

Содержание

1. Задание на выполнение курсового проекта и исходные данные.....	3
2. Перечень вопросов, подлежащих разработке и содержание работы.....	4
3. Расчетная часть.....	5
3.1. Преобразование САУ и нахождение передаточной функции системы по управляющему сигналу g	5
3.2. Преобразование САУ и нахождение передаточной функции системы от возмущающего воздействия f_2	7
3.3. Нахождение общей передаточной функции по управляющему и возмущающему воздействию.....	8
4. Исследование САУ на устойчивость и построение характеристик	9
4.1. Передаточная функция системы.....	9
4.2. Исследование системы на устойчивость по критерию Михайлова.....	9
4.3. Построение АЧХ.....	12
4.4. Построение ФЧХ.....	13
4.5. Построение функции переходного процесса.....	14
5. Выводы по работе, список используемой литературы.....	18

**Федеральное агентство по образованию РФ
Московский Государственный Технический Университет «МАМИ»**

Кафедра «Автоматика и Процессы Управления»

Задание
На курсовой проект по дисциплине:

«ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»

Студент: Хаметгалеева Н.Ж.

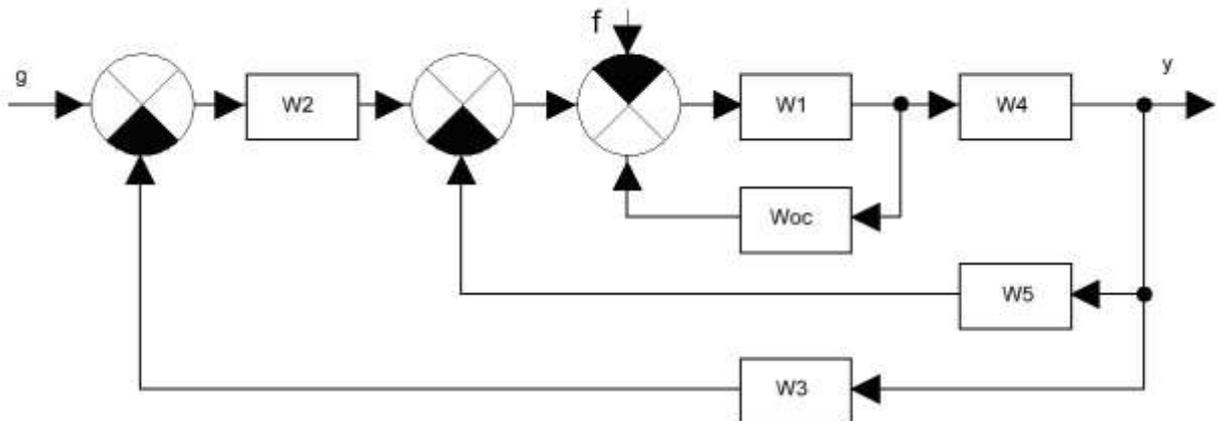
Группа: 5-УИ-5

Тема проекта:
«Определение передаточной функции сложной САУ и анализ ее динамических свойств»

Вариант № 17

Схема № 22

1. Исходные данные



Звено W_1 описывается следующим дифференциальным уравнением :

$$A_0 * \frac{d^2}{dt^2} y(t) + A_1 * \frac{d}{dt} y(t) + A_2 y(t) = B_0 * \frac{d}{dt} x(t) + B_1 x(t)$$

$$W_2 = \frac{T_1 p}{T_1 p + T_2 p + 1}; W_3 = \frac{T_1 p}{T_1 p + 1}; W_4 = \frac{T_1 p}{T_2 p + 1}; W_5 = \frac{17}{T_1 p + 1}; W_{oc} = 1;$$

$$T_1 = 34 \cdot 10^{-4} (c);$$

$$T_2 = 117 \cdot 10^{-4} (c)$$

2. Перечень вопросов, подлежащих разработке:

1. Произвести преобразование схемы САУ и найти передаточную функцию всей схемы;
2. Для выделенного преподавателем участка САУ необходимо:
 - Найти передаточную функцию системы;
 - Построить амплитудную и фазовую частотную характеристики;
 - Построить годограф и дать заключение об устойчивости системы по критерию Михайлова или Михайлова-Найквиста;
 - Если система неустойчива, то необходимо определить параметры, при которых система будет устойчива;
 - Построить переходную функцию системы;
3. Выводы по результатам анализа и расчётов.

Содержание работы:

1. Эквивалентные преобразования структурной схемы САУ;
2. Определение передаточной функции схемы сложной исходной САУ;
3. Расчёт передаточной функции выделенного участка схемы САУ;
4. Построение АЧХ, ФЧХ и ЛАХ выделенного участка схемы САУ;
5. Построение годографа и определение устойчивости САУ;
6. Построение функции переходного процесса системы;
7. Заключение.

Руководитель работы: доц. Зубков А.С. _____ < _____ > _____ 2009г.

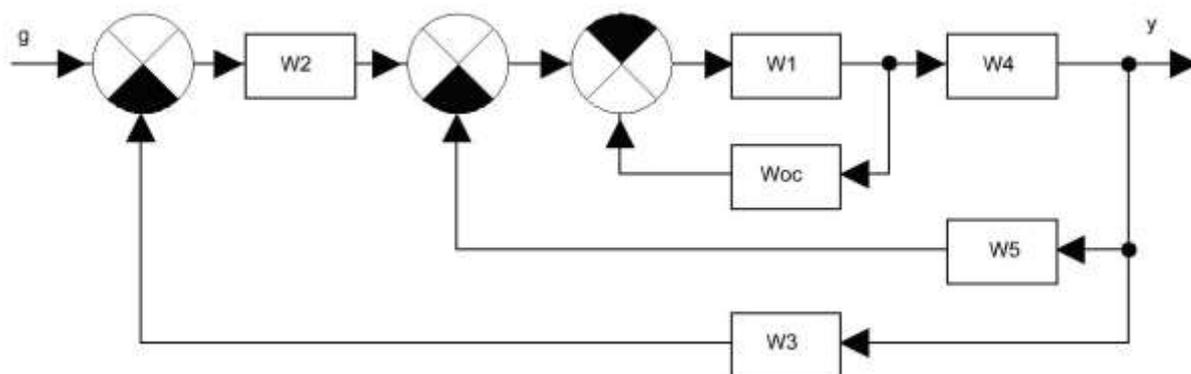
Дата выдачи задания: << _____ >> _____ 2009г. Срок сдачи: << _____ >> _____ 2009г.

Задание принял к исполнению _____

3. Расчетная часть

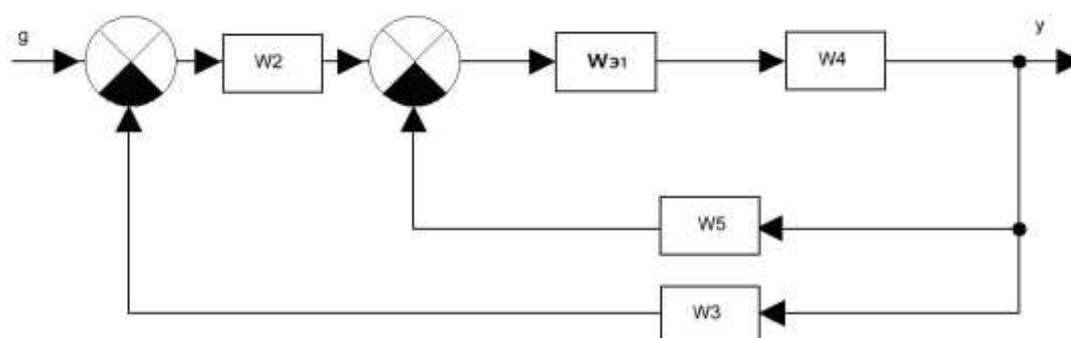
3.1 Преобразование САУ и нахождение передаточной функции системы по управляющему сигналу g.

Принимаем возмущающее воздействие $f=0$



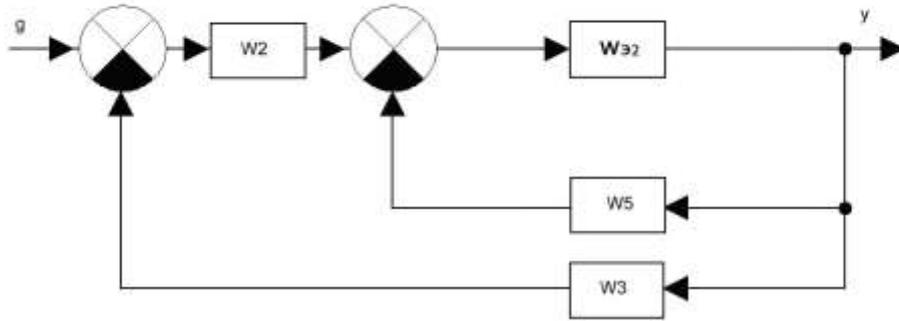
3.1.1 Преобразуем встречно-параллельное включение W_1 и W_{oc} :

$$W_{\Sigma 1} = \frac{W_1}{1 - W_1 * W_{oc}}$$



3.1.2 Преобразуем последовательно включение $W_{\partial 1}$ и W_4 :

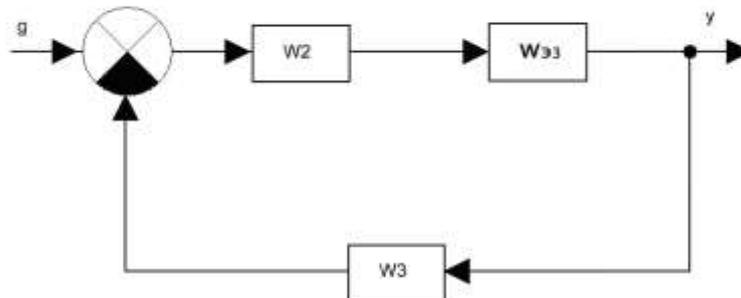
$$W_{\partial 2} = W_{\partial 1} * W_4$$



1.1.3 Преобразуем встречно-параллельное включение $W_{\partial 2}$ и W_5 :

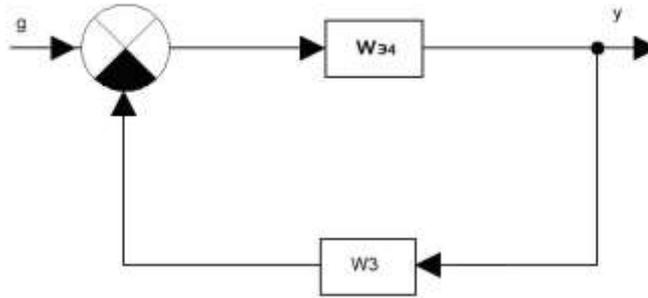
$$W_{\partial 3} = \frac{W_{\partial 2}}{1 + W_{\partial 2} * W_5} = \frac{W_{\partial 1} * W_4}{1 + W_{\partial 1} * W_4 * W_5} = \frac{\frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{OC}}}{1 + \frac{W_1 * W_4 * W_5}{1 - W_1 * W_{OC}}} = \frac{\frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{OC}}}{\frac{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}{1 - W_1 * W_{OC}}} =$$

$$= \frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}$$



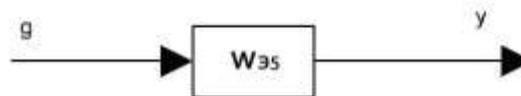
1.1.4 Преобразуем последовательно включение $W_{\text{Э3}}$ и W_2 :

$$W_{\text{Э4}} = W_{\text{Э3}} * W_2$$



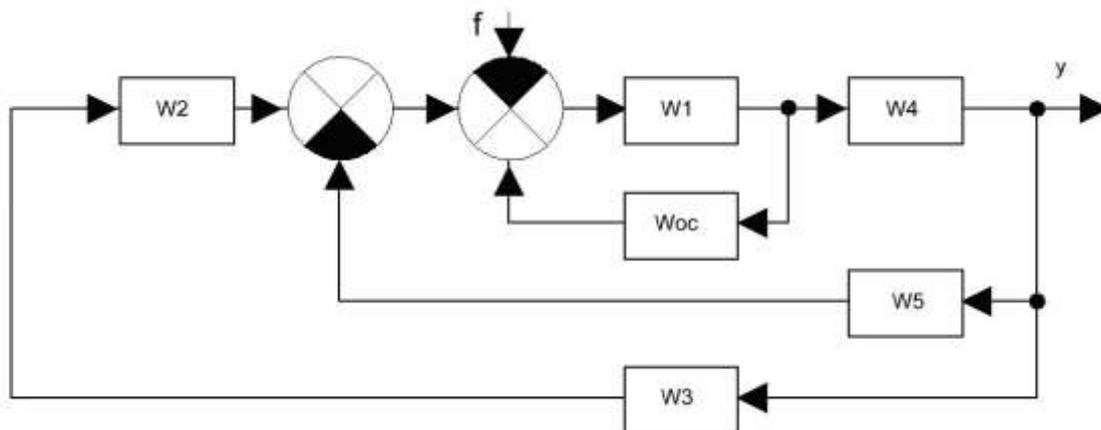
1.1.5 Преобразуем встречно-параллельное включение $W_{\text{Э4}}$ и W_3 и найдем общую передаточную функцию эквивалентной схемы с выходным сигналом g :

$$\begin{aligned}
 W_{\text{Э5}} &= \frac{W_{\text{Э4}}}{1 + W_{\text{Э4}} * W_3} = \frac{W_{\text{Э3}} * W_2}{1 + W_{\text{Э3}} * W_2 * W_3} = \frac{\frac{W_1 * W_4 * W_2}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}}{1 + \frac{W_1 * W_4 * W_2 * W_3}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}} = \\
 &= \frac{\frac{W_1 * W_4 * W_2}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}}{\frac{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5 + W_1 * W_4 * W_2 * W_3}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}} = \frac{W_1 * W_4 * W_2}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5 + W_1 * W_2 * W_3 * W_4}
 \end{aligned}$$



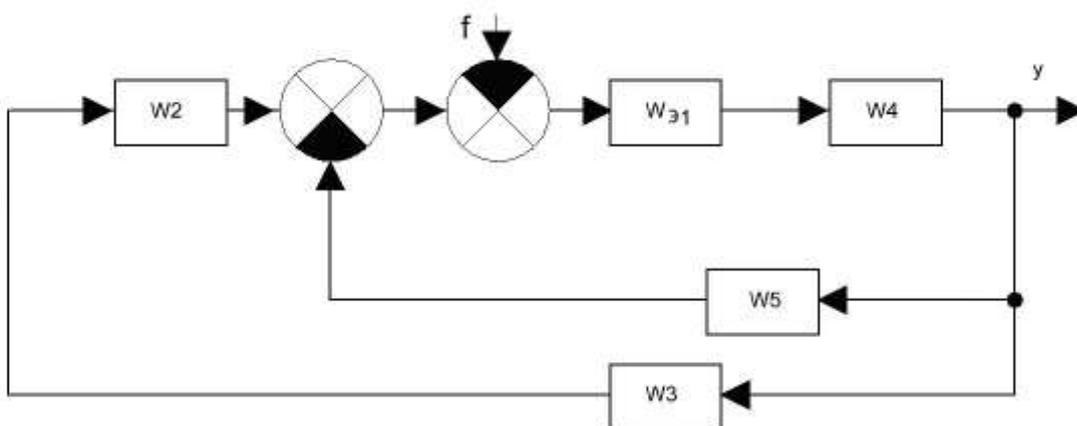
3.2. Преобразование САУ и нахождение передаточной функции системы от возмущающего воздействия f.

Принимаем $g=0$.



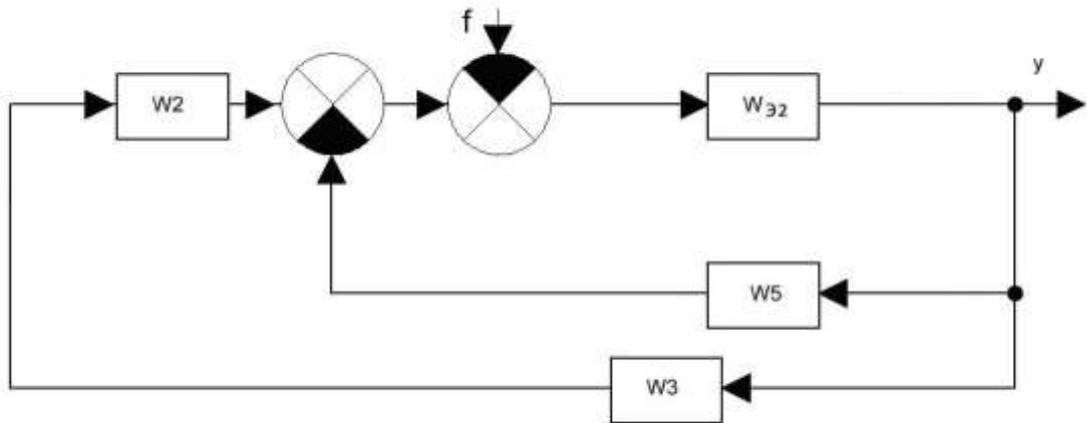
1.2.1 Преобразуем встречно-параллельное включение W_1 и W_{oc} :

$$W_{\exists 1} = \frac{W_1}{1 - W_1 * W_{oc}}$$



1.2.2 Преобразуем последовательно включение $W_{\exists 1}$ и W_4 :

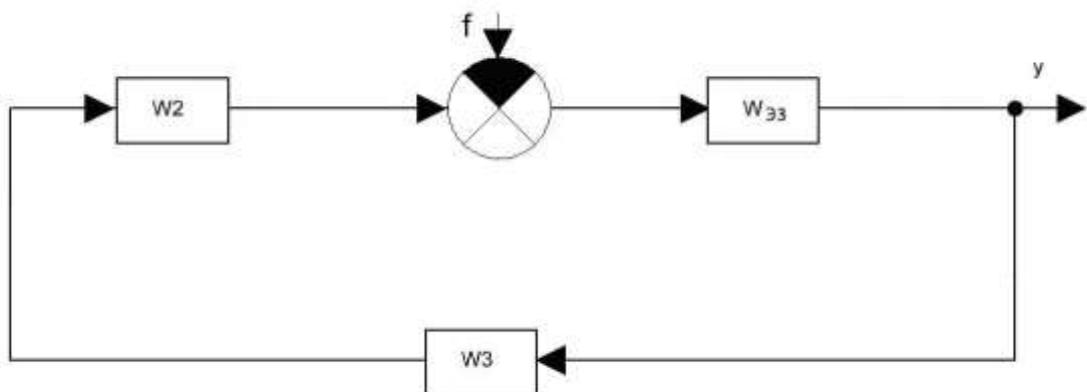
$$W_{\exists 2} = W_{\exists 1} * W_4$$



1.2.3 Преобразуем встречно-параллельное включение $W_{\exists 2}$ и W_5 :

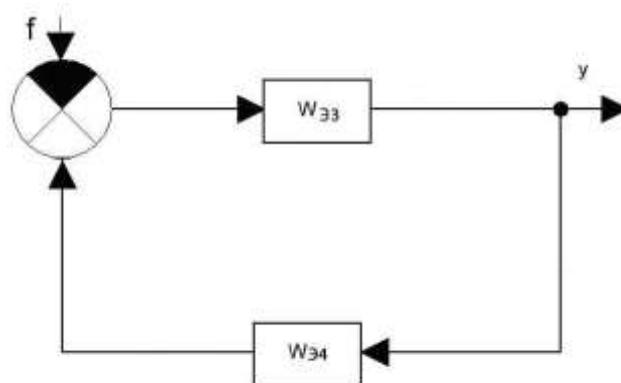
$$W_{\exists 3} = \frac{W_{\exists 2}}{1 + W_{\exists 2} * W_5} = \frac{W_{\exists 1} * W_4}{1 + W_{\exists 1} * W_4 * W_5} = \frac{\frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{oc}}}{1 + \frac{W_1 * W_4 * W_5}{1 - W_1 * W_{oc}}} = \frac{\frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{oc}}}{\frac{1 - W_1 * W_{oc} + W_1 * W_4 * W_5}{1 - W_1 * W_{oc}}} =$$

$$= \frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{oc} + W_1 * W_4 * W_5}$$



1.2.4 Преобразуем последовательно включение W_3 и W_2 :

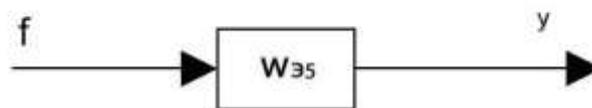
$$W_{\text{Э4}} = W_3 * W_2$$



1.2.5 Преобразуем встречно-параллельное включение $W_{\text{Э4}}$ и $W_{\text{Э3}}$ и найдем общую передаточную функцию эквивалентной схемы с выходным сигналом f :

$$W_{\text{Э5}} = \frac{W_{\text{Э3}}}{1 - W_{\text{Э3}} * W_{\text{Э4}}} = \frac{\frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}}{1 - \frac{W_1 * W_4 * W_2 * W_3}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}} =$$

$$= \frac{\frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}}{\frac{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_5 - W_1 * W_4 * W_2 * W_3}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5}} = \frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{OC} + W_1 * W_4 * W_5 - W_1 * W_4 * W_2 * W_3}$$



3.3 Нахождение общей передаточной функции по управляющему и возмущающему воздействию:

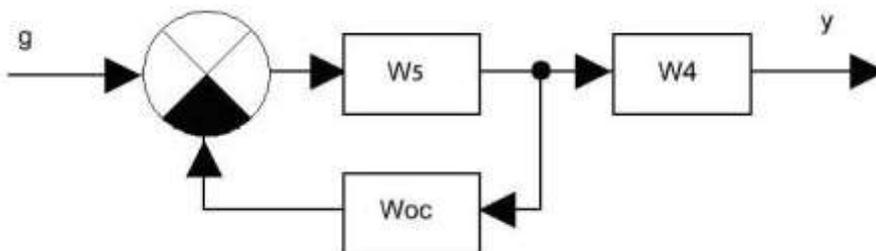
На основе принципа суперпозиции (т.к. система автоматическая линейная). Закон регулирования автоматизированной системы имеет вид

$$Y = g * W_{\text{общ}}(g) + f * W_{\text{общ}}(f)$$

$$Y = g \cdot \left[\frac{W_1 * W_4 * W_2}{1 - W_1 * W_{oc} + W_1 * W_4 * W_5 + W_1 * W_2 * W_3 * W_4} \right] + f \cdot \frac{W_1 * W_4}{1 - W_1 * W_{oc} + W_1 * W_4 * W_5 - W_1 * W_4 * W_2 * W_3}$$

4. Исследование САУ на устойчивость и построение характеристик

Схема для исследования, указанная преподавателем:



4.1. Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{W_5 \cdot W_4}{1 + W_5 \cdot W_{oc}}$$

Подставим значения передаточных функций W_5 и W_4 :

$$W = \frac{\left(\frac{K_0}{T_1 p + 1}\right) \cdot \left(\frac{T_1 p}{T_2 p + 1}\right)}{1 + \left(\frac{K_0}{T_1 p + 1}\right) \cdot 1} = \frac{\left(\frac{K_0 \cdot T_1 p}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}\right)}{\left(\frac{(T_1 p + 1) + K_0}{(T_1 p + 1)}\right)} = \frac{K_0 \cdot T_1 p}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)} \cdot \frac{T_1 p + 1}{(T_1 p + 1) + K_0} =$$

$$= \frac{K_0 \cdot T_1 p}{(T_2 p + 1) \cdot ((T_1 p + 1) + K_0)}$$

Теперь подставим численные значения $K_0 = 17$, $T_1 = 0,0034$ сек и $T_2 = 0,0117$

$$W(p) = \frac{K_0 \cdot T_1 p}{(T_2 p + 1) \cdot ((T_1 p + 1) + K_0)} = \frac{17 \cdot 0,0034 \cdot p}{(0,0117 \cdot p + 1) \cdot ((0,0034 \cdot p + 1) + 17)} =$$

$$= \frac{0,0578 \cdot p}{0,00003978 \cdot p^2 + 0,214p + 18}$$

4.2 Исследование системы на устойчивость по критерию Михайлова.

Критерий Михайлова: для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы ее характеристический вектор при изменении частоты от 0 до $+\infty$ повернулся в положительном направлении (против часовой стрелки), начиная с положительной вещественной оси на число квадрантов, равное порядку характеристического уравнения.

Характеристический вектор получают путем подстановки в выражение для характеристического полинома

$$D(p) = C_n \cdot p^n + C_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + C_1 \cdot p + C_0,$$

Значения $p = j\omega$. Тогда характеристический вектор представляется комплексной величиной, определяемой как:

$$D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

где

$$U(\omega) = C_0 - C_2 \omega^2 + C_4 \omega^4 \dots + C_n \omega^n - \dots$$

$$V(\omega) = \omega \times [C_1 - C_3 \omega^2 + C_5 \omega^4 \dots]$$

Если задаваться различными значениями ω и откладывать значения $U(\omega)$ по горизонтальной, а $V(\omega)$ – по вертикальной осям декартовой системы координат, то будет получена кривая, называемая годографом Михайлова.

Для устойчивости САУ необходимо выполнение условия вида:

$$\Delta_{\omega=0 \rightarrow \infty} \arg D(j\omega) = n \frac{\pi}{2}.$$

Для вывода этого утверждения представим характеристический полином в виде

$$D(p) = (p - p_1) \cdot (p - p_2) \cdot \dots \cdot (p - p_n),$$

где p_i – корни характеристического уравнения $D(p) = 0$.

На комплексной плоскости каждому корню соответствует определенная точка. Подставив $p = j\omega$, получаем

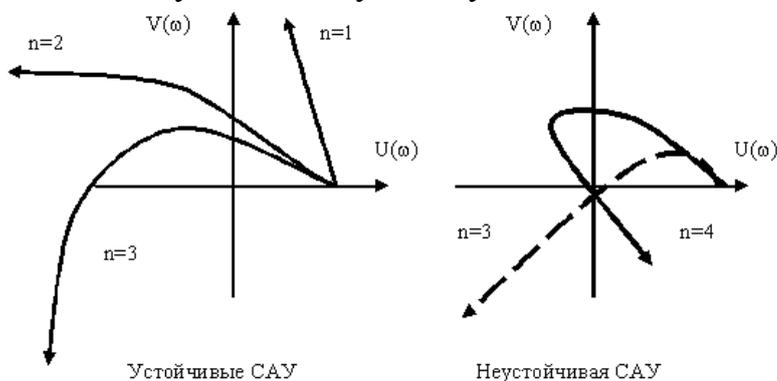
$$D(j\omega) = (j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2) \cdot \dots \cdot (j\omega - p_n).$$

Каждый вектор $(j\omega - p_i)$ может быть представлен в виде вектора, начало которого лежит в точке, определяющей корень p_i а конец лежит на мнимой оси. Следовательно, $D(j\omega)$ можно представить суммарным вектором, равным произведению элементарных векторов. Модуль суммарного вектора будет равен произведению модулей отдельных векторов, а фаза – сумме фаз этих векторов. При изменении частоты конец каждого вектора будет перемещаться вдоль мнимой оси. При изменении частоты от $-\infty$ до $+\infty$ каждый составляющий вектор, начало которого лежит на вещественной оси, повернется на угол, равный π , если его начало лежит в левой полуплоскости, и равный $-\pi$, если его начало лежит в правой полуплоскости. Каждая пара комплексно-сопряженных корней – соответственно на угол $+\pi$.

Если характеристическое уравнение имеет m корней в правой полуплоскости, то в левой полуплоскости число этих корней будет равно $n-m$. При изменении частоты от $-\infty$ до $+\infty$ суммарный угол поворота вектора характеристического полинома определяется как

$$\arg(D(j\omega)) = -m\pi + (n - m)\pi = (n - 2m)\pi.$$

Для устойчивости САУ необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения лежали в левой полуплоскости, то есть чтобы $m = 0$. Таким образом, если вектор характеристического полинома замкнутой САУ порядка "n" при изменении частоты от $-\infty$ до $+\infty$ описывает в положительном направлении угол $n\pi$, то такая система регулирования будет устойчива. В противном случае САУ будет неустойчива.



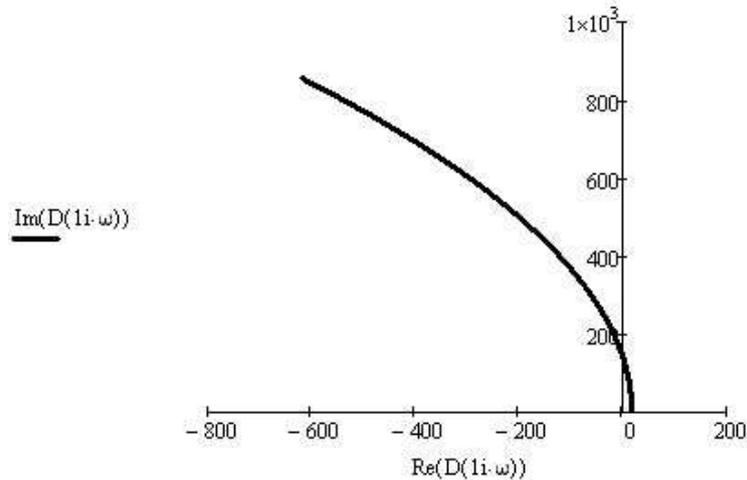
В нашем случае:

$$D(p) = (T_2 p + 1) \cdot ((T_1 p + 1) + K_0) = (0,0117 p + 1) \cdot (0,0034 p + 18)$$

Подставим вместо p $i\omega$ и выделим вещественную и мнимую часть:

$$D(i \cdot \omega) = (0,0214 \cdot i \cdot \omega) + (18 - 0,00003978 \cdot \omega^2)$$

Теперь будем задаваться различными значениями ω и по точкам строить кривую на комплексной плоскости, она и будет кривой Михайлова.



Исследуя годограф Михайлова, приходим к выводу, что годограф при изменении ω от 0 до $+\infty$, проходит 2 квадранта и не проходит через начало координат, следовательно САУ устойчивая.

4.3 Построение амплитудно-частотной характеристики.

По определению АЧХ - это модуль частотной передаточной функции.

$$W(p) = \frac{K_0 \cdot T_1 p}{(T_2 p + 1) \cdot ((T_1 p + 1) + K_0)} = \frac{0,0578 p}{0,00003978 p^2 + 0,214 p + 18}$$

Заменяем p на « $i\omega$ »:

$$\begin{aligned} W(i\omega) &= \frac{K_0 \cdot T_1 \cdot i \cdot \omega}{(T_2 \cdot i \cdot \omega + 1) \cdot ((T_1 \cdot i \cdot \omega + 1) + K_0)} = \\ &= \frac{K_0 \cdot T_1 \cdot i \cdot \omega}{-T_1 \cdot T_2 \cdot \omega^2 + T_2 \cdot i \cdot \omega + T_1 \cdot i \cdot \omega + 1 + K_0 \cdot T_2 \cdot i \cdot \omega + K_0} \end{aligned}$$

Подставим численные значения:

$$W(i \cdot \omega) = \frac{0.0578 \cdot i \cdot \omega}{-0.00003978 \cdot \omega^2 + 0.0214 \cdot i \cdot \omega + 18}$$

Находим модуль от $W(i\omega)$:

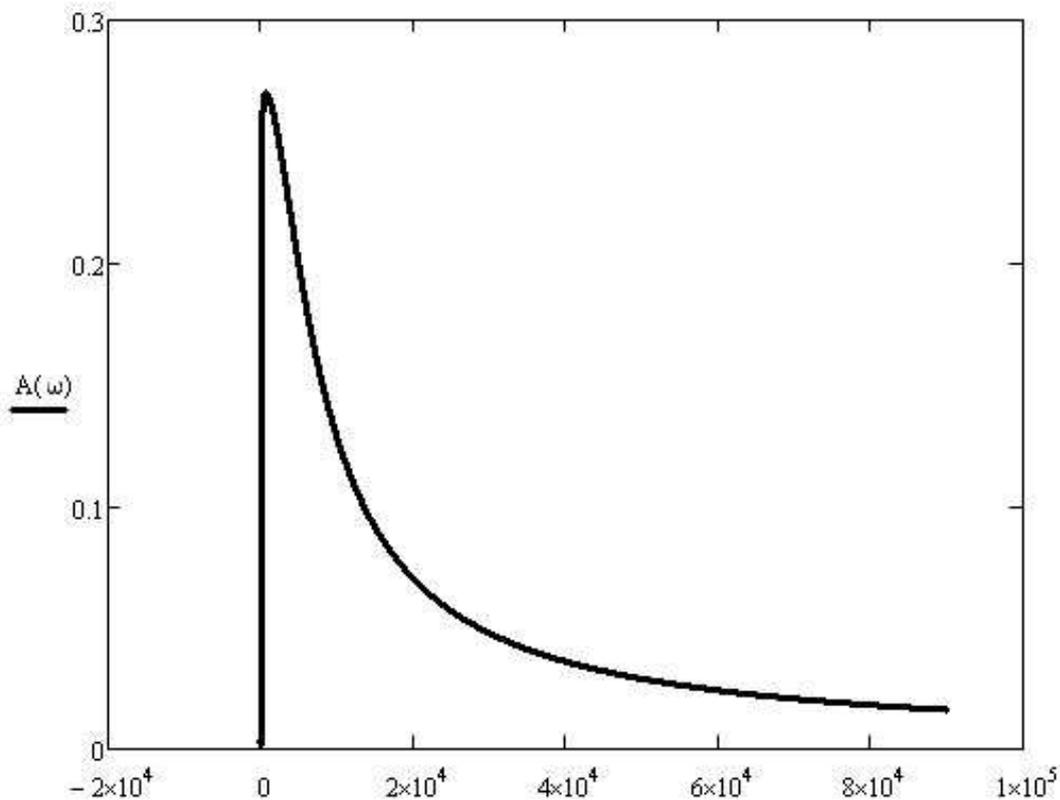
$$A(\omega) = \frac{\sqrt{(0.0578 \cdot i \cdot \omega)^2}}{\sqrt{(-0.00003978 \cdot \omega^2 + 18)^2 + (0.214 \cdot i \cdot \omega)^2}}$$

В MathCAD определяем АЧХ:

$$A(\omega) := |W(i \cdot \omega)|$$

Амплитудно-частотная характеристика исследуемой САУ

$\omega := -1, 0, 5 \dots 90000$



4.4 Построение фазово-частотной характеристики.

Фазово-частотная характеристика – это аргумент частотной передаточной функции (по определению)

Пусть $W(i\omega) = \text{Re}W(i\omega) + i \text{Im}W(i\omega)$, тогда

$$\Phi(\omega) = \arg W(i\omega) = \arctg\left(\frac{\text{Im}W(i\omega)}{\text{Re}W(i\omega)}\right)$$

$$W(i \cdot \omega) = \frac{0.0578 \cdot i \cdot \omega}{0.214 \cdot i \cdot \omega - 0.00003978 \cdot i \cdot \omega^2 + 18}$$

Домножим и разделим на комплексное сопряженное знаменателю, получим:

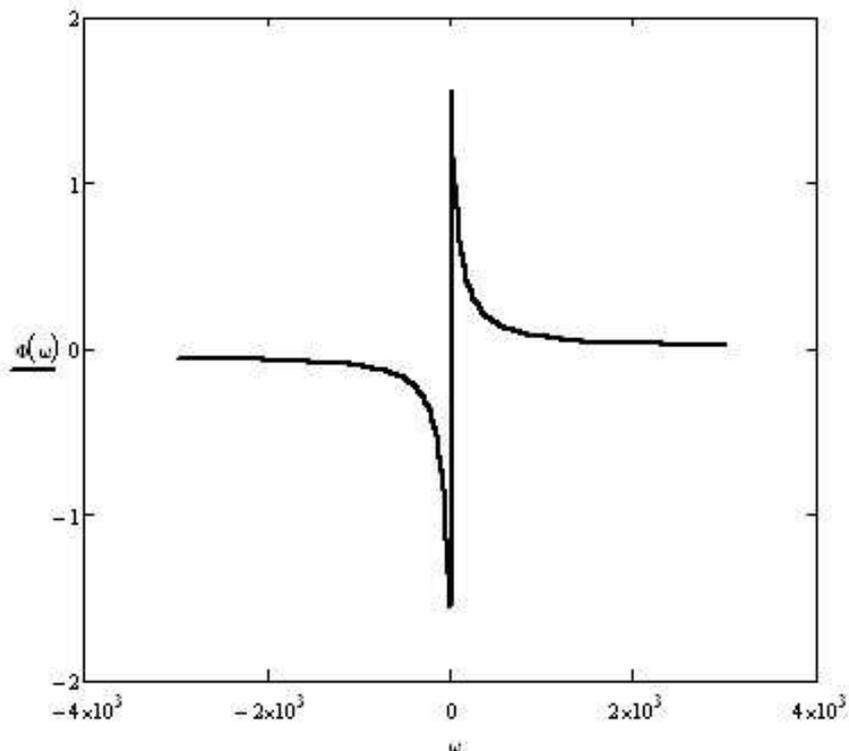
$$\begin{aligned}
 W(i \cdot \omega) &= \frac{0,0578 \cdot i\omega \cdot [(18 - 0,00003978 \cdot i\omega^2) - 0,214i \cdot \omega]}{[(18 - 0,00003978 \cdot i\omega^2) + 0,214i \cdot \omega][(18 - 0,00003978 \cdot i\omega^2) - 0,214i \cdot \omega]} \\
 &= \frac{1,0404 \cdot i\omega - 0,000002299284 \cdot i^2 \omega^3 - 0,0123692i^2 \cdot \omega^2}{(18 - 0,00003978 \cdot i\omega^2)^2 - (0,2148i \cdot \omega)^2} = \\
 &= \frac{1,0404 \cdot i\omega + 0,000002299284 \cdot \omega^3 + 0,0123692 \cdot \omega^2}{324 + 0,00003978 \cdot \omega^2 + 0,00003978^2 \cdot \omega^4 + 0,045796\omega^2} = \\
 &= \frac{1,0404 \cdot i\omega + 0,000002299284\omega^3 + 0,0123692\omega^2}{0,00003978^2 \omega^4 + 0,04583578 \cdot \omega^2 + 324} = \\
 &= \frac{0,000002299284\omega^3 + 0,0123692\omega^2}{0,00003978^2 \omega^4 + 0,04583578 \cdot \omega^2 + 324} + \left(\frac{1,0404\omega}{0,00003978^2 \omega^4 + 0,04583578 \cdot \omega^2 + 324} \right) \cdot i
 \end{aligned}$$

$$\Phi(\omega) = \arctg \left[\frac{1,0404\omega}{0,000002299284\omega^3 + 0,0123692\omega^2} \right]$$

Рассчитываем $\Phi(\omega)$ с помощью MathCAD и строим график фазово-частотной характеристики:

$$\Phi(\omega) := \text{atan} \left(\frac{\text{Im}(W(i \cdot \omega))}{\text{Re}(W(i \cdot \omega))} \right)$$

Фазово-частотная характеристика исследуемой САУ
 $\omega = -3000..3000$



4.5. Построение функции переходного процесса.

Для построения переходной характеристики системы будем использовать теорему разложения.

Пусть искомая функция $y(t)=h(t)$ по Карсону-Хевисайду имеет изображение:

$$y(P) = \frac{B(P)}{A(P)} = \frac{b_0 \cdot P^m + b_1 \cdot P^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot P + b_m}{a_0 \cdot P^n + a_1 \cdot P^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot P + a_n}$$

Где $a_0 \cdot P^n + a_1 \cdot P^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot P + a_n = 0$ – характеристическое уравнение.

Здесь $m \leq n$ всегда, а характеристическое уравнение не имеет нулевых и кратных корней, тогда согласно теореме разложения:

$$y(t) = \frac{B(0)}{A(0)} + \sum \frac{B(P_k)}{P_k \cdot A'(P_k)} \cdot e^{P_k t}$$

Где P_k – корни характеристического уравнения.

Найдем $y(t)$ САУ при воздействиях единичного скачка входного сигнала $l(t)$ и нулевых начальных условиях:

$$W(P) = \frac{0,0578P}{0,00003978P^2 + 0,214P + 18}$$

Найдем корни характеристического уравнения: $0,00003978p^2 + 0,214p + 18 = 0$

С помощью MathCAD ver.13.0

$$P_1 = -8,54 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$$

$$P_2 = -2,6 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$$

Так как нулевых и кратных корней нет, то данный метод можно использовать.

Используем теорему разложения.

Разделим числитель и знаменатель на 0,00003978, получим:

$$y(t) = W(P) = \frac{0,0578P}{0,00003978P^2 + 0,214P + 18} = \frac{1453P}{P^2 + 5379P + 452488}$$

$$B(P) = 1453P$$

$$A(P) = P^2 + 5379P + 452488$$

$$A'(P) = 2P + 5379$$

$$B(0) = 0$$

$$A(0) = 452488$$

Вычислим отдельно отношения: $\frac{B(P_k)}{P_k \cdot A'(P_k)}$ при

$$P_1 = -8,54 \cdot 10^3 c^{-1}, P_2 = -2,6 \cdot 10^3 c^{-1}$$

Согласно Теореме разложения получим:

$$y(t) = \sum \frac{1453P_k}{P_k \cdot (2P_k + 5379)} \cdot e^{P_k t}$$

Подставляем вместо P_k значения корней характеристического уравнения.

Получаем:

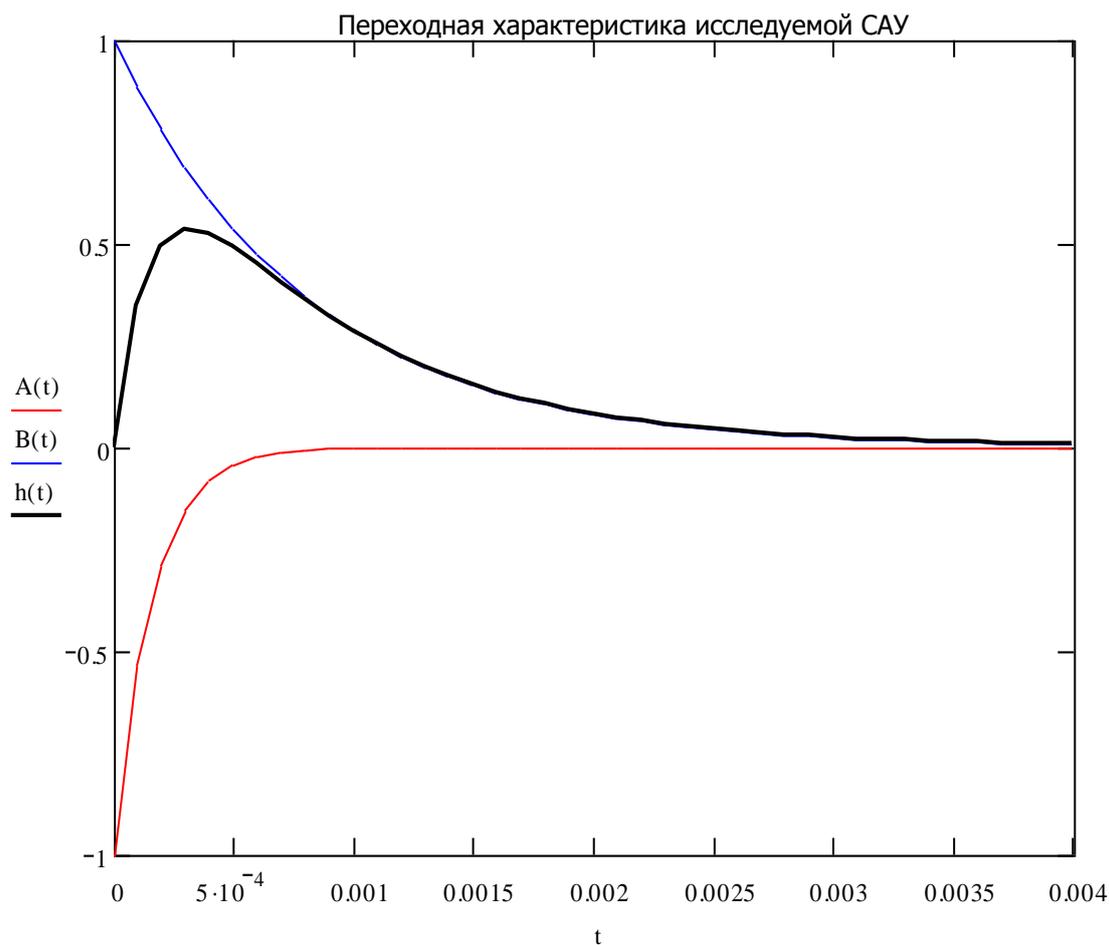
$$y(t) = \left[\frac{1453 \cdot (-8540)}{-8540 \cdot [2(-8540) + 5379]} e^{-8540t} + \frac{1453 \cdot (-2600)}{-2600 \cdot [2(-2600) + 5379]} e^{-2600t} \right] \cdot l(t) =$$

$$= \left[\frac{-12408620}{-12408620} e^{-8540t} + \left(\frac{-3777800}{-3777800} \right) \cdot e^{-2600t} \right] \cdot l(t) = \left[-e^{-8540t} + e^{-2600t} \right] \cdot l(t)$$

$$h(t) = y(t) = \left[-e^{-8540t} + e^{-2600t} \right] \cdot l(t)$$

По относительным слагаемым строим график переходной характеристики системы автоматического регулирования:

Для построения используем MathCAD ver.13.0



Начальное значение переходной характеристики:

$$h_0 = \lim_{t \rightarrow 0} h(t) = 0$$

Установившееся значение переходной характеристики:

$$h_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$$

Вывод:

Исследуя систему автоматического управления на устойчивость по критерию Михайлова, приходим к выводу, что годограф Михайлова начинается на вещественной оси в точке с координатами (0, 5) при изменении ω от 0 до $+\infty$, проходит последовательно 2 квадранта против часовой стрелки, не обращается в нуль и стремится к $+\infty$ во 2 квадранте. Следовательно, на основе вышеизложенного, можем сделать вывод, что исследуемая система автоматического управления будет устойчивой.

Список литературы:

1. В. А. Бесекерский, Е. П. Попов «Теория систем автоматического регулирования», М.Наука, ГРФМЛ, 1966 г.
2. Е. А. Никулин «Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем», г. Санкт-Петербург, изд-во «БХВ-Петербург», 2004 г.
3. Методические указания по выполнению курсовых работ по дисциплине «Теория Автоматического Управления», А.С. Зубков, В.В.Матросова, В.В. Чернокозов, МГТУ «МАМИ», 2007 г.
4. Курс лекций по дисциплине «Теория автоматического управления», 4-5 семестр, проф. Соковиков В. К., МГТУ «МАМИ», 2008-2009 г.