

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Ижевский государственный технический университет
имени М.Т. Калашникова»
Кафедра «Механика и моделирование»

Гидравлический расчет разветвленного трубопровода

Рекомендовано учебно-методическим советом
ФГБОУ ВПО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова» для использования в
учебном процессе в качестве
элемента УЭМКД для студентов обучающихся по специальности 130602-
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов, по направлениям
140500 – Энергомашиностроение, 130602 – Авиа- и ракетостроение, 151000 -
Технологические машины и оборудование при изучении дисциплины
«Механика жидкости и газа»

УДК 532.55

Методические указания предназначены для выполнения курсовой работы по курсу «Механика жидкости и газа» по специальности 130602- Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов, по курсу «Механика жидкости и газа» по направлениям 140500 - Энергомашиностроение и 130602 – Авиа- и ракетостроение, 151000 - Технологические машины и оборудование и содержат необходимые теоретические сведения, варианты заданий и требования к отчету.

Составители: *доцент, к.ф.-м.н. Королева М.Р., к.т.н. Чернова А.А.*

Рецензент:

Настоящие методические указания являются пособием по выполнению курсовой работы по курсу «Механика жидкости и газа». Предназначены для студентов технических специальностей всех форм обучения и направлены на закрепление лекционного материала. Содержат требования по подготовке, выполнению и оформлению практических работ, а также контрольные вопросы для самопроверки и список литературных источников.

Введение

Механика жидкости и газа изучает движение таких изменяемых сред как газ и жидкость. Изучать движение жидкости и газа в том состоянии как они встречаются в природе достаточно трудная задача, поскольку на них оказывают влияние множество факторов. Поэтому выделяют две модели жидкой и газообразной среды: идеальная – без внутреннего трения и вязкая – с внутренним трением. И жидкости и газы обладают многими сходными свойствами. Однако существуют свойства, связанные с молекулярной структурой, которые отличают их друг от друга. В отличие от газа расстояние между молекулами в жидкости мало. Поэтому внешние силы почти не оказывают влияния на изменение объема жидкостей. Поэтому в отличие от газов жидкости можно считать практически несжимаемыми средами. Газы же являются хорошо сжимаемыми средами. В дальнейшем и жидкость и газ будем называть жидкостью, указывая в отдельных случаях конкретный вид среды.

Одной из важнейших особенностей механики жидкости является то, что в основу ее положена так называемая модель сплошной среды. Как известно, для описания среды, состоящей из большого числа молекул в сравнительно малом объеме (жидкости и газы) в физике широко используются два пути: феноменологический и статистический (иногда их называют корпускулярной и континуальной моделями). Феноменологический путь изучения основывается на простейших допущениях. Оставляя в стороне вопрос о строении вещества, он наделяет его такими свойствами, которые наилучшим образом устанавливают соответствие между наблюдаемыми явлениями и их описанием.

При таком подходе жидкости (газы) рассматриваются как непрерывная среда, способная делиться до бесконечности. Другими словами, жидкость (газ) представляется состоящими из достаточно малых частиц непрерывным образом заполняющих пространство. Эта среда обладает свойством инерции и наделена различными физическими свойствами. В соответствии с такой

моделью все параметры жидкости (плотность, вязкость и др.) изменяются непрерывно от точки к точке, что позволяет при анализе движения среды применять математический аппарат дифференциального и интегрального исчислений, хорошо разработанный для непрерывных функций.

Понятие о частицах жидкости, которым широко оперирует гидрогазодинамика, неразрывно связано с понятием о физически бесконечно малом объеме. Это объем, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с характерными размерами объекта, но он содержит в себе настолько много молекул, что его средние характеристики (например, плотность) становятся устойчивыми по отношению к изменению объема. Поэтому, например, фраза «объем стягивается в точку» означает, что он стремится не к нулю, а к физически бесконечно малому объему. Следует твердо усвоить, что все законы механики жидкости справедливы до тех пор, пока справедлива модель сплошной среды.

Краткие теоретические сведения

Основные гидродинамические величины, характеризующие состояние жидкости

p - давление [Па], W - объем [м^3], m - масса [кг], T - [К], $\rho = \frac{m}{W}$ - плотность [$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$], $V(V_x, V_y, V_z)$ - скорость [$\frac{\text{м}}{\text{с}}$]. Основное уравнение, связывающее термодинамические величины потока – это уравнение состояния $p = \rho RT$, где R - удельная газовая постоянная.

Жидкость может оставаться неподвижной (в сосуде), а может находиться в движении (обтекание тел, течение по трубопроводам или каналам). Изучать движущуюся жидкость можно с помощью двух методов – Лагранжа и Эйлера.

Метод Лагранжа: отдельные частицы жидкости рассматриваются как материальные точки, сплошь заполняющие некоторый жидкий объем.

Метод Эйлера: наблюдается изменение параметров движения частиц жидкости, проходящих через данную фиксированную точку пространства, с течением времени.

При этом течение жидкости может быть установившимся или стационарным, если в каждой фиксированной точке пространства все гидродинамические величины не зависят от времени. Если параметры среды зависят от времени, то такое течение называется неустановившимся или нестационарным. Каждая частица жидкости двигается по некоторой траектории – геометрическое место точек пространства, через которые движущаяся частица проходит во времени. Линия тока – линия, касательная к которой в каждой точке совпадает по направлению с вектором скорости в данный момент времени. Если течение стационарное линия тока и траектория частицы совпадают.

Законы сохранения

Все жидкости и газы в состоянии покоя или движения подчиняются основным законам сохранения – сохранение массы, импульса и энергии.

Закон сохранения массы

Закон сохранения массы, говорит о том, что масса вещества остается неизменной при любых процессах, происходящих с ним. Вещество может переходить из одного состояния в другое, но общая масса его останется неизменной.

Древнегреческий философ Эмпедокл говорил: *«Ничто не может произойти из ничего, и никак не может то, что есть, уничтожиться»*. С ним были согласны Демокрит, Аристотель и Эпикур.

В дальнейшем опыты Роберта Бойля поставили закон сохранения массы под сомнение — у него при химической реакции вес вещества увеличился. Однако Ломоносов и другие физики вскоре указали Бойлю на его ошибку: увеличение веса происходило за счёт воздуха, а в запаянном сосуде вес сохранялся неизменным:

«Все встречающиеся в природе изменения происходят так, что если к чему-либо нечто прибавилось, то это отнимается у чего-то другого. Так, сколько материи прибавляется к какому-либо телу, столько же теряется у другого, сколько часов я затрачиваю на сон, столько же отнимаю от бодрствования и т. д.»

В одномерном стационарном потоке закон сохранения массы запишется следующим образом:

$$(1) \quad \rho VS = const, \text{ или } \frac{\partial \rho VS}{\partial x} = 0,$$

где S - площадь поперечного сечения потока.

В одномерном нестационарном случае:

$$(2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho VS}{\partial x} = 0.$$

В трехмерном нестационарном потоке:

$$(3) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho V) = 0.$$

Закон сохранения импульса (количество движения)

Закон сохранения импульса показывает, что изменение импульса жидкости равно сумме всех действующих на нее сил.

Все силы можно разделить на объемные и поверхностные силы. Объемные силы действуют на каждый выделенный элемент объема (сила гравитации, центробежная сила). Поверхностные силы действуют на выделенный объем через его поверхность (сила трение, давление).

В одномерном потоке

$$(4) \quad \frac{\partial \rho V}{\partial t} + \frac{\partial \rho V^2}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_{об} + \frac{\partial \tau}{\partial x},$$

Здесь $f_{об} = \frac{F_{об}}{m}$ - плотность распределения объемных сил, τ - сила

трения (тензор напряжений). Тензор напряжений, действующий на площадку (S) можно разложить на вектора $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \bar{\tau}_3$, действующие на соответствующие координатные плоскости (S_i). И каждый из этих векторов можно разложить по осям координат x_i . В итоге получим тензор напряжений как совокупность девяти величин τ_{ij} , где $i, j = 1, 2, 3$. $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}$ - нормальные напряжения (действующие по нормали к поверхности) или давления, остальные - касательные напряжения.

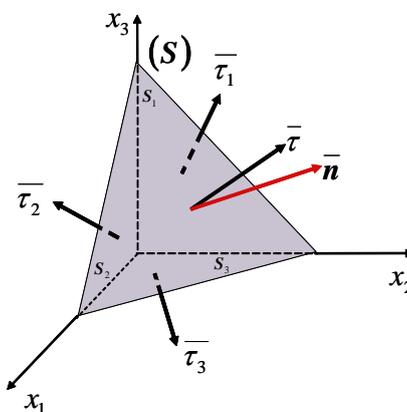


Рис.2. Тензор напряжений.

В трехмерном потоке вместо одного уравнения сохранения будет три уравнения сохранения, в проекции на каждую ось:

- на ось ox :

(5)

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_x V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_x V_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_{x,об} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z};$$

- на ось oy :

(6)

$$\frac{\partial \rho V_y}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x V_y}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y^2}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_y V_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_{y,об} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z};$$

- на ось oz :

(7)

$$\frac{\partial \rho V_z}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x V_z}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_z V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z^2}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_{z,об} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}.$$

Закон сохранения энергии

Изменение полной энергии в некотором объеме обусловлено втеканием и вытеканием жидкости через границы этого объема, работой объемных и поверхностных сил и притоком тепла от соседних объемов жидкости и от внешних тел.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x H}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y H}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z H}{\partial z} = \\ & = \rho f_{x,об} V_x + \rho f_{y,об} V_y + \rho f_{z,об} V_z + \\ (8) \quad & + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx} V_x + \tau_{xy} V_y + \tau_{xz} V_z) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy} V_x + \tau_{yy} V_y + \tau_{yz} V_z) + \\ & \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} V_x + \tau_{yz} V_y + \tau_{zz} V_z) + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \end{aligned}$$

здесь

$$(9) \quad E = \frac{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho}$$

полная энергия единицы массы жидкости (кинетическая энергия плюс внутренняя энергия),

$$(10) \quad H = E + \frac{p}{\rho}$$

полная энтальпия,

q - тепловой поток (количество тепла, поступающего на единицу поверхности в единицу времени).

Уравнение состояния

$$(11) \quad p = \rho RT$$

Уравнения (3), (5)-(8) образуют систему уравнений Навье-Стокса.

Решая данную систему уравнений можно найти все гидродинамические параметры жидкости, в любой точке пространства, в любой момент времени.

В данной системе уравнений 9 неизвестных. Это ρ , V_x , V_y , V_z , p , T , E , τ , q . Число уравнений, вместе с уравнениями (9), (11), равно 7. Система уравнений Навье-Стокса незамкнута. Решать ее в таком виде нельзя. Необходимо вводить еще два дополнительных уравнения. Однако если мы будем рассматривать идеальную жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения и теплопроводность, т.е. $\tau = 0$, $q = 0$, то мы будем иметь 7 уравнений и 7 неизвестных в общем трехмерном нестационарном случае. В этом случае система уравнений называется системой уравнений Эйлера и может быть решена:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_x V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_x V_z}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_{x,об}; \\ \frac{\partial \rho V_y}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x V_y}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y^2}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_y V_z}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_{y,об}; \\ \frac{\partial \rho V_z}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x V_z}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_z V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z^2}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_{z,об}; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x H}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y H}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z H}{\partial z} = \rho f_{x,об} V_x + \rho f_{y,об} V_y + \rho f_{z,об} V_z.$$

Отличие гидродинамической модели реальной жидкости от идеальной жидкости состоит в том, что реальная жидкость обладает вязкостью и теплопроводностью. Вязкость жидкости приводит к появлению внутреннего трения, а теплопроводность – к термодинамической необратимости движения.

Вязкость

Вязкостью называется способность жидкостей и газов оказывать сопротивление изменению формы потока. Это внутренняя характеристика среды, которая зависит от свойств данной среды. Количественная мера вязкости среды – динамической и кинематической коэффициенты вязкости – μ , ν . Тензор вязких напряжений в уравнении (4) в одномерном потоке запишется так:

$$(12) \quad \tau = -\mu \frac{dV}{dy}.$$

Данная формула называется законом Ньютона. Жидкости, для которых справедлива данная формула называются ньютоновскими, остальные называются неньютоновскими. В общем случае уравнение Ньютона связывает тензор напряжений и тензор скоростей деформаций и называется обобщенным законом Ньютона:

$$\tau_{ij} = \mu \varepsilon_{ij} - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \operatorname{div} \bar{V},$$

где $\varepsilon_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}$ – тензор скоростей деформаций, δ_{ij} – символ

Кроненкера.

Коэффициент динамической вязкости μ измеряется в $\text{Па} \cdot \text{с}$, кинематический коэффициент вязкости связан с динамическим следующим соотношением:

$$(13) \quad v = \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{M^2}{c} \right].$$

Вязкость зависит также от температуры и давления потока, однако зависимость от давления достаточно слабая и ею часто пренебрегают. Зависимость вязкости от температуры для воды:

$$(14) \quad \mu = \frac{0.0178\rho}{1 + 0.0337 \cdot T + 0.00022 \cdot T^2},$$

где ρ - плотность воды при температуре T (при $T = 273K$, $\mu_0 = 1.79 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$).

Для газов и паров используется степенная формула:

$$(15) \quad \mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n,$$

где n - показатель степени от 0.5 до 1 (для воздуха $n = 0.76$, $\mu_0 = 1.72 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ при $T_0 = 273K$).

Теплопроводность вязких жидкостей определяется законом Фурье:

$$(16) \quad q = -\lambda \frac{dT}{dx}.$$

В отличие от идеальных сред, в случае с вязким газом необходимо пользоваться системой уравнений Навье-Стокса, которая для несжимаемой жидкости будет иметь вид:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial V_x V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_x V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f_{x,об} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right);$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} + \frac{\partial V_x V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_y^2}{\partial y} + \frac{\partial V_y V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + f_{y,об} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right);$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\partial V_x V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_z V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + f_{z,об} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right);$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial V_x H}{\partial x} + \frac{\partial V_z H}{\partial y} + \frac{\partial V_z H}{\partial z} &= f_{x,об} V_x + f_{y,об} V_y + f_{z,об} V_z + \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx} V_x + \tau_{xy} V_y + \tau_{xz} V_z) &+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy} V_x + \tau_{yy} V_y + \tau_{yz} V_z) + \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} V_x + \tau_{yz} V_y + \tau_{zz} V_z) &+ \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right). \end{aligned}$$

Критерии подобия

Ввиду невозможности получить точное решение уравнений Навье-Стокса прибегают либо к приближенным решениям, либо к экспериментам на моделях. В последнем случае возникает вопрос, насколько подобны натуральный объект исследования и его модель? Будем считать, что два физических явления подобны, если любое из них может быть получено из другого путем изменения каждой из характеризующих явление величин в одинаковое количество раз. Если уравнения Навье-Стокса записать в безразмерном виде, то для двух подобных течений эти уравнения окажутся идентичными. Уравнение сохранения импульса в безразмерном виде запишется следующим образом:

$$\text{Sh} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{t}} + \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_j} = -\text{Eu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \bar{V}_i + \frac{1}{\text{Fr}} \bar{f}_{i,об}.$$

Это уравнение содержит безразмерные комплексы, являющиеся критериями подобия:

$$\text{Sh} = \frac{l}{V_0 t} \quad - \text{число Струхала, показывает отношение сил инерции,}$$

вызванных неустановившимся характером движения к конвективной силе инерции; характеризует нестационарность процесса.

$$\text{Fr} = \frac{l f_0}{V_0^2} \quad - \text{число Фруда, показывает отношение внешних объемных сил}$$

к силам инерции.

$$\text{Eu} = \frac{p_0}{\rho V_0^2} \quad - \text{число Эйлера, показывает отношение силы}$$

гидростатического давления к конвективной силе.

$Re = \frac{\rho V_0 l}{\mu}$ - число Рейнольдса, показывает отношение сил инерции к

силам вязкости.

Режимы течений

Течения вязкой жидкости по характеру делятся на ламинарный и турбулентный режимы. Эти режимы характеризуются числом Рейнольдса

$$(17) \quad Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{\rho Vd}{\mu}.$$

Ламинарный режим течения существует, когда число Рейнольдса данного течения меньше некоторого критического числа Рейнольдса $Re < Re_{кр}$.

Критическое число Рейнольдса – это предельный режим течения, при котором еще сохраняется устойчивое ламинарное (слоистое) течение. Для различных видов течений критическое число Рейнольдса различное – 2300(для круглых труб), $3.2 \cdot 10^5$ (для внешнего обтекания шара свободным потоком), $10^5 \div 10^6$ (для пограничного слое на тонкой пластины).



Рис.7. Ламинарное (на переднем плане) и турбулентное течение вокруг субмарины.

В ламинарном потоке жидкости все параметры течения изменяются непрерывно, течение происходит слоями (меняются только две или одна компоненты вектора скорости), теплообмен между слоями жидкости

происходит только за счет молекулярного движения теплового движения – рис.6.

В турбулентном потоке параметры течения изменяются хаотично, случайным образом (происходит изменение всех компонент вектора скорости). Перенос импульса в турбулентном потоке осуществляется не только за счет молекулярного движения, а главным образом за счет хаотичного движения отдельных объемов жидкости. Все параметры среды при турбулентном режиме течения можно представить в виде суммы двух составляющих – средней (характеризует основные свойства потока) и пульсационной (отклонение параметров потока от средних величин):

$$(45) \quad V_x = \bar{V}_x + V'_x, \quad V_y = \bar{V}_y + V'_y, \quad V_z = \bar{V}_z + V'_z, \quad p = \bar{p} + p', \quad \rho = \bar{\rho} + \rho', \\ T = \bar{T} + T'.$$

Пульсации основных параметров отличают ламинарный режим от турбулентного. Их наличие приводит к появлению в течении дополнительных напряжений, которые определяются формулой:

$$(18) \quad \tau_x = -\rho \overline{V'_x V'_y} = \mu_T \frac{dV_x}{dy},$$

где μ_T - коэффициент турбулентной вязкости.

Система уравнений Навье-Стокса для вязкой жидкости

Для трехмерного нестационарного течения система уравнений Навье-Стокса запишется в виде (19):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_x V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_x V_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (-p + \tau_{xx}) + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z};$$

$$\frac{\partial \rho V_y}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x V_y}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y^2}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_y V_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} (-p + \tau_{yy}) + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z};$$

$$\frac{\partial \rho V_z}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x V_z}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_z V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z^2}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (-p + \tau_{zz}) + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}.$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x H}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_z H}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z H}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx} V_x + \tau_{xy} V_y + \tau_{xz} V_z + q_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy} V_x + \tau_{yy} V_y + \tau_{yz} V_z + q_y) + \\ & \quad \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} V_x + \tau_{yz} V_y + \tau_{zz} V_z + q_z) \end{aligned}$$

Дополнительные уравнения:

$$E = \frac{V^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho}, \quad p = \rho R T, \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad \tau_{ii} = 2\mu \frac{\partial V_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} V -$$

добавочные нормальные напряжения, вызванные вязкостью жидкости,

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \text{касательные напряжения.}$$

В приведенных выше формулах:

$i = 1$	$x_1 = x$	$V_1 = V_x$
$i = 2$	$x_2 = y$	$V_2 = V_y$
$i = 3$	$x_3 = z$	$V_3 = V_z$

В этом случае система уравнений Навье-Стокса является замкнутой и может быть решена. Существует всего несколько точных решений уравнений Навье-Стокса. Все эти примеры основаны на упрощении исходной системы уравнений, после которых ее можно интегрировать. К таким задачам относятся – задача Пуазейля о ламинарном установившемся течении вязкой, несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе. В этой задаче $V_y = V_z = 0$, а $V_x = f(r)$, где r - радиус трубы.

Из третьего и четвертого уравнений системы (19) получим, что

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

Из второго уравнения системы (19) найдем, что

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}.$$

Интегрируя данное уравнение на участке трубы (1–2) длиной l , получим

$$(20) \quad V_x(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2).$$

Таким образом, по радиусу трубы профиль скорости параболический. Данный профиль скорости называется профилем Пуазейля.

Объемный расход жидкости в таком случае будет рассчитываться по формуле:

$$(21) \quad Q = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} \pi R^4.$$

Перепад давления по длине трубы:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\lambda}{d} \frac{\rho V_{cp}^2}{2},$$

где $\lambda = \frac{64}{Re}$ - коэффициент сопротивления.

Другой частный случай решения системы уравнений Навье-Стокса – течение Куэтта. Ламинарное установившееся течение вязкой, несжимаемой жидкости между параллельными пластинами. В этом случае следуют данные формулы:

$$(22) \quad \frac{dp}{dx} = const, \text{ а } V_x(y) = \frac{1}{2\mu} y(h-y) \frac{dp}{dx}.$$

Другой пример – установившееся обтекание шара потоком вязкой несжимаемой жидкостью. Шар при движении не вращается. Течение ламинарное.

Общая сила сопротивления будет равна

$$(23) \quad W = 6\pi\mu R V_0,$$

где R - радиус шара, V_0 - скорость набегающего потока. Данная формула справедлива для чисел Рейнольдса меньше 1.

Коэффициент сопротивления равен

$$(24) \quad C_f = \frac{24}{Re_d} = \frac{24}{V_0 d / \nu}.$$

Течение жидкости в трубах.

Основной задачей течения вязкой жидкости в трубах является определение сопротивления трубопровода. Универсальная формула для определения сопротивления, пригодная для любого режима течения:

$$(25) \quad \Delta p = \xi \frac{\rho V^2}{2}.$$

Однако в данной формуле, коэффициент сопротивления ξ – зависит не только от режима течения, но и от геометрических форм проточной части трубопровода. Аналогичного вида уравнение можно записать и для напряжения трения.

$$(26) \quad \tau_w = C_f \frac{\rho V^2}{2}.$$

В последних двух уравнениях V - средняя скорость потока.

Используя уравнение (25) можно получить формулу для расчета падения давления по длине канала при равномерном движении потока, без местных сопротивлений

$$(27) \quad \Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho V^2}{2},$$

где λ – коэффициент гидравлического сопротивления трубы.

Формула (27) отражает потери давления в результате трения.

Для различных режимов течений в трубах используются различные формулы расчета коэффициента сопротивления:

Режим движения		Число Рейнольдса	Определение λ
Ламинарный		$Re < 2300$	$\lambda = \frac{64}{Re}$ или $\lambda = \frac{75}{Re}$
Переходный		$2300 < Re < 4000$	<i>Проектирование трубопроводов не рекомендуется</i>
Турбулентный	1-я область	$4000 < Re < 10 \frac{d}{\Delta_s}$	$\lambda_r = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$ (ф-ла Блазиуса) $\lambda_r = \frac{1}{(1,8 \lg Re - 1,5)^2}$ (ф-ла Конакова)
	2-я область	$10 \frac{d}{\Delta_s} < Re < 560 \frac{d}{\Delta_s}$	$\lambda_r = 0,11 \left(\frac{\Delta_s}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$ (ф-ла Альтшуля)
	3-я область	$Re > 560 \frac{d}{\Delta_s}$	$\lambda_r = 0,11 \left(\frac{\Delta_s}{d} \right)^{0,25}$ (ф-ла Альтшуля) $\frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} = -2 \lg \left(\frac{\Delta_s}{3,71d} \right)$ (ф-ла Никурадзе)

Для течения в плоском канале, высота h которого намного меньше его ширины коэффициент сопротивления запишется следующим образом:

$$\lambda = \frac{24}{Re}, \quad \text{при этом} \quad \frac{V_{cp}}{V_{max}} = \frac{2}{3}, \quad V_{max} = -\frac{1}{2\rho\nu} \frac{dp}{dx} \frac{h^2}{4},$$

$$V(y) = \frac{1}{2\rho\nu} \frac{dp}{dx} (y^2 - yh) - \text{профиль Пуазейля.}$$

Для круглой трубы

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad \text{при этом} \quad \frac{V_{cp}}{V_{max}} = \frac{1}{2}, \quad V_{max} = -\frac{R^2}{4\rho\nu} \frac{dp}{dx}, \quad V(r) = V_{max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) -$$

профиль Пуазейля.

Для турбулентного стабилизированного течения в трубе справедливы следующие формулы:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg (Re_d \sqrt{\lambda}) - 0,08 - \text{ф. Прандтля, } V(r) = V_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n}, \text{ где } n$$

зависит от числа Рейнольдса. Если число Рейнольдса равно 10^7 , то $n=4$.

$$\frac{V_{cp}}{V_{max}} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}.$$

На коэффициент сопротивления λ влияет не только режим течения и скорость потока, но и форма труб. В трубах некруглого сечения поперечная

составляющая вектора скорости не равна 0 и в трубе возникают вторичные течения – движение жидкости в поперечном направлении. Данный вид течений возникает только в турбулентном потоке. Вторичные течения приводят к тому, что скорость в углах труб становится выше, чем в других ее участках. Имеют особенности также течения в криволинейных трубах. Главная особенность здесь – наличие центробежной силы, которая оттесняет поток к внешней поверхности трубы. Кроме того, в таких трубах также возникают вторичные течения. Для оценки влияния кривизны трубы на коэффициент сопротивления вводится критерий Дина:

$$D = \frac{Re}{2} \sqrt{\frac{R}{r}},$$

где r - радиус кривизны.

Для ламинарных течений

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.37D^{0.36}.$$

Для турбулентных

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 1 + 0.15D Re^{-3/4}.$$

Кроме этого сопротивление трубопровода зависит от наличия местных сопротивлений, которые в большинстве случаев меняют форму потока жидкости – задвижки, вентили, колена, диафрагмы и т.д. В этом случае формула (55) изменится следующим образом:

$$(28) \quad \Delta p = \left(\lambda \frac{l}{d} + \xi \right) \frac{\rho V^2}{2},$$

где ξ - коэффициент местного сопротивления, зависящий от вида сопротивления:

№ п/п	Местное гидравлическое сопротивление	Ориентировочное значение коэффициента ξ
1	Вход в трубу из емкости	0,5
2	Внезапное сужение с диаметра d на диаметр d_{min}	$0,5 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{min}}{d} \right)^2 \right]$
3	Внезапное расширение с диаметра d на диаметр d_{max}	$0,5 \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{d_{max}} \right)^2 \right]$
4	Диафрагма в прямой трубе диаметром d ; d_0 - диаметр отверстия в диафрагме: $(d/d_0) = 0,3$	300
	0,4	86
	0,5	30
	0,6	12
	0,8	0,5
5	Диффузор при переходе с диаметра d_0 на диаметр d при его длине L и угле расширения α ; $d \geq d_0$	0,25
6	Конфузор длиной L и с углом сужения α ; $d \leq d_0$	0,1
7	Отводы крутоизогнутые и плавные при угле поворота α и радиусом поворота R , в том числе:	

	<input type="checkbox"/> отводы плавные при угле поворота 90^0	$\frac{0,42}{\sqrt{\frac{R}{d}}}$
	<input type="checkbox"/> отводы плавные стандартные при $R/d = 1,5$ и угле поворота 90^0	0,34
8	Отводы стальные секционные	до 0,4
9	Колено с острой кромкой и углом поворота 90^0 :	
	<input type="checkbox"/> при одинаковых диаметрах без ниши	1,65
	<input type="checkbox"/> то же, с нишей	2,0
	<input type="checkbox"/> при переходе на меньший диаметр без ниши	2,8
	<input type="checkbox"/> то же, с нишей	3,5
10	Z-образное колено (из двух колен с углом поворота потока в колене на 30^0)	0,32
11	Тройник :	
	<input type="checkbox"/> проход	0,35
	<input type="checkbox"/> боковое ответвление	1,5
	<input type="checkbox"/> при симметричном разделении потока	2,5
12	Крестовина :	
	<input type="checkbox"/> боковое ответвление	3,0
	<input type="checkbox"/> проход	2,0
13	Задвижка :	

	<input type="checkbox"/> клиновья, полностью открытая	0,15
	<input type="checkbox"/> шиберная, полностью открытая	0,05
14	Вентиль при полном открытии :	
	<input type="checkbox"/> стандартный	4 - 6
	<input type="checkbox"/> штампованный	7,8
	<input type="checkbox"/> угловой	2,3
	<input type="checkbox"/> прямооточный	1,3
15	Клапан обратный :	
	<input type="checkbox"/> поворотный	2,0
	<input type="checkbox"/> подъемный	8,0
16	Кран	3,0
17	Компенсатор :	
	<input type="checkbox"/> линзовый	0,3
	<input type="checkbox"/> сальниковый	0,5
	<input type="checkbox"/> П-образный	2,0
	<input type="checkbox"/> волнистый $d = 0,1 - 0,3 \text{ м}$	0,4
	$0,3 - 0,5 \text{ м}$	0,3
	свыше $0,5 \text{ м}$	0,02
18	Выход из трубы в емкость:	

	<input type="checkbox"/> для турбулентного потока	1,0
	<input type="checkbox"/> для ламинарного потока	2,0

Потери напора в трубопроводе можно рассчитать по следующей формуле:

$$(29) \quad h = \frac{\Delta p}{\rho g}.$$

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ.

В данной курсовой работе необходимо провести гидравлический расчёт разветвлённого трубопровода, подобрать насос и определить его положение относительно уровня воды.

	Ф.И.О.	Длины участков, м	Расходы, л/с
		$l_{0-1}, l_{1-2}, l_{2-3}, l_{3-4}, l_{4-5}, l_{2-8}, l_{3-7}, l_{4-6}$	Q_5, Q_6, Q_7, Q_8
1		5, 200, 40, 160, 150, 20, 30, 100	45, 35, 10, 40
2		6 250, 50, 200, 150, 20, 30, 100	50, 35, 20, 50
3		7 200, 60, 160, 150, 20, 30, 200	55, 35, 10, 40
4		8 250, 40, 200, 150, 20, 30, 100	60, 35, 20, 50
5		9 200, 60, 160, 150, 20, 30, 200	65, 35, 10, 40
6		10, 250, 50, 180, 150, 20, 30, 100	35, 35, 20, 50
7		2, 200, 40, 160, 150, 20, 30, 200	45, 35, 10, 40
8		7, 250, 60, 190, 150, 20, 30, 100	55, 35, 20, 50
9		5, 200, 40, 160, 150, 20, 30, 200	50, 35, 10, 40
10		15, 250, 50, 170, 150, 20, 30, 100	40, 35, 20, 50
11		10, 200, 40, 160, 150, 20, 30, 200	30, 35, 10, 40
12		5, 250, 40, 180, 150, 20, 30, 100	60, 35, 20, 50
13		7, 200, 40, 160, 150, 20, 30, 200	70, 35, 10, 40
14		5, 300, 50, 190, 150, 20, 30, 100	40, 35, 20, 50
15		8, 200, 70, 160, 150, 20, 30, 200	45, 35, 10, 40
16		5, 300, 40, 170, 150, 20, 30, 100	50, 35, 20, 50
17		4, 200, 40, 160, 150, 20, 30, 200	55, 35, 10, 40
18		5, 300, 50, 180, 150, 20, 30, 100	60, 35, 20, 50
19		6, 200, 40, 160, 150, 20, 30, 200	65, 35, 10, 40
20		5, 300, 40, 190, 150, 20, 30, 100	40, 35, 20, 50
21		10, 200, 60, 200, 150, 20, 30, 200	45, 35, 10, 40

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОГО ТРУБОПРОВОДА.

1 Определение диаметра участков трубопровода.

Схема трубопровода показана на рисунке 1:

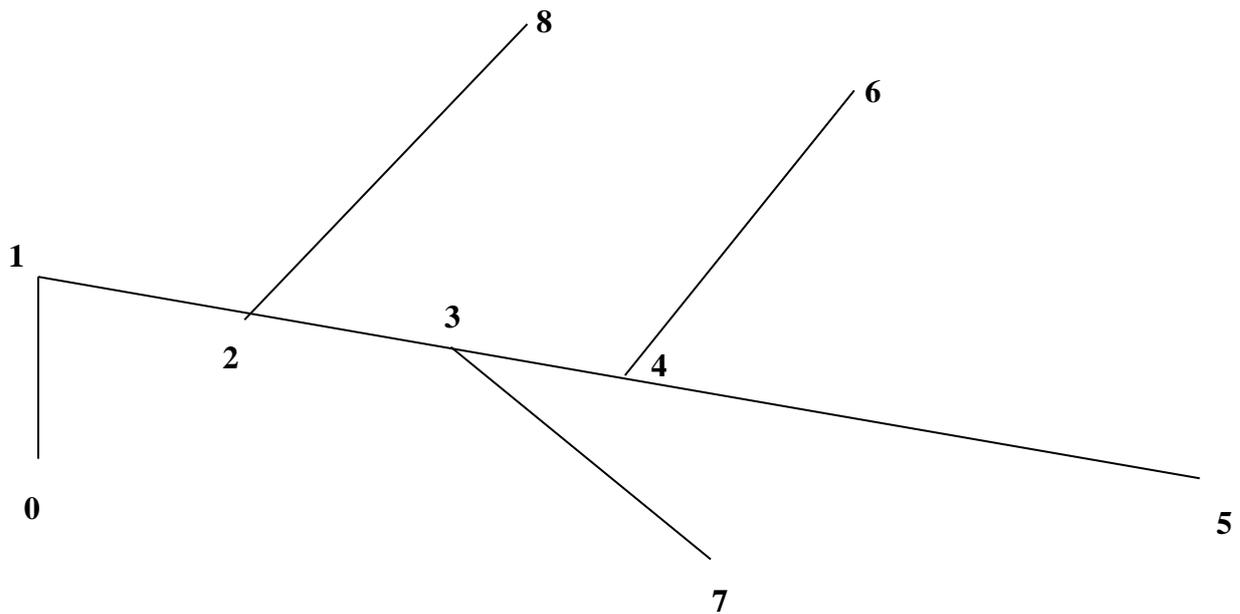


Рисунок 1 - Схема разветвлённого трубопровода

Зная расходы жидкости в местах потребления определяем расход жидкости на отдельных участках трубопровода. Основная магистраль состоит из участков 1-2-3-4-5. Расход определяем в л/с по схеме трубопровода:

$$q_{4-5} = Q_5;$$

$$q_{4-6} = Q_6;$$

$$q_{3-4} = Q_6 + Q_5;$$

$$q_{3-7} = Q_7;$$

$$q_{2-3} = q_{3-7} + q_{4-6} + q_{4-5};$$

$$q_{2-8} = Q_8;$$

$$q_{1-2} = q_{2-8} + q_{2-3}.$$

С учётом того, что оптимальная скорость течения воды $W_{\text{opt}} = 3\text{ м/с}$, находим теоретические диаметры труб основной магистрали по формуле, вытекающей из уравнения неразрывности:

$$d = \sqrt{\frac{4q}{W_{\text{opt}} \cdot \pi}};$$

Где q – расход воды на рассчитываемом участке, $\text{м}^3/\text{с}$. Необходимо определить диаметры участков d_{1-2} , d_{2-3} , d_{3-4} , d_{4-5} . По рассчитанным значениям диаметров выбираем стандартные диаметры труб для главной магистрали:

2 Определение потерь в основной магистрали.

Потери на трение определяются по формуле:

$$h_{\text{тр}} = \frac{q^2}{k^2} \cdot l$$

где q – расход воды на рассчитываемом участке, л/с; k^2 – квадрат модуля расхода для трубы на рассчитываемом участке, л²/с²; l – длина участка, м;

Квадрат модуля расхода k^2 , л²/с² находим из справочника.

Рассчитываем потери на трение по вышеприведенной формуле для участков 1-2, 2-3, 3-4, 4-5.

Находим суммарные потери на трение:

$$h_{\Sigma} = h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4} + h_{4-5};$$

3 Потери на ответвленных участках трубопровода.

Расчет ответвлений проводим по очереди с учетом схемы трубопровода (рисунок 1).

Ответвление 4-6

Так как участки 4-6 и 4-5 соединены параллельно, то $h_{4-6Г} = h_{4-5}$.

Из формулы $h_{4-6Г} = \frac{q_{4-6}^2}{k_{4-6Г}^2} \cdot l_{4-6}$ находим *теоретический* квадрат модуля

расхода k_{4-6}^2 , л²/с² по формуле:

$$k_{4-6Г}^2 = \frac{q_{4-6}^2}{h_{4-6Г}} \cdot l_{4-6}$$

где: q_{4-6} – расход воды на участке 4-6, л/с; $h_{4-6Г}$ – теоретические потери на участке 4-6, м; l_{4-6} – длина участка 4-6, м.

Находим ближайшее стандартное значение k_{4-6}^2 из таблиц для труб соответствующего диаметра.

Потери на трение в ответвлении 4-6 находим по формуле из пункта 2.

Разность давлений в основной магистрали и ответвлении 4-6 в узле 4:

$$\Delta_{4-6} = h_{4-6Г} - h_{4-6}.$$

Если $\frac{\Delta_{4-6}}{h_{4-6Г}} \cdot 100\%$ превышает 5%, то для погашения разности давлений

необходимо поставить задвижку.

Определяем скорость движения воды в ответвлении 4-6:

$$W_{4-6} = \frac{4q_{4-6}}{\pi d_{4-6}^2}.$$

Далее определяем коэффициент местного сопротивления:

$$\xi_{4-6} = \frac{\Delta_{4-6} \cdot 2g}{W_{4-6}^2}$$

Аналогичным образом осуществляется расчет всех остальных ответвлений трубопровода.

Литература:

1. Кудинов В.А., Карташов Э.М., Гидравлика. М.: Высшая школа, 2008. – 200с.
2. Евгенийев А.Е., Крупеник А.П. Гидравлика. - М.: Недра, 1993.
3. Артемьева Т.В., Лысенко Т.М., А.Н. Румянцева, Стесин С.П., Гидравлика. М.: Академия, 2008. – 335с.
4. Альтшуль А.Д. и др. Примеры расчетов по гидравлике. - К.: Техника, 1976.
5. Гулак И.А. Задачи по гидравлике. - М.: Недра, 1972.
6. Андреевская А.В., Кременецкий Н.Н., Панова М.В. Задачник по гидравлике. М.: Энергия, 1970. – 570с.
7. Метревели В.Н. Сборник задач по курсу гидравлики с решениями. М.: Высшая школа, 2008. – 191с.
8. Рабинович Е.З. Гидравлика. - М.: Недра, 1980.