} = 1$ ,  $I_C'(s) = I_4'(s) + I_5'(s) = 2$ ;  $U_C'(s) = Z_{C_3} I_C'(s) = \frac{2}{s}$ ,  $U_2'(s) = U_C'(s) + U_4'(s) = \frac{2}{s} + 1$ ;  $I_2'(s) = \frac{U_2'(s)}{R_2} = \frac{2}{s} + 1$ ,  $I_1'(s) = I_2'(s) + I_C'(s) = \frac{2}{s} + 3 = \frac{2+3s}{s}$ ,  $H(s) = \frac{I_5'(s)}{I_1'(s)} = \frac{1}{\frac{2+3s}{s}} = \frac{s}{3s+2}$ .

Таким образом,

$$H(s) = \frac{s}{3s+2} = \frac{s}{3(s+2/3)}. \quad (8.1)$$

Проконтролируем функцию  $H(s)$ . Из (8.1) следует, что  $H(0) = 0$ ;  $H(\infty) = 1/3$ , что совпадает со значениями, получаемыми по схемам замещения цепи при  $s=0$  и при  $s \rightarrow \infty$ , приведенными на рис. 8.2, а, б соответственно.

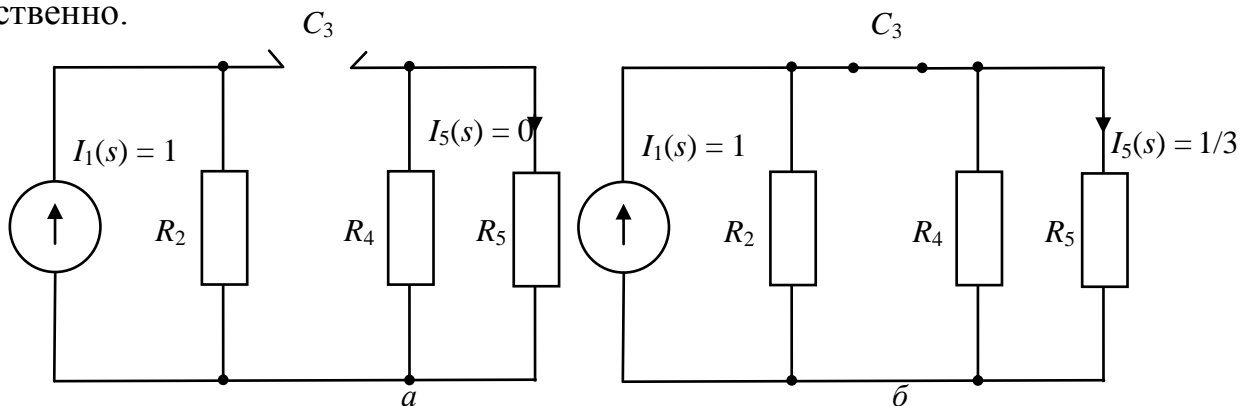


Рис. 8.2

Полюс  $H(s)$ , т. е. корень характеристического полинома цепи, равен  $s_1 = -2/3$ . В цепи первого порядка собственную частоту цепи (корень характеристического полинома) легко проконтролировать, вычислив  $s_1 = -1/\tau$ , где

постоянная времени цепи  $\tau = R_{\Sigma}C = (R_2 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5})C = 3/2$  найдена по эквивалентной схеме цепи в свободном режиме.

Оценим практическую длительность переходных процессов в цепи:

$$t_{\text{III}} = 3\tau \approx 4,5.$$

**2. Определение частотных характеристик цепи.** Обобщенная частотная характеристика:

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = \frac{j\omega}{3(j\omega + 2/3)}.$$

АЧХ: 
$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{|\omega|}{3\sqrt{\omega^2 + (2/3)^2}}.$$

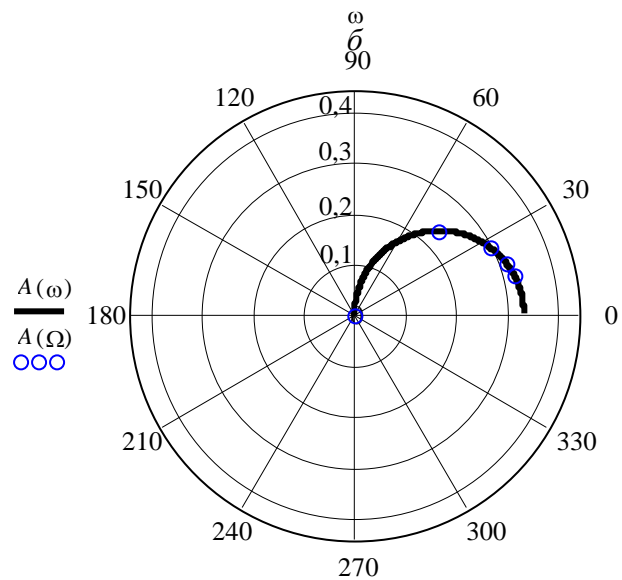
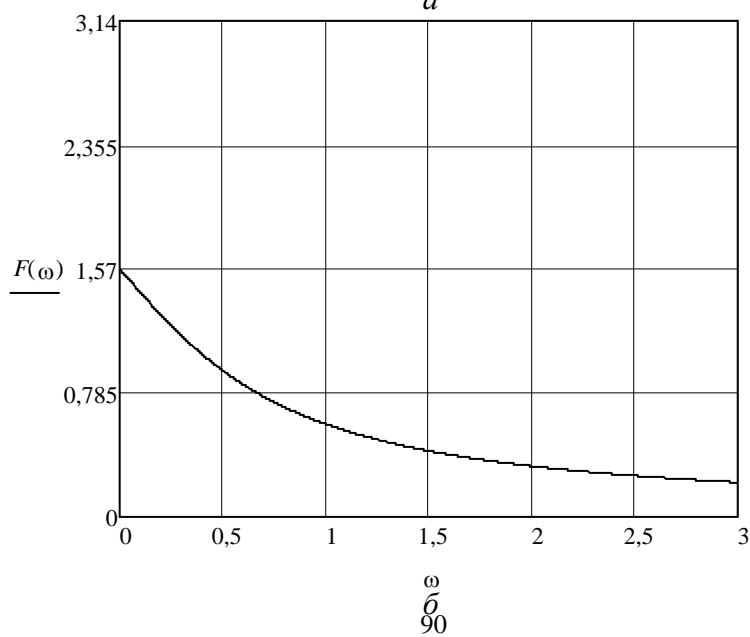
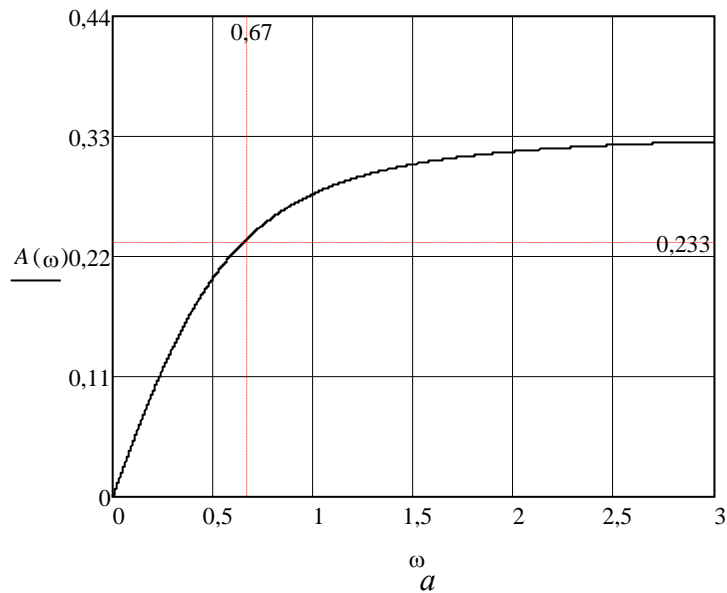
ФЧХ: 
$$\Phi(\omega) = \arg\{H(j\omega)\} = \alpha(\omega) - \beta(\omega) = \pi/2 - \arctg(3/2 \omega),$$

где  $\alpha(\omega)$ ,  $\beta(\omega)$  – аргументы числителя и знаменателя обобщенной частотной характеристики соответственно.

Графики АЧХ, ФЧХ, АФХ приведены на рис. 8.3, а, б, в соответственно.

Определим полосу пропускания по графику АЧХ на уровне  $0,707A_{\text{max}}(\omega) \approx 0,23$ . Частота среза  $\omega_{\text{ср}} \approx 0,67$ ; полоса пропускания  $\Delta\omega_{\text{п}} \in [0,67; \infty]$ , что соответствует фильтру верхних частот. Значение АЧХ на нулевой частоте, определяющее соотношение площадей под графиками входного и выходного сигналов,  $A(0) = 0$ , т. е. площадь под графиком реакции будет нулевой. Так как  $A(\infty) = 1/3$ , то скачки входного сигнала пройдут на выход с коэффициентом  $1/3$  (т. е. уменьшатся в 3 раза).

*Примечания:* 1) на рис. 8.3, б значения фазы указаны в радианах, на рис. 8.3, в – в градусах; 2) на низких частотах ( $\omega \ll 2/3$ )  $H(j\omega) \approx j\omega/2$ , что соответствует «полосе дифференцирования».



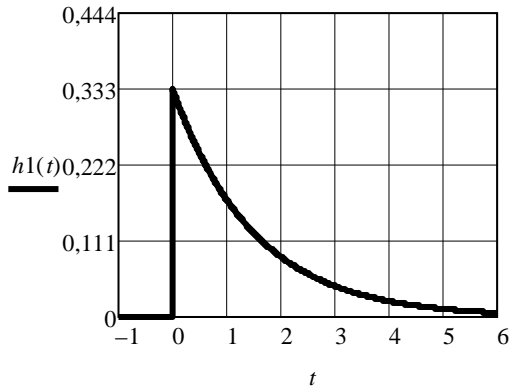
$F(\omega), F(\Omega)$   
 $\Omega = 0; 0,67; 1,34 \dots$

Рис. 8.3

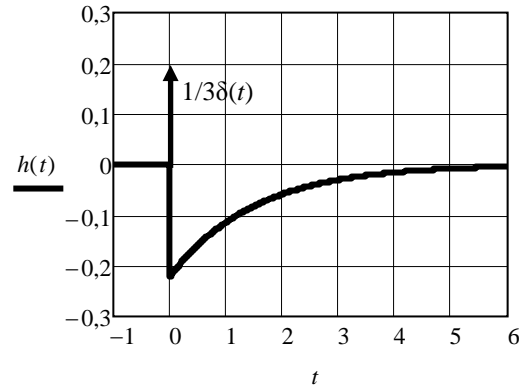
**3. Определение переходной характеристики цепи.** Для аналитического расчета переходной характеристики используем операторный метод:

$$h_1(t) = \mathcal{L}^{-1}[H_1(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{H(s)}{s}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{3(s+2/3)}\right] = \frac{1}{3}e^{-\frac{2}{3}t} \delta_1(t).$$

График переходной характеристики приведен на рис. 8.4, а.



а



б

Рис. 8.4

Начальное значение переходной характеристики  $h_1(0^+) = 1/3$  полностью соответствует выводу о том, что скачки входного сигнала уменьшатся в 3 раза (поскольку АЧХ  $A(\infty) = 1/3$ ). Его можно проверить по эквивалентной схеме замещения цепи, которая приведена на рис. 8.2, б (при нулевых начальных условиях для  $t = 0^+$ ,  $C \equiv K3$ ).

Конечное значение переходной характеристики  $h_1(\infty) = 0$  проверим по эквивалентной схеме замещения цепи, которая приведена на рис. 8.2, а (при  $t \rightarrow \infty$  в цепи режим постоянного тока, следовательно,  $C \equiv XX$ ).

**4. Расчет импульсной характеристики цепи.** Импульсная характеристика:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{3(s+2/3)}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{3} - \frac{2/9}{(s+2/3)}\right] = \frac{1}{3}\delta(t) - \frac{2}{9}e^{-\frac{2}{3}t} \delta_1(t);$$

график импульсной характеристики приведен на рис. 8.4, б.

Выполним проверку:

$$h(t) = h_1'(t) = \left[\frac{1}{3}e^{-\frac{2}{3}t} \delta_1(t)\right]' = -\frac{2}{9}e^{-\frac{2}{3}t} \delta_1(t) + \frac{1}{3}e^{-\frac{2}{3}t} \delta(t) = -\frac{2}{9}e^{-\frac{2}{3}t} \delta_1(t) + \frac{1}{3}\delta(t).$$

**5. Расчет спектра одиночного импульса (апериодического сигнала на входе) и прогноз характеристик реакции.** Найдем изображение по Лапласу

входного одиночного импульса, изображенного на рис. 8.1, б. Представим указанный импульс в виде  $i_{10}(t) = 15\delta_1(t) - 15\delta_1(t - 20)$ ; тогда

$$I_{10}(s) = \frac{15}{s}(1 - e^{-s20}). \quad (8.2)$$

Определим спектральные характеристики одиночного импульса. С учетом (8.2) комплексный спектр импульсного воздействия:

$$\begin{aligned} I_{10}(j\omega) &= I_{10}(s)|_{s=j\omega} = \frac{15}{j\omega}(1 - e^{-j20\omega}) = \frac{15}{j\omega}e^{-j10\omega}(e^{j10\omega} - e^{-j10\omega}) = \\ &= \frac{30}{\omega}\sin(10\omega)e^{-j10\omega}. \end{aligned}$$

Амплитудный спектр входного сигнала:

$$A_1(\omega) = \frac{30}{\omega}|\sin(10\omega)|.$$

Фазовый спектр входного сигнала:

$$\Phi_1(\omega) = \begin{cases} -10\omega, & \sin(10\omega) \geq 0, \\ \pi - 10\omega, & \sin(10\omega) < 0. \end{cases}$$

Для построения графика амплитудного спектра сигнала найдем его узлы – значения частот  $\omega_{yk}$ , при которых указанный спектр равен нулю:  $A_1(\omega) = 0$  при  $\sin(10\omega) = 0$ , т. е.  $10\omega_{yk} = k\pi$ , следовательно,  $\omega_{yk} \approx k\pi/10$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots$ . При вычислении значения амплитудного спектра на частоте  $\omega = 0$  возникает неопределенность вида  $0/0$ . Для раскрытия неопределенности используем правило Лопиталя:

$$A_1(0) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{30}{\omega} \sin(10\omega) = 30 \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\sin'(10\omega)}{\omega'} = 30 \frac{10 \cos(10\omega)}{1} \Big|_{\omega=0} = 300.$$

Проверка: значение амплитудного спектра на нулевой частоте равно площади сигнала.

Графики амплитудного и фазового спектров одиночного импульса воздействия показаны на рис. 8.5, а, б соответственно.

Ширина спектра импульсного входного сигнала, определенная по 10 %-му амплитудному критерию (рис. 8.5, а),  $\Delta\omega_{СП} \in [0; 0,83]$ .

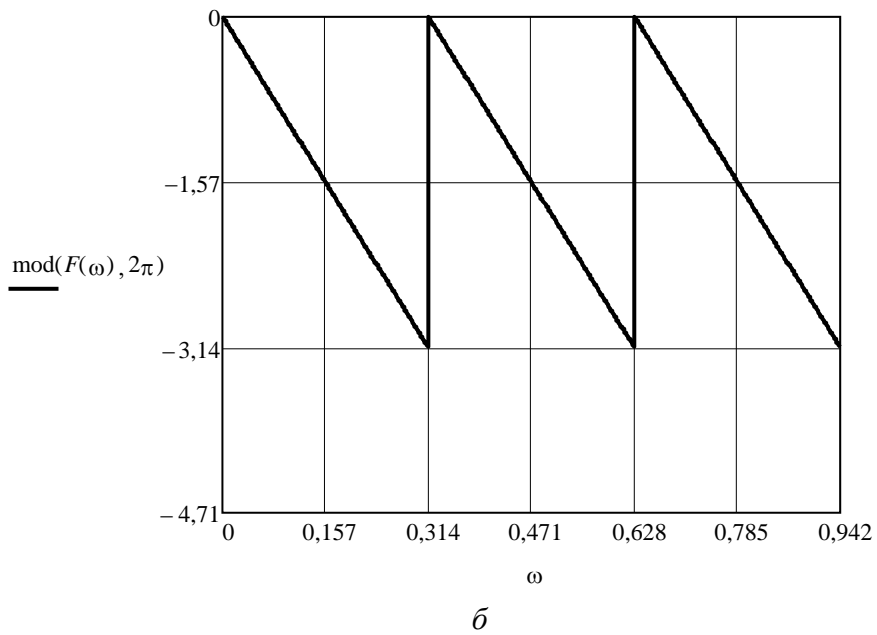
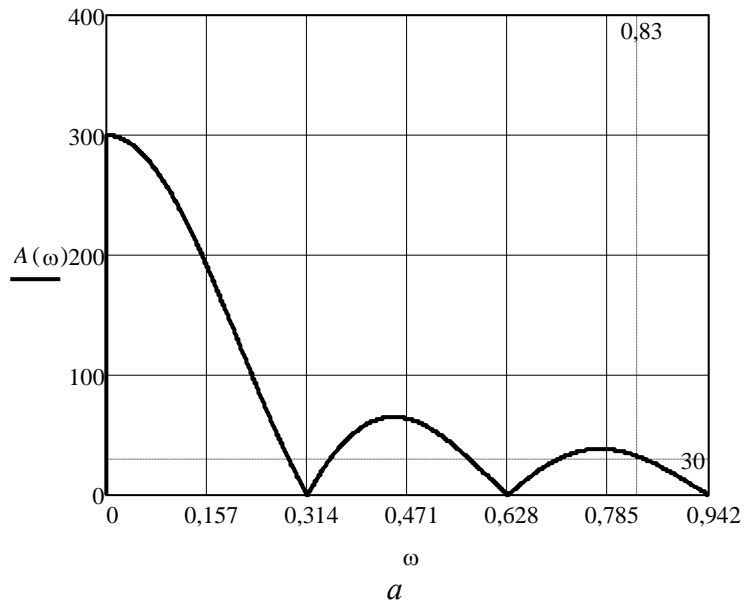


Рис. 8.5

Сравнивая ширину спектра с шириной полосы пропускания  $\Delta\omega_{\Pi} \in [0,67; \infty]$ , можно сделать вывод, что энергия сигнала в основном попадает в полосу задерживания (полосу дифференцирования), поэтому сигнал пройдет на выход с эффектом дифференцирования.



6. **Определение выходного сигнала (в случае одиночного импульса на входе) и оценка полученных результатов (в сравнении с прогнозируемыми).** Запишем выражение для изображения реакции цепи на входной одиночный импульс:

$$I_5(s) = H(s)I_{10}(s) = \frac{s}{3(s + 2/3)} \frac{15}{s} (1 - e^{-s20}) = \frac{5}{(s + 2/3)} (1 - e^{-s20}).$$

Тогда, с учетом теоремы запаздывания,

$$I_5(t) = \mathcal{L}^{-1}[I_5(s)] = 5e^{-\frac{2}{3}t} \delta_1(t) - 5e^{-\frac{2}{3}(t-20)} \delta_1(t-20).$$

Графики реакции (сплошная линия) и воздействия (пунктирная линия) приведены на рис. 8.6. Показанные здесь кривые подтверждают правильность предположений, сделанных ранее на основе анализа частотных характеристик цепи и спектральных характеристик сигнала (об уровне скачка на выходе, площади реакции и эффекте дифференцирования).

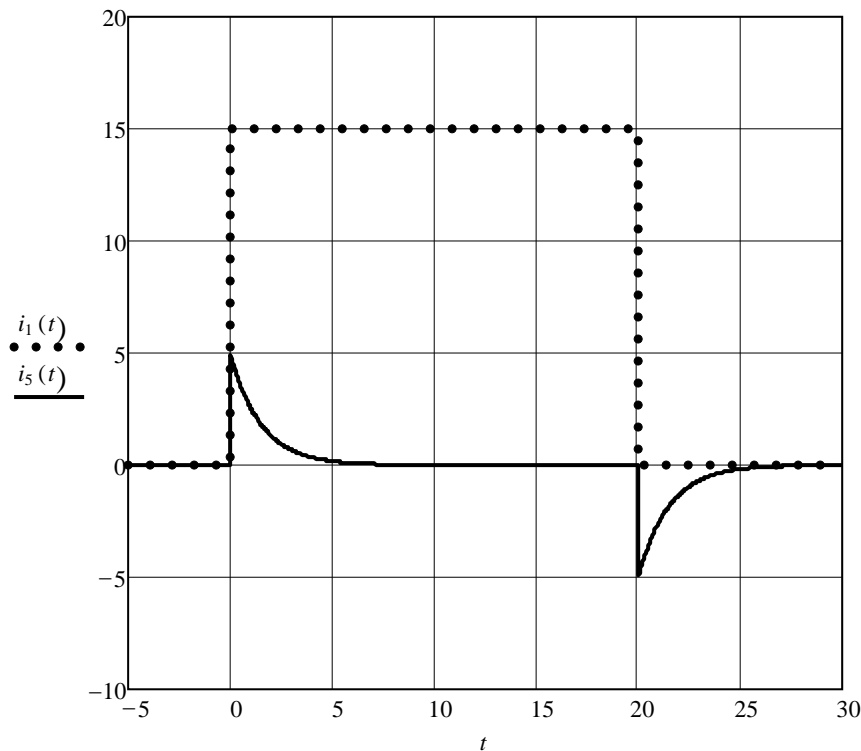


Рис. 8.6

7. **Расчет ряда Фурье периодического воздействия и прогноз вида реакции.** Для получения спектральных характеристик входного периодического воздействия используем связь дискретного спектра с изображением по Лапласу условного «первого импульса» [1].

Найдем изображение по Лапласу условного «первого импульса»  $i_{11}(t)$  входного периодического импульса, изображенного на рис. 8.1, в, для чего с

помощью метода двойного дифференцирования (применение данного метода описано в типовом примере к теме 7) представим указанный импульс в виде  $i_{11}(t) = 2t\delta_1(t) - 4(t-6)\delta_1(t-6) + 2(t-12)\delta_1(t-12)$ ; тогда:

$$I_{11}(s) = \frac{2}{s^2}(1 - 2e^{-s6} + e^{-12s}). \quad (8.3)$$

С учетом (8.3) выражение для дискретного спектра воздействия:

$$\dot{A}_{1k} = \frac{2}{T} I_{11}(s) |_{s=jk\omega_1},$$

где  $\omega_1 = 2\pi/T = \pi/6$  – частота первой гармоники;  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ;  $N$  – число гармоник ряда Фурье, используемых при расчете;

$$\begin{aligned} \dot{A}_{1k} &= \frac{2}{T} I_{11}(s) |_{s=jk\omega_1 = jk\frac{\pi}{6}} = \frac{2}{12} \frac{2}{(-k\frac{\pi^2}{36})} [1 - 2e^{-jk\pi} + e^{-j2k\pi}] = \\ &= \frac{12}{-k^2\pi^2} e^{-jk\pi} [e^{jk\pi} - 2 + e^{-j2k\pi}] = \frac{48}{k^2\pi^2} \sin^2\left(\frac{k\pi}{2}\right) e^{-jk\pi}. \end{aligned}$$

Амплитудный дискретный спектр входного периодического сигнала:

$$A_{1k} = |\dot{A}_{1k}| = \frac{48}{k^2\pi^2} \sin^2\left(\frac{k\pi}{2}\right).$$

Фазовый дискретный спектр входного периодического сигнала:

$$\Phi_k = -k\pi.$$

Графики амплитудного и фазового дискретных спектров приведены на рис. 8.7, а, б соответственно (штриховыми линиями показаны графики спектров одиночного импульса воздействия с учетом множителя  $\frac{2}{T}$ ).

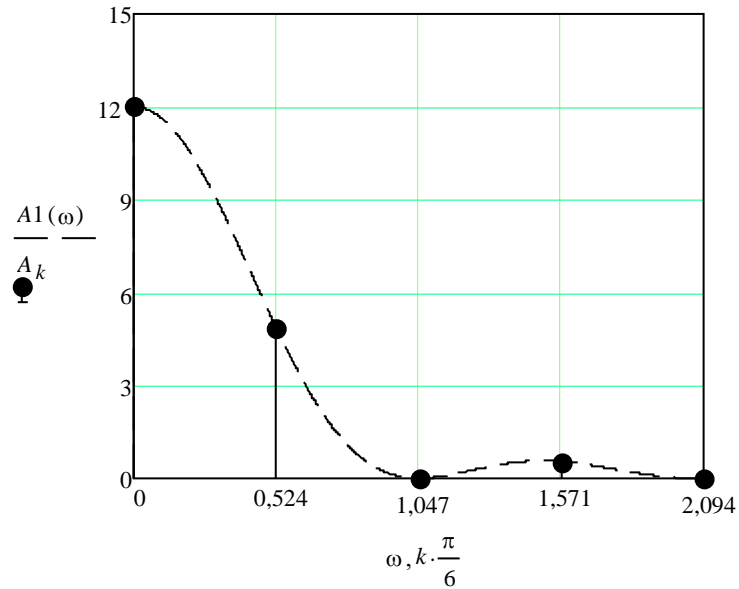
Запишем отрезок ряда Фурье, аппроксимирующий входное периодическое воздействие при  $N = 4$ :

$$i_1(t) \approx 6 + 4,87 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \pi\right) + 0,541 \cos\left(\frac{3\pi}{6}t - \pi\right).$$

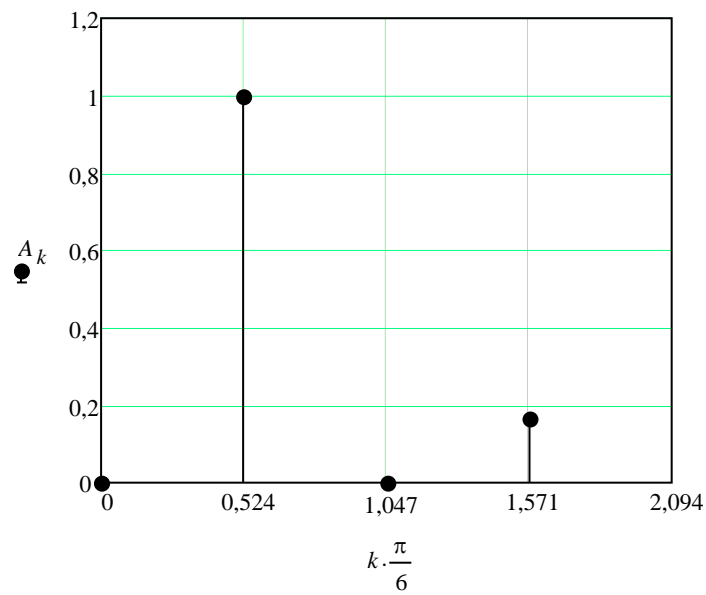
Ряд Фурье содержит постоянную составляющую (среднее значение – нулевую гармонику сигнала), значение которой можно проверить по графику воздействия (см. рис. 8.1, б):

$$A_0/2 = f_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T i_1(t) dt = \frac{S_{\Delta}}{T} = \frac{12 \cdot 6}{12} = 6,$$

где  $S_{\Delta}$  – площадь условного «первого импульса», а также содержит только нечетные гармоники, поскольку сигнал  $f(t) = i_1(t) - f_{cp}$  (т. е. без постоянной составляющей) обладает свойством  $f(t) = -f(t \pm T/2)$  [1].



*a*



*б*

Рис. 8.7

На рис. 8.8 приведены графики периодического воздействия (пунктирная линия) и его аппроксимации отрезком ряда Фурье (сплошная линия).

Тонкими штриховыми линиями на рис. 8.8 обозначены составляющие, соответствующие отдельным гармоникам отрезка ряда Фурье.

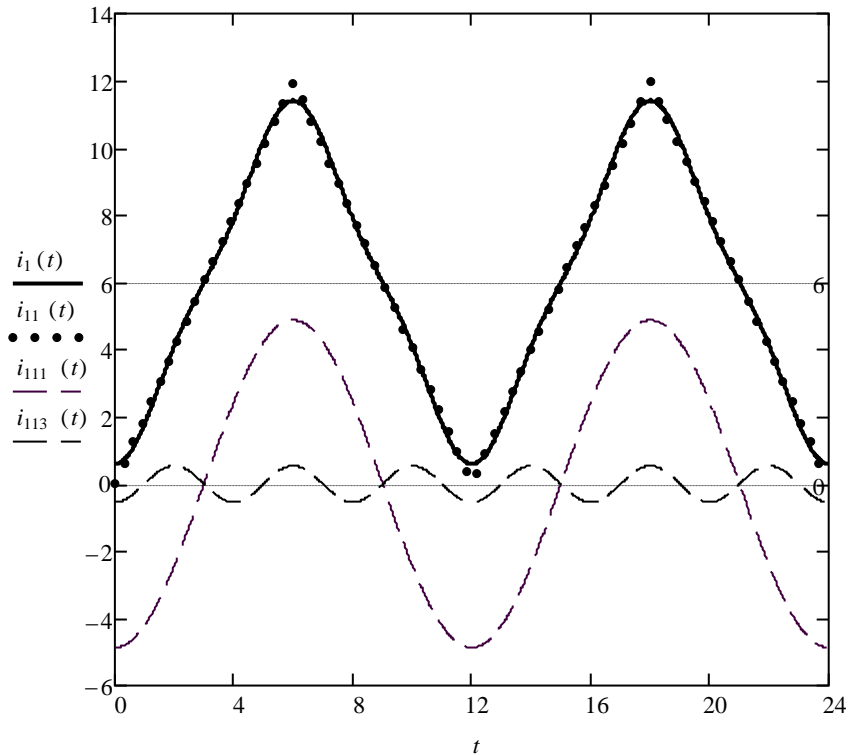


Рис. 8.8

Сравнивая дискретный спектр с частотными характеристиками цепи можно сделать вывод: постоянная составляющая сигнала на выход не пройдет (поскольку АЧХ  $A(0) = 0$ ) и практически в спектре реакции останется только первая гармоника. Следовательно, искажения будут значительными – сигнал пройдет на выход с эффектом дифференцирования.

**8. Вычисление ряда Фурье периодического выходного сигнала и оценка прогноза.** Запишем выражения для амплитудного и фазового дискретных спектров реакции при периодическом воздействии:

$$A_{2k} = A_{1k} \cdot A(k\omega_1);$$

$$\Phi_{2k} = \Phi_{1k} + \Phi(k\omega_1).$$

Полученные значения отсчетов дискретных спектров приведены в таблице.

$k$	$\omega$	$A(\omega)$	$\Phi(\omega)$	$A_{1k}$	$\Phi_{1k}$	$A_{2k}$	$\Phi_{2k}$
0	0	0	$\pi/2$	12	0	0	0
1	$\pi/6$	0,206	0,905	4,87	$-\pi$	1,00	-2,24
3	$3\pi/6$	0,307	0,401	0,541	$-\pi$	0,166	-2,74

Отрезок ряда Фурье, аппроксимирующий реакцию, имеет вид

$$i_5(t) \approx 0 + 1,00 \cos(\pi/6 t - 2,24) + 0,166 \cos(3\pi/6 t - 2,74).$$

Графики амплитудного и фазового дискретных спектров реакции на периодическое воздействие приведены на рис. 8.9.

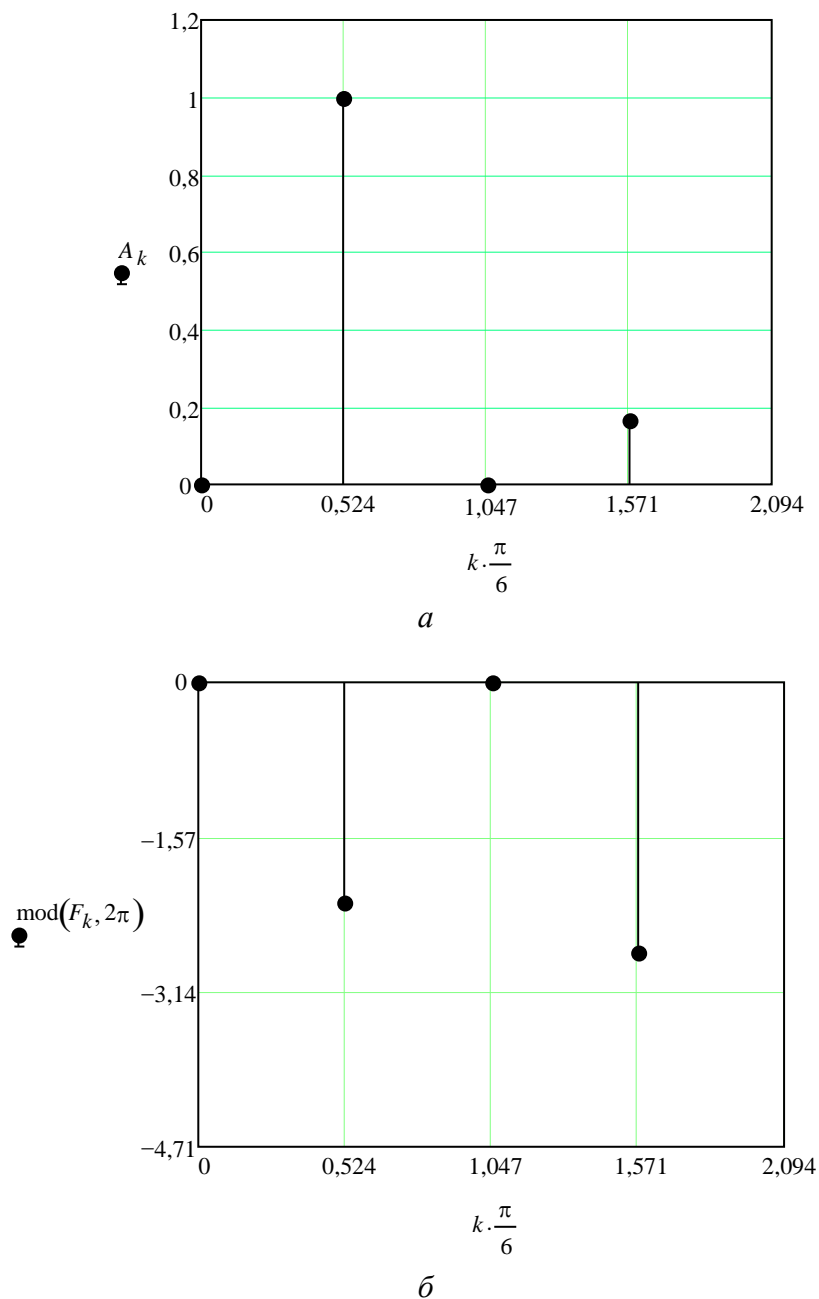


Рис. 8.9

График реакции цепи при периодическом воздействии, аппроксимированном отрезком ряда Фурье, приведен на рис. 8.10. Штриховой линией на рисунке обозначено периодическое воздействие  $i_1(t)$ , пунктиром – его

производная  $i_{00}(t)$ , а сплошной линией – реакция, аппроксимированная отрезком ряда Фурье.

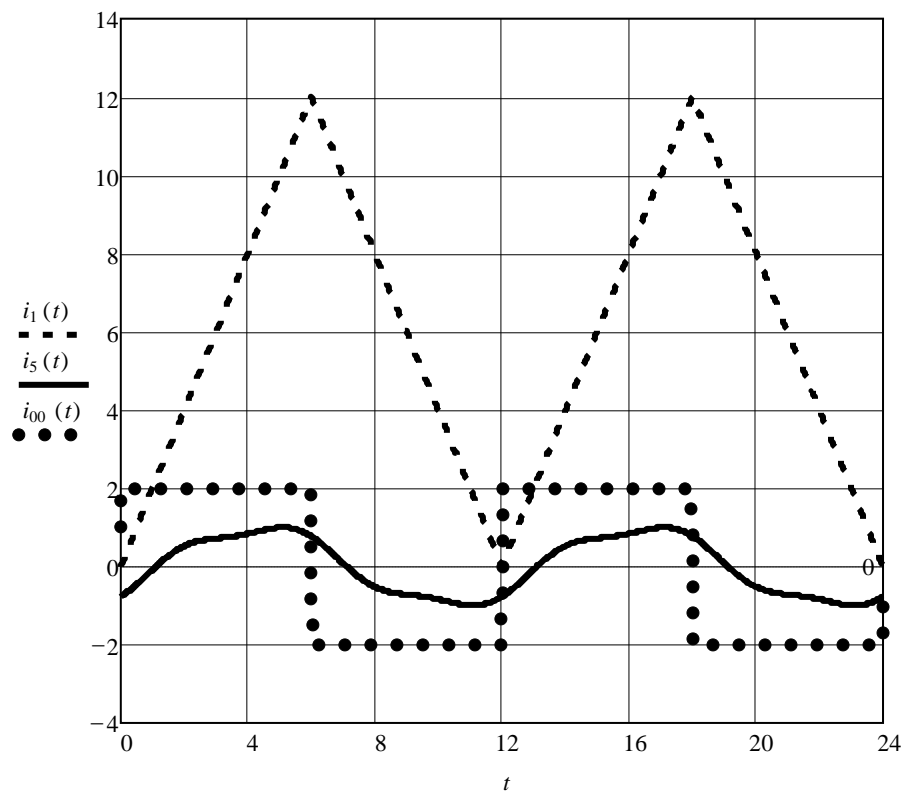


Рис. 8.10

Анализ приведенных на рис. 8.10 графиков подтверждает правильность прогнозов, сделанных в пп. 6,7, – сигнал на выход проходит с эффектом дифференцирования.

## Список литературы

1. Основы теоретической электротехники / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев, А. Н. Белянин. – СПб.: Лань, 2008.
2. Теоретические основы электротехники: справ. по теории электрических цепей / под ред. Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Э. П. Чернышева. – СПб.: Питер, 2008.
3. Сборник задач по основам теоретической электротехники: учеб. пособие / под ред. Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Э. П. Чернышева, А. Н. Белянина, Е. Б. Соловьевой. – СПб.: Лань, 2011.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980.
5. Бычков Ю. А. Аналитически-численный расчет динамики нелинейных систем. Детерминированные кусочно-степенные модели с сосредоточенными параметрами. Переходные и периодические режимы. Анализ, синтез, оптимизация / ГЭТУ.– СПб., 1997.
6. Курсовое проектирование по теоретической электротехнике: учеб. пособие: в 2 ч. Ч. I / под ред. Ю. А. Бычкова, Е. Б. Соловьевой, Э. П. Чернышева. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 108 с.

## Содержание

Список сокращений .....	3
Общие требования .....	4
Тема 7. Анализ линейной и нелинейной цепей.....	5
Тема 8. Исследование характеристик и фильтрующих свойств линейных электрических цепей .....	27
Список литературы .....	47

Барков Анатолий Павлович  
Бычков Юрий Александрович  
Дегтярев Сергей Андреевич  
Завьялов Андрей Евгеньевич  
Золотницкий Владимир Михайлович  
Зубарев Александр Владимирович  
Иншаков Юрий Михайлович  
Морозов Дмитрий Александрович  
Панкин Валерий Васильевич  
Портной Марк Саулович  
Соклакова Марина Вячеславовна  
Соколов Валентин Николаевич  
Соловьева Елена Борисовна  
Чернышев Эдуард Павлович

Курсовое проектирование по теоретической электротехнике  
Часть II  
Учебное пособие

Редактор Э. К. Долгатов

---

Подписано в печать 10.11.17. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.  
Печать цифровая. Гарнитура «Times New Roman». Печ. л. 3,0.  
Тираж 343 экз. Заказ .

---

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»  
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5