

**Индивидуальное домашнее задание (весенний семестр) для НФИбд-01-17 (40 баллов).**

1. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
2. В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\xi$
  - 2) **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\eta$ . **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\mu$
3. В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
  - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu_1 = |\xi - \eta|$
4. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание случайной величины  $\mu$ .
5. Непрерывная случайная величина  $\xi$  имеет плотность  $p_\xi(x)$ . Найдите константу  $A$ , медиану и моду.
6. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
  - 2) условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ .
  - 3) Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\eta$ .  
Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\xi$ .
7. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$  и условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ .
8. В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:
  - 1) характеристические функции  $f_\xi(t)$  и  $f_\eta(t)$  случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ ;
  - 2) характеристическую функцию  $f_\mu(t)$  случайной величины  $\mu$ ;
9. По заданной характеристической функции  $f_\xi(t)$  вычислите:
  - 1) математическое ожидание случайной величины  $\xi$ ;
  - 2) дисперсию случайной величины  $\xi$ .
10. Посетитель тира платит  $a$  рублей за выстрел. При попадании в девятку получает выигрыш  $b$  рублей, при попадании в десятку получает выигрыш  $c$  рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  соответственно. Число посетителей равно  $n$ .  
С помощью **неравенства Чебышева**:
  - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее  $\alpha$ ;
  - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше  $\beta$  % (от средней суммарной прибыли) равнялась  $p$С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
  - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от  $m_1$  до  $m_2$  рублей;
  - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от  $n_1$  до  $n_2$  рублей.
11. Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения
$$p(x) = Ax^3(150 - x), \quad x \in (0; 150).$$
Масса пустого самолета равна 180 тонн. Максимальная взлетная масса равна 250 тонн. При посадке зарегистрировано  $n$  пассажиров, причем каждый из пассажиров в среднем берет с собою 10 кг. груза.
  - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более  $\alpha$ %.
  - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил  $m$  тонн.



5.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-2; 1] \\ A(5 + 2x)^3, & x \in [-2; 1] \end{cases}$																						
9.	$f(t) = \frac{3e^{-2t^2}}{3+t^2}.$																						
10.	$a = 1000, \quad b = 2500, \quad c = 4000, \quad p_1 = 0,2, \quad p_2 = 0,1, \quad p_3 = 0,7, n = 400$ $\alpha = 0,8, \quad \beta = 30, \quad p = 0,1, \quad m_1 = 0, \quad m_2 = 2000,$ $n_1 = 30000, \quad n_2 = 70000$																						
11.	$n = 225, \quad \alpha = 0,1, \quad m = 55$																						
12.	Выборка $X_1, \dots, X_n$ [1.] 9 4 2 8 8 4 5 8 5 6 [2.] 4 9 4 6 10 5 6 7 8 8 [3.] 5 10 4 7 4 1 6 8 7 2 [4.] 6 7 7 13 7 5 6 3 8 6 [5.] 9 7 5 5 3 9 4 7 6 7 Выборка $Y_1, \dots, Y_n$ [1.] -4.95 -16.16 -6.95 -11.65 -10.90 -7.99 -10.94 -5.39 -2.97 -14.26 [2.] -11.30 -13.71 -13.20 -8.99 -8.49 -5.66 -12.17 -6.03 -7.76 -16.26 [3.] -4.68 -11.18 -14.59 -13.57 -9.47 -12.76 -11.73 -11.72 -11.81 -5.37 [4.] -4.91 -10.02 -11.16 -8.26 -6.78 -15.14 -12.60 -5.05 -13.33 -6.67 [5.] -8.34 -0.38 -11.20 -14.95 -10.23 -9.81 -7.09 -11.12 -14.67 -10.91																						
13.	Выборка $X_1, \dots, X_n$ – имеет плотность распределения $f(x) = \begin{cases} p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ При заданных значениях параметров $\lambda_1 = 2$ и $\lambda_2 = 0,8$ найти оценку параметра $p$ . Таблица частот <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0-0.3</td> <td>0.3-0.6</td> <td>0.6-0.9</td> <td>0.9-1.2</td> <td>1.2-1.5</td> <td>1.5-1.8</td> <td>1.8-2.1</td> <td>2.1-2.4</td> <td>2.4-2.7</td> <td>2.7-3.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>340</td> <td>201</td> <td>109</td> <td>62</td> <td>51</td> <td>30</td> <td>23</td> <td>15</td> <td>9</td> <td>8</td> </tr> </table>	интервалы	0-0.3	0.3-0.6	0.6-0.9	0.9-1.2	1.2-1.5	1.5-1.8	1.8-2.1	2.1-2.4	2.4-2.7	2.7-3.0	частоты	340	201	109	62	51	30	23	15	9	8
интервалы	0-0.3	0.3-0.6	0.6-0.9	0.9-1.2	1.2-1.5	1.5-1.8	1.8-2.1	2.1-2.4	2.4-2.7	2.7-3.0													
частоты	340	201	109	62	51	30	23	15	9	8													
1	14. По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров $a$ и $b$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>интервалы</td> <td>1.1-1.9</td> <td>1.9-2.7</td> <td>2.7-3.5</td> <td>3.5-4.3</td> <td>4.3-5.1</td> <td>5.1-5.9</td> <td>5.9-6.7</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>26</td> <td>112</td> <td>139</td> <td>117</td> <td>64</td> <td>31</td> <td>11</td> </tr> </table>	интервалы	1.1-1.9	1.9-2.7	2.7-3.5	3.5-4.3	4.3-5.1	5.1-5.9	5.9-6.7	частоты	26	112	139	117	64	31	11						
интервалы	1.1-1.9	1.9-2.7	2.7-3.5	3.5-4.3	4.3-5.1	5.1-5.9	5.9-6.7																
частоты	26	112	139	117	64	31	11																
15.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров $a$ и $b$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0.0-4.0</td> <td>4.0-8.0</td> <td>8.0-12.0</td> <td>12.0-16.0</td> <td>16.0-20.0</td> <td>20.0-24.0</td> <td>24.0-28.0</td> <td>28.0-32.0</td> <td>32.0-36.0</td> <td>36.0-40.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>52</td> <td>244</td> <td>121</td> <td>48</td> <td>24</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	интервалы	0.0-4.0	4.0-8.0	8.0-12.0	12.0-16.0	16.0-20.0	20.0-24.0	24.0-28.0	28.0-32.0	32.0-36.0	36.0-40.0	частоты	52	244	121	48	24	4	6	0	0	1
интервалы	0.0-4.0	4.0-8.0	8.0-12.0	12.0-16.0	16.0-20.0	20.0-24.0	24.0-28.0	28.0-32.0	32.0-36.0	36.0-40.0													
частоты	52	244	121	48	24	4	6	0	0	1													
16.	$Norm(m = -3, \sigma = 1)$ , доверительная вероятность $\alpha = 0.85$ [1.] -3.84 -3.60 -1.77 -3.14 -2.10 -3.29 -2.68 -2.05 -1.45 -2.44 [2.] -1.62 -3.47 -3.80 -3.60 -2.06 -1.58 -1.89 -4.01 -3.80 -3.89 [3.] -4.26 -3.64 -4.08 -5.18 -1.53 -1.50 -0.78 -5.00 -3.07 -3.46 [4.] -2.93 -3.29 -3.16 -2.76 -2.29 -3.66 -1.78 -4.76 -1.10 -3.72 [5.] -1.29 -2.86 -4.07 -3.26 -2.18 -3.85 -1.52 -3.14 -3.46 -3.07																						
17.	Экспоненциальное распределение $Exp(\lambda)$ [1.] 9.94 3.08 1.92 3.97 8.78 6.16 3.62 3.42 3.35 10.38 [2.] 1.85 0.38 0.73 17.38 1.91 0.66 9.81 0.55 19.60 12.73 [3.] 0.36 4.38 7.42 6.42 10.88 3.23 7.39 2.87 0.14 3.64 [4.] 2.01 10.01 3.96 6.40 2.94 6.09 1.24 2.17 4.55 2.83 [5.] 0.28 6.22 0.21 3.16 1.33 3.58 8.88 8.19 3.24 4.95 При помощи ММП найти оценку параметра $1/\lambda$ и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность.																						
18.	Гипотеза $H_0$ --- биномиальное распределение $Binom(k = 20, p = 0.6)$ . Гипотеза $H_1$ --- биномиальное распределение $Binom(k = 20, p = 0.7), \alpha = 0.05$ [1.] 9 14 15 10 10 13 13 10 13 12 [2.] 13 9 14 12 9 13 12 11 10 10 [3.] 13 8 14 11 14 17 11 10 11 16 [4.] 12 11 11 7 11 13 12 15 10 12 [5.] 9 11 13 13 15 10 14 11 12 11																						

19.	<p>Гипотеза <math>H_0</math> --- гамма распределение <math>Gamma(\lambda = 0.5, \gamma = 2)</math>.  Гипотеза <math>H_1</math> --- гамма распределение <math>Gamma(\lambda = 0.4, \gamma = 2), \alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 8.61 6.35 2.89 7.09 1.93 0.72 3.26 6.47 1.09 3.35  [2,] 2.82 5.72 3.61 6.53 2.43 7.40 2.49 3.41 4.56 3.72  [3,] 1.63 2.87 1.52 3.98 3.06 2.55 5.65 4.61 5.88 6.16  [4,] 5.13 1.70 6.69 9.64 3.44 7.87 1.94 2.69 3.24 3.84  [5,] 9.71 2.09 5.79 7.81 2.03 6.45 0.49 4.87 5.70 1.82</p>
20.	<p>Распределение Пуассона с неизвестным параметром <math>\lambda, \alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 9 4 2 8 8 4 5 8 5 6  [2,] 4 9 4 6 10 5 6 7 8 8  [3,] 5 10 4 7 4 1 6 8 7 2  [4,] 6 7 7 13 7 5 6 3 8 6  [5,] 9 7 5 5 3 9 4 7 6 7</p>
21.	<p>Нормальное распределение с неизвестными параметрами <math>m</math> и <math>\sigma^2, \alpha = 0.1</math></p> <p>[1,] -4.95 -16.16 -6.95 -11.65 -10.90 -7.99 -10.94 -5.39 -2.97 -14.26  [2,] -11.30 -13.71 -13.20 -8.99 -8.49 -5.66 -12.17 -6.03 -7.76 -16.26  [3,] -4.68 -11.18 -14.59 -13.57 -9.47 -12.76 -11.73 -11.72 -11.81 -5.37  [4,] -4.91 -10.02 -11.16 -8.26 -6.78 -15.14 -12.60 -5.05 -13.33 -6.67  [5,] -8.34 -0.38 -11.20 -14.95 -10.23 -9.81 -7.09 -11.12 -14.67 -10.91</p>
22.	<p>Выборка <math>X_1, \dots, X_n</math></p> <p>[1,] 3.81 0.96 7.38 10.72 2.69 7.30 1.78 9.11 9.08 2.68  [2,] 3.21 3.22 6.36 3.75 3.55 4.34 6.03 13.15 6.66 8.40  [3,] 1.80 3.01 4.03 1.82 3.44 11.51 7.32 5.46 5.53 6.34  [4,] 4.71 4.70 1.40 1.97 3.79 11.11 4.07 6.54 2.55 2.42  [5,] 5.04 2.70 6.07 3.64 0.97 1.67 5.48 1.50 1.64 7.83</p> <p>Выборка <math>Y_1, \dots, Y_n</math></p> <p>[1,] 10.19 13.04 6.62 3.28 11.31 6.70 12.22 4.89 4.92 11.32  [2,] 10.79 10.78 7.64 10.25 10.45 9.66 7.97 0.85 7.34 5.60  [3,] 12.20 10.99 9.97 12.18 10.56 2.49 6.68 8.54 8.47 7.66  [4,] 9.29 9.30 12.60 12.03 10.21 2.89 9.93 7.46 11.45 11.58  [5,] 8.96 11.30 7.93 10.36 13.03 12.33 8.52 12.50 12.36 6.17</p>