Задача 1. *Найти угол между плоскостями P и P_1, заданными уравнениями*

$$6x + 11y - 5z = 0 \text{ и } 41x + 9y + 69z = 0.$$

Решение: Так как вектора нормалей перпендикулярны к плоскостям, то угол между плоскостями можно подсчитать как угол между нормалями к ним.

У первой плоскости вектор нормали $\vec{n}_P = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ -5 \end{bmatrix}$. У второй плоскости вектор нормали $\vec{n}_P = \begin{bmatrix} 41 \\ 9 \\ 69 \end{bmatrix}$. С геометрической точки зрения скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между векторами.

Длина вектора

$$|\vec{n}_{P_1}| = \sqrt{41^2 + 9^2 + 69^2} = \sqrt{6523}.$$

Длина вектора

$$|\vec{n}_P| = \sqrt{6^2 + 11^2 + (-5)^2} = \sqrt{182}.$$

Скалярным произведением двух векторов является число, равное сумме попарных произведений одноимённых координат.

Скалярное произведение векторов

$$(\vec{n}_P, \vec{n}_{P_1}) = 6 \cdot 41 + 11 \cdot 9 + (-5) \cdot 69 = 0$$

$$\cos\angle(\vec{n}_P, \vec{n}_{P_1}) = \frac{(\vec{n}_P, \vec{n}_{P_1})}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_{P_1}|} = \frac{0}{\sqrt{1187186}} = 0.$$

Ответ: косинус угла равен 0, угол равен 90°.

Решение выполнено автоматически.
Программу – учебное пособие разработал Артемий Берлинков.
Web-интерфейс Павла Лапина.