

## УПРАЖНЕНИЯ 1.

В каждом из заданий

- а) определите управляемые и неуправляемые факторы;
- б) определите пространство допустимых решений (ограничения);
- в) составьте критерий эффективности;
- г) приведите примеры каких-нибудь двух возможных стратегий и сравните их;
- д) определите оптимальную стратегию.

1.1 Задача о строительстве моста. Город, имеющий форму круга, разделен на две половины рекой, пренебрежимо малой ширины. Требуется выбрать место строительства моста так, чтобы по возможности минимизировать путь из любой точки одной половины города в любую точку другой половины города (за рекой).

1.2 Крис, Джим, Джон и Келли находятся на восточном берегу реки и хотят переправиться на западный берег с помощью каноэ. Каноэ может вместить не более двух человек. Крис, как наиболее сильный из всех своих друзей, может переправиться через реку за 1 минуту. У Джима, Джона и Келли на это уйдет соответственно 2, 5 и 10 минут. Если в каноэ находятся два человека, то время переправы определяется по слабейшему пассажиру. Цель друзей заключается в переправе на западный берег реки по возможности за минимальное время.

1.3 Число 28 представлено в виде суммы двух слагаемых так, что сумма их кубов минимальна. Найдите эти слагаемые.

1.4 Найдите число, которое превышало бы свой удвоенный квадрат на максимальное значение.

1.5 Найдите число, утроенный квадрат которого превышает его куб на максимальное значение.

1.6 Число 16 представлено в виде произведения двух положительных сомножителей так, что сумма их квадратов минимальна. Найдите эти сомножители.

1.7 Участок в форме прямоугольника площадью 800 кв.м. огорожен с трех сторон забором. Найдите наименьшую длину забора.

1.8 Площадь участка в форме параллелограмма с острым углом  $30^{\circ}$ , равна 8. Какое наименьшее значение принимает его периметр?

1.9 Участок имеет форму прямоугольной трапеции с острым углом  $30^{\circ}$ . Периметр трапеции равен 24. Определите максимально возможную площадь участка.

1.10 Площадь участка, имеющего форму равнобокой трапеции с острым углом  $30^\circ$ , равна 50. Какое наименьшее значение принимает его периметр.

1.11 В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом - 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам девочек, чтобы полученная сумма была наибольшей?

1.12 Сумма длин боковых сторон и высоты трапеции, описанной около окружности, равна 4. Найдите максимально возможное значение площади трапеции.

1.13 Требуется огородить забором прямоугольный участок земли площадью 294 кв.м и разделить затем этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина всего забора будет наименьшей?

1.14 Прямоугольный лист жести имеет линейные размеры 5 на 8 дм. В четырех углах вырезают одинаковые квадраты и делают открытую коробку, загибая края под прямым углом. Какова наибольшая вместимость полученной коробки?

1.15 Из пункта А на прогулку вышел пешеход со скоростью  $x$  км/ч. После того, как он отошел от А на 6 км, из А следом за ним выехал велосипедист, скорость которого была на 9 км/ч больше скорости пешехода. Когда велосипедист догнал пешехода, они повернули назад и возвратились вместе в А со скоростью 4 км/ч. При каком значении  $x$  время прогулки пешехода окажется наименьшим?

1.16 Зависимость объема  $Q$  (в шт) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q=15000-P$ ,  $1000 \leq P \leq 15000$ . Доход от продажи товара составляет  $PQ$  рублей. Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $3000Q+5000000$  рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Какой должна быть цена товара, чтобы прибыль была наибольшей?

1.17 Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2 и обрабатывается на них. С сервера №1 при объеме  $t^2$  Гбайт входящей в него информации выходит  $20t$  Гбайт, а с сервера №2 при объеме  $t^2$  Гбайт входящей в него информации выходит  $21t$  Гбайт обработанной информации;  $25 \leq t \leq 55$ . Каков наибольший общий объем выходящей информации при общем объеме входящей информации в 3364 Гбайт?

1.18 Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2+2x+6$  млн рублей в год. Если продукцию

завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

1.19 В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает  $t$  человек, то их суточная зарплата составляет  $4t^2$  у.е. Если на втором объекте работает  $t$  человек, то их суточная зарплата составляет  $t^2$  у.е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у.е. в этом случае придется заплатить рабочим?

1.20 В двух областях есть по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно за сутки суммарно добыть в двух областях?

1.21 Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

1.22 Предприниматель купил здание (собирается построить отель) и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратных метров. Предприниматель может определить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

1.23 В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

1.24 В двух областях работают по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,3 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда. Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

1.25 В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 60 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 3 кг никеля. Во второй шахте имеется 260 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 2 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?