РАССМОТРЕНО И УТВЕРЖДЕНО методической комиссией механико-математического факультета

Протокол от 25 октября 2001
Председатель комиссии Г.Г.Пестов

Контрольные задания по теме функции нескольких переменных: дифференцирование сложной функции, дифференцирование неявной функции, формула Тейлора, касательная плоскость и нормаль к поверхности, производная по направлению и градиент, экстремум функции, приближённые вычисления.

Составители: Галанова Н.Ю., Лазарева Е.Г.

Вариант 1

1. Пусть $f = f(x, y, z); x = t^2; y = \ln(t+1); z = \sin t$. Найти $df|_{t_0=0}$.
2. $u^3+3xyu+1 = 0; x_0 = 0; y_0 = 1$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0); du(x_0, y_0)$.
3. $f = \frac{\cos x}{\cos y}; x_0 = y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4}$ в точке $M(0, 2, 1)$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $x - y - 2z = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ функции $z = ln(tg(\frac{x}{y}))$ в точке $M_0(\frac{\pi}{4}, 1)$. Найти модуль градиента этой функции в точке M_0. В направлении какого вектора скорость роста функции наибольшая?
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - xy - x$.
7. Вычислить приближённо $arctg\frac{1{,}01}{0{,}94}$.

Вариант 2

1. Пусть $f = f(x, y, z); x = \sin t; y = \cos t; z = H = const$. Найти $df|_{t_0=\pi}$.
2. $e^u - xyu - 2 = 0; x_0 = 1; y_0 = 0$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0); du(x_0, y_0)$.
3. $f = arctg\frac{1+x}{1+y}, x_0 = y_0 = 0$.Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 - 2z^2 - x^2 = 1$ в точке $M(2, 1, 1)$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $2x + y - z = 1$?
5. Найти производную в направлении $\vec{MN}$, $M(3, 1)$, $N(6, 5)$ функции $z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2$ в точке M. Найти угол между градиентами в точках M и $M_1(2, 1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{0,09^3 + 0,99^3}$.

Вариант 3

1. Пусть $f = f(x, y, z); x = y = z = \sqrt{t^2+1}$. Найти $df|_{t_0=1}$.
2. $x + y + ln(x + y + u) = 0; x_0 = 1; y_0 = -1$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0); du(x_0, y_0)$.
3. $f = arctg\frac{1+x+y}{1-x+y}, x_0 = y_0 = 0$.Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 - y^2 + z^2 = 4$ в точке $M(1, 1, 2)$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $x - y + z = 1$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{i} + 3\vec{j}$ функции $z = \ln(x + \frac{1}{y})$ в точке $M_0(1, 1)$. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(0, e^{-1})$. Найти точку, в которой градиент функции равен $\vec{i} - \frac{16}{9}\vec{j}$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y$.
7. Вычислить приближённо $1,02^{4,05}$.

Вариант 4

1.Пусть $f = f(x, y, z); y = \cos x; z = \sin x$. Найти $df|_{x_0=\frac{\pi}{4}}$.
2. $u^2 - \ln(x + u) = xy; x_0 = 1; y_0 = 0$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0); du(x_0, y_0)$.
3. $f = x\sqrt{1+y}, x_0 = y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2y + x$ в точке $M(1, 0, 1)$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $x + y - z = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{M_0N}, N(6, 5)$ функции $z = x^3 + 1 - 3x^2y + 3x^2y^2$ в точке $M_0(1, 0)$. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(3, 1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + xy^2 + 2xy$.
7. Вычислить приближённо $e^{1,1} \sin 3, 13$.

Вариант 5

1.Пусть $f = f(x, y, z); x = u \cdot \sin v; y = u \cdot \cos v; z = 0$. Найти $df|_{u_0=1, v_0=0}$.
2. $x + u = u \cdot \ln(\frac{u}{y}); x_0 = 0; y_0 = 1$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0); du(x_0, y_0)$.
3. $f = \frac{1}{(1-x)(1-y)}, x_0 = y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x + y^2$ в точке $M(0, 1, 1)$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $z = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ функции $z = arctg^2(\frac{y}{x})$ в точке $M(1, 1)$. Найти модуль градиента этой функции в точке $M(1, 1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + 3y^2 - x + 18y - 4$.
7. Вычислить приближённо $sin(59°) \cdot tg(46°)$.

Вариант 6

1. Пусть $f = f(x, y, z); x = t^2 + s^2; y = t^2 - s^2; z = t \cdot s$. Найти $f'_t|_{t_0=s_0=1}$.
2. $xyu = x + y + u; x_0 = 1; y_0 = 2$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0); du(x_0, y_0)$.
3. $f = \cos x \cdot \cos y, x_0 = y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^3 + y^3$ в точке $M(1, -1, 0)$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $y = 0$?
5. Найти производную в направлении биссектрисы первого координатного угла функции $z = \sqrt{ax^3 - by^3}$ в точке $M_0(1, 1)$. Найти модуль градиента этой функции в точке M_0.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 3x + 8y$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt[3]{1,03^2 + 0,04^2}$.

Вариант 7

1. Пусть $f = f(x, y, z)$; $x = 1$; $y = u^v$; $z = 0$. Найти $df|_{u_0=e, v_0=1}$.
2. $\frac{x}{u} = \ln(\frac{u}{y}) - 1$; $x_0 = 0$; $y_0 = 1$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0)$; $du(x_0, y_0)$.
3. $f = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, $x_0 = y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = sin(xy)$ в точке $M(1, \frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $y = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{i} + \vec{j}$ функции $z = arctg(xy)$ в точке $M_0(1, 1)$. Найти проекции градиента этой функции в точке M_0 на оси Ox, Oy.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^4 - y^4 - x - y$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{1.98^2 + 0,01^2}$.

Вариант 8

1. Пусть $f = f(x, y, z)$; $x = y = z = u \cdot v \cdot w$. Найти $f'_u|_{u_0=1, v_0=2, w_0=-1}$.
2. $x + yu = e^u$; $x_0 = 1$; $y_0 = 0$. Найти $u_0 = u(x_0, y_0)$; $du(x_0, y_0)$.
3. $f = e^x \cdot sin(y)$, $x_0 = y_0 = 0$.Разложить f по формуле Тейлора до 4 порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = e^{x+y}$ в точке $M(1, -1, 1)$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $z = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{M_0N}$, $M_0(0, 0)$, $N(1, 2)$ функции $z = \ln(e^x + e^y)$ в точке $M_1(1, 1)$. Найти модуль градиента этой функции в точке M_0.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = \frac{xy}{2} - \frac{x^2y}{2} - \frac{xy^2}{8}$.
7. Вычислить приближённо $\ln(1 + 2,7^{0,05})$.

Вариант 9

1. $x = t^2, y = e^t$; $f = f(x, y)$; $f''|_{t_0=0} = ?$
2. $x^2 - 2y^2 + 3u^2 - yu + y = 0$; $x_0 = 1$; $y_0 = 1$; $u_0 = 0$; $u''_{yy} = ?$
3. $f = e^{2x}\ln(1+y)$, $x_0 = y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ при $x_0 = 1, y_0 = 1$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $x + y + z = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{MN}$, $M(1, 2)$, $N(2, 0)$ функции $z = (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}$ в точке M. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(2, 2)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2y(1 - x - y)$.
7. Вычислить приближённо $\frac{1,01}{sin(1,5)+0,3}$.

Вариант 10

1. $x = u \cdot \cos v, y = u \cdot \sin v$; $f = f(x, y)$; $f''_{vv}|_{u_0=1, v_0=0} = ?$
2. $x^2 + y^2 - u^2 - xy = 0$; $x_0 = -1$; $y_0 = 0$; $u_0 = 1$; $u''_{yy} = ?$
3. $f = \frac{1-x+y}{1+x-y}$, $x_0 = y_0 = 0$.Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^y$ при $x_0 = 2, y_0 = 1$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $z = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{i} + \vec{j}$ функции $z = arctg(\frac{x^2}{y})$ в точке $M_0(1, 1)$. Найти модуль градиента этой функции в точке M_0?
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 + 12xy$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{1,02^2 + 0,05^2}$.

Вариант 11

1. $x = u \cdot \cos v, y = u \cdot \sin v; f = f(x,y); f''_{uv}|_{u_0=1, v_0=0} = ?$
2. $2x^2 + 2y^2 + u^2 - 8xu - u + 8 = 0; x_0 = 2; y_0 = 0; u_0 = -1; u''_{yy} = ?$
3. $f = \ln(1+x+y), x_0 = y_0 = 0$.Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + y^2 + xy$ при $x_0 = 0, y_0 = 1$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $x - z = 0$?
5. Найти производную в направлении градиента функции $z = \sqrt{yx}$ в точке $M_0(3,4)$. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(2,1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$.
7. Вычислить приближённо $2,003^2 \cdot 3,998^3$.

Вариант 12

1. $x = u \cdot \cos v, y = u \cdot \sin v; f = f(x,y); f''_{uu}|_{u_0=1, v_0=0} = ?$
2. $x^3 + 2y^3 + u^2 - 3xyu - 2y - 4 = 0; x_0 = 0; y_0 = 0; u_0 = 2; u''_{xx} = ?$
3. $f = \sin x \cdot \sin y, x_0 = y_0 = \frac{\pi}{4}$.Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \ln(x^2 + y^2)$ при $x_0 = 0, y_0 = e$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $2z - y = 0$?
5. Найти производную в направлении градиента функции $z = x^2 - 2xy + 3y - 1$ в точке $M_0(3,2)$. Найти модуль градиента этой функции в точке M_0. В направлении какого вектора скорость роста функции наибольшая?
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 3x + 6y$.
7. Вычислить приближённо $arcsin\frac{0,2}{1,3}$.

Вариант 13

1. $x = u + v, y = u \cdot v; f = f(x,y); f''_{uu}|_{u_0=v_0=0} = ?$
2. $x^2 + 2y^2 + 3u^2 + xy - u - 9 = 0; x_0 = 1; y_0 = -2; u_0 = 1; u''_{xx} = ?$
3. $f = x^y, x_0 = 1, y_0 = 1$.Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 1 - \sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2}$ при $x_0 = 0, y_0 = 1$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $z = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{MN}, M(1,2), N(-3,5)$ функции $z = \ln(x + \ln y)$ в точке M. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(2,1)$.
6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy$ в замкнутой области $x^2 + y^2 \leq 1$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{sin^2(1,55) + 8e^{0,015}}$.

Вариант 14

1. $x = u + v, y = u \cdot v; f = f(x,y); f''_{uv}|_{u_0=v_0=0} = ?$
2. $x^2 - y^2 + u^2 - 4xyu = 0; x_0 = 1; y_0 = 1; u_0 = 0; u''_{xx} = ?$
3. $f = \frac{1}{x-y}, x_0 = 2, y_0 = 1$.Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 5x^2 - xy + 3y^2 + 5x + 2y - 1$ при $x_0 = 0, y_0 = 0$. В каких точках касательная плоскость параллельна плоскости $z - 2y + 5x = 0$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{MN}, M(1,1), N(2,2)$, функции $z = arcsin(\frac{x}{x+y})$ в точке M. Найти угол между градиентами функции в точках M и $M_1(0,1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + xy + y^2 - 2x - 3y$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{e^{0,04} + 1,12^3}$.

Вариант 15

1. $x = u + v, y = u \cdot v; f = f(x, y); f''_{vv}|_{u_0=v_0=0} = ?$
2. $u^3 - 3xyu = 0; x_0 = 3; y_0 = 1; u_0 = 3; u''_{xx} = ?$
3. $f = \sqrt{x + y}; x_0 = y_0 = 2$. Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 + 1 = 0$ в точке $M(1, 1, 2)$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{0, -1, 2\}$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{MO}, M(2, 1), O(0, 0)$, функции $z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ в точке M. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(1, 1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$.
7. Вычислить приближённо $arcsin\frac{0{,}01}{1+1{,}02^2}$.

Вариант 16

1. Доказать: $\frac{z'_x}{x} + \frac{z'_y}{y} = \frac{z}{y^2}$, если $z = y \cdot \varphi(x^2 - y^2)$.
2. Найти указанную производную для каждой дифференцируемой функци, заданной неявным способом в окресности данной точки. $x^2 - 2y^2 + 3u^2 - yu + y = 0; x_0 = 1, y_0 = 1; u'_x = ?$
3. $f = arctg(\frac{x}{y}); x_0 = y_0 = 1$. Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = xy$ в точке $M(2, 1, 2)$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{0, 0, 1\}$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{MN}, M(1, 2), O(0, 0)$ функции $z = \ln(e^{xy} + 1)$ в точке M. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(2, -1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $u = x^2 + y^2 + 2z^2$, если $x - y + z = 1$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{1{,}04^{1{,}99} + \ln 1{,}02}$.

Вариант 17

1. Доказать: $xy + z = y \cdot z'_y + x \cdot z'_x$, если $z = xy + x \cdot \varphi(\frac{y}{x})$.
2. Найти указанную производную для каждой дифференцируемой функции, заданной неявным способом в окресности данной точки. $x^2 + y^2 - u^2 - xy = 0; x_0 = -1, y_0 = 0; u'_x = ?$
3. $f = \ln(\frac{xy-y}{x-y}); x_0 = 0; y_0 = 1$. Разложить f по формуле Тейлора до третьего порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} - z^2 = -1$ в точке $M(0, 1, \frac{\sqrt{5}}{2})$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{1, 0, 1\}$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{MN}, M(1, 1), N(0, 0)$ функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке M. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(3, 4)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = 8x + y + 4x^2 + y^2 + 6 + xy$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{5e^{0{,}02} + 2{,}03^3}$.

Вариант 18

1. Доказать: $y \cdot z'_y - x \cdot z'_x = -x$, если $z = x + \varphi(yx)$.
2. Найти указанную производную для каждой дифференцируемой функции, заданной неявным способом в окресности данной точки. $2x^2 + 2y^2 + u^2 - 8xu - u + 8 = 0; x_0 = 2, y_0 = 0; u'_x = ?$
3. $f = e^{x+y}; x_0 = 1; y_0 = -1$. Разложить f по формуле Тейлора до третьего порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $4y^2 = -z$ в точке $M(0, 1, -4)$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{1, 0, 1\}$?
5. Найти производную в направлении $l\{3, 5\}$ функции $z = arctg(\frac{y}{x})$ в точке $M(1, 1)$. Найти модуль градиента этой функции в точке M.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 + 12xy$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{1{,}02^2 + 1{,}97^3}$.

Вариант 19

1. Доказать: $y \cdot z'_x = x \cdot z'_y$, если $z = \varphi(\sqrt{y^2 + x^2})$.
2. Найти указанную производную для каждой дифференцируемой функции, заданной неявным способом в окресности данной точки. $x^3 + 2y^3 + u^2 - 3xyu - 2y - 4 = 0; x_0 = 0, y_0 = 0; u'_y = ?$
3. $f = \sqrt{x^2 + y^2}; x_0 = 0; y_0 = 1$. Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z^2 - 3x^2 + y^2 = 8$ в точке $M(0, -2, 2)$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{0, -1, 1\}$?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{MN}, M(1,1); N(0,0)$ функции $z = \ln(x^3 + \frac{1}{y})$ в точке M. Найти модуль градиента этой функции в точке M.
6.Исследовать на экстремум функцию $u = x^2 + y + z$, если $x + z = 1, x + y = 2$.
7. Вычислить приближённо $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$.

Вариант 20

1. Доказать: $2x \cdot z'_x + y \cdot z'_y = 2z$, если $z = x \cdot \varphi(\frac{x}{y^2})$.
2. Найти указанную производную для каждой дифференцируемой функции, заданной неявным способом в окресности данной точки. $x^2 + 2y^2 + 3u^2 + xy - u - 9 = 0; x_0 = 1, y_0 = -2; u'_y = ?$
3. $f = \ln(x + y); x_0 = 1; y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $3x^2 + y + z^2 = 8$ в точке $M(1, -1, 2)$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{0, 1, 1\}$?
5. Найти производную в направлении, составляющем с осью Ох угол 60° от функции $z = 3x^4 - xy + y^3$ в точке $M(1, 2)$. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(2, 1)$.
6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x - 2y - 3$ в замкнутой области $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$.
7. Вычислить приближённо $\sqrt{\sin 0,05 + \cos 0,01}$.

Вариант 21

1. Доказать: $x \cdot z'_x - y \cdot z'_y = x - y$, если $z = x + y + \varphi(xy)$.
2. Найти указанную производную для каждой дифференцируемой функции, заданной неявным способом в окресности данной точки. $x^2 - y^2 + u^2 - 4xyu = 0; x_0 = 1, y_0 = 1; u'_y = ?$
3. $f = x^3 + y^3; x_0 = y_0 = 1$. Разложить f по формуле Тейлора до четвертого порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $2z^2 + y^2 - x^2 = 0$ в точке $M(3, 1, 4)$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{2, 1, 1\}$?
5. Найти производную в направлении градиента функции $z = x^4 + xy^4$ в точке $M(1, 3)$.
6.Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ в замкнутой области $x^2 + y^2 \leq 25$.
7. Вычислить приближённо $1,03^2 + 0,97^2$.

Вариант 22

1. Доказать: $u'_x + u'_y + u'_z = 0$, если $u = \varphi(x - y, y - z)$.
2. Найти указанную производную для каждой дифференцируемой функции, заданной неявным способом в окресности данной точки. $u^3 - 3xyu = 0; x_0 = 3, y_0 = 1; u'_y = ?$
3. $f = \ln(xy + z^2); x_0 = y_0 = 0, z_0 = 1$. Разложить f по формуле Тейлора до 2 порядка включительно.
4. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 + 1 = 0$ в точке $M(1, 1, 2)$. В каких точках нормаль к поверхности параллельна вектору $\vec{l}\{0, 1, 1\}$.?
5. Найти производную в направлении $\vec{l} = \vec{MO}, O(0,0)$ функции $z = \sin(x + xy + x^2y^2)$ в точке $M(\frac{\pi}{4}, 0)$. Найти модуль градиента этой функции в точке $M_1(1, 1)$.
6. Исследовать на экстремум функцию $u = x^2 + y^2 + z^2$, если $\frac{z}{c} + \frac{y}{b} + \frac{x}{a} = 1$.
7. Вычислить приближённо $1,002 \cdot 2,003^2$.